

УДК 532.526.5

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ ТУРБИННОГО ТИПА¹

А. В. Бунякин²

OPTIMIZATION OF PARAMETERS OF A TURBINE-TYPE WIND-POWER PLANT

Bunyakin A. V.

The work offers a scheme for the optimization of a turbine-type wind-power plant, which can be used in case that the wind direction is constant. The plant consists of a tube and a propeller with special blades installed inside the tube. The tube has a cross-section (diffuser) expanding with the flow direction. The propeller is set close to the wide section.

The work is aimed at obtaining the first approximation for the parameters of the wind-power plant and the circulating airflow.

The factor of energy-conversion efficiency serves as an optimization criterion for the propeller. The optimization of the diffuser lies in the increase of the velocity ratio in its exit section to the wind velocity with the given factor of the propeller energy-conversion efficiency.

Введение

Применение энергии ветра в условиях пересеченной местности может быть отдельным направлением ветроэнергетики, актуальным для регионов Юга России. Во многих районах имеются ущелья и перевалы, где в определенное время года сильный ветер дует в одном направлении, и даже одна ветроустановка размером порядка 5 м может дать энергетический выход, вполне достаточный для обеспечения небольшого объекта курортного или спортивно-туристического назначения, расположенного в труднодоступном месте.

В данной работе предлагается схема ветроэнергетической установки турбинного типа (ветротурбины), включающая как основные элементы винт с лопастями специальной формы и трубу (диффузор), внутри которой этот винт расположен. Установлено, что труба должна расширяться по течению, а винт — располагаться на выходе из нее.

Диффузор не только предохраняет винт и устройство отбора энергии от внешних воздействий, но и обеспечивает увеличение энергоотдачи.

Такая ветротурбина имеет переменную частоту вращения и крутящий момент, согла-

сованные со скоростью ветра. Алгоритм оптимизации ее параметров включает этапы определения:

- а) формы лопастей винта;
- б) связи между скоростью ветра, набегающего на диффузор, частотой вращения винта и мощностью энергоотбора;
- в) соотношения площадей входного и выходного сечений диффузора.

Оптимизационным критерием для формы винта служит коэффициент энергоотдачи. Оптимизация диффузора состоит в увеличении отношения скорости в его выходном сечении к скорости ветра при заданном коэффициенте энергоотдачи винта. Предложенный алгоритм позволяет получить лишь первое приближение для параметров ветротурбины. Рассмотрен пример расчета оптимальных параметров с диаметром винта 3 м и скоростью ветра 10 м/с.

1. Оптимизация формы винта

В работе [1] был предложен алгоритм определения формы аэродинамической поверхности S , имеющей в сечении плоскостями, ортогональными оси Z декартовой систе-

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ р2003Юг (03-01-96690).

²Бунякин Алексей Вадимович, канд. физ.-мат. наук, доцент Кубанского государственного технологического университета.

мы координат XYZ , профили Н. Е. Жуковского. Эти крыловые профили задаются уравнением (i — мнимая единица)

$$\begin{aligned} x + iy &= x_1 + iy_1 + \frac{1}{2} \left(\eta + \frac{R^2}{\eta} \right), \\ \eta &= R + (-x_0 + R - iy_0) (e^{i\theta} - 1), \\ 0 &\leq \theta \leq 2\pi, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где x_1, y_1 — смещение координат центра профиля после применения функции Жуковского; R — радиус этой окружности или, что то же самое, расстояние от острой кромки до центра профиля; x_0, y_0 — координаты окружности, отображаемой функцией Жуковского в контур профиля; θ — переменная вдоль контура профиля.

Функции $x_0(R), y_0(R), x_1(R), y_1(R)$ зависят от угла атаки α и находятся численным интегрированием некоторой системы четырех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, полученных в работе [1], где показано, что решение этой системы определяет форму поверхности S , удовлетворяющую условию минимизации составляющей скорости V_z при обтекании S потоком идеальной несжимаемой жидкости, скорость которой на бесконечности ортогональна оси Z . Минимизация величины V_z необходима потому, что она не вносит вклада в подъемную силу и приводит к потерям энергии.

Интегрирование указанной системы дифференциальных уравнений требует задания начальных условий, как и в работе [1], они выбираются следующими:

$$\begin{aligned} x_0(1) &= -0,3, \quad y_0(1) = 0,1, \\ x_1(1) &= y_1(1) = 0. \end{aligned}$$

В настоящей работе при $\alpha = 0,05$ профили сечения поверхности S плоскостями, ортогональными оси Z , являются сечениями лопасти винта. При этом ось Z ортогональна оси вращения винта (точка $z = 0$ соответствует оси вращения), ось X составляет с осью вращения угол $\alpha_0 = \alpha + \arctg \frac{\omega z_0}{V} > 0$, V — скорость набегающего на винт потока, ω — угловая скорость вращения винта, z_0 — координата центра минимального профиля. Оси X и Y вращаются в жесткой связке с винтом, а увеличение размера профиля соответствует удалению от оси вращения. Результаты расчетов приведены на рис. 1.

Предполагается, что при обтекании каждого из сечений лопасти винта распределение скорости близко к тому, которое имеет место при плоскопараллельном обтекании этого сечения идеальной несжимаемой жидкостью. Это предположение позволяет приближенно вычислить силу, действующую на лопасть со стороны потока.

Так как эти сечения являются профилями Жуковского, потенциал их плоского обтекания можно выразить аналитически, а силу, действующую на профиль при его плоском обтекании, представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} F &= \pi i \rho V^2 |x_0 - R + iy_0|^2 \times \\ &\times \sin \left(\alpha + \arctg \frac{y_0}{R - x_0} \right). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Это результат применения формулы Жуковского $\mathbf{F} = i\rho\mathbf{V}\Gamma$ для профиля (1.1). Здесь ρ — плотность среды.

Ввиду сделанного предположения каждое из сечений лопасти обтекается плоским потоком со своим углом атаки $\alpha_\omega(z)$, который определяется равенством

$$\begin{aligned} \frac{\omega z}{V} &= -\operatorname{tg}(\alpha_\omega(z) - \alpha_0), \\ \alpha_\omega(z) &= \alpha_0 - \arctg \frac{\omega z}{V}. \end{aligned}$$

Таким образом, α_0 — угол «закрепления» минимального сечения лопасти, т.е. угол между осью X и осью вращения. Тогда сила ΔF , действующая на элемент лопасти винта толщиной Δz , вращающегося по радиусу z в положительном направлении оси Y , вычисляется так же, как при обтекании плоского крыла с размахом Δz . Значения $z(R_0) = z_0$, $z(R_1) = z_1$ соответствуют минимальному и максимальному сечениям лопасти; согласно (1.2) эта сила выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta F &= \pi i \rho (V^2 + \omega^2 z^2) |x_0 - R + iy_0|^2 \times \\ &\times \sin \left(\alpha_\omega(z) + \arctg \frac{y_0}{R - x_0} \right) \times \\ &\times \exp \left(-i \cdot \arctg \frac{\omega z}{V} \right) \frac{\Delta z}{R_0}. \end{aligned}$$

Вычислим момент силы ΔM , действующей на элемент лопасти винта, и мощность N , отбираемую с одной лопасти:

$$\Delta M = z \operatorname{Im} \Delta F,$$

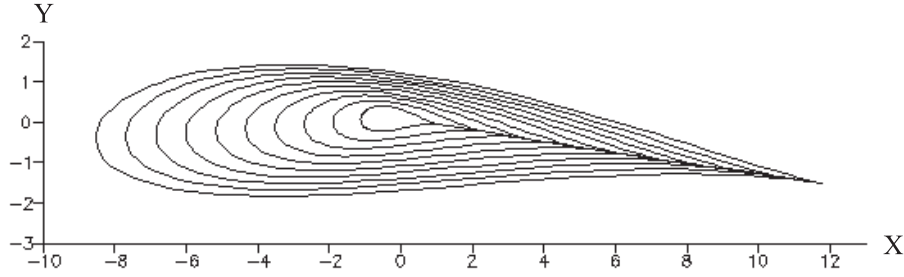


Рис. 1. Профили сечений лопасти с учетом «крутки»

$$\begin{aligned}
 N &= \omega M = \omega \int_{R_0}^{R_1} dM = \\
 &= \omega \pi \rho V \int_{R_0}^{R_1} |x_0 - R + iy_0|^2 \sqrt{V^2 + \omega^2 z^2} \times \\
 &\times \sin \left(\alpha_0 + \arctg \frac{y_0}{R - x_0} - \arctg \frac{\omega z}{V} \right) \frac{z dz}{R_0}.
 \end{aligned}$$

Введем в рассмотрение безразмерный параметр скорости вращения винта $T = \frac{\omega z_1}{V}$. Пренебрегая наличием соседних лопастей, считаем, что мощность, отбираемая со всего винта, равна $\frac{dE}{dt} = kN$, где k — количество лопастей. Определим коэффициент энергоотдачи винта

$$D = \frac{dE/dt}{\rho V^3 S_\omega} = \frac{kN}{\rho V^3 \pi (z_1^2 - z_0^2)}. \quad (1.3)$$

Здесь S_ω — заметаемая винтом площадь. Подставляя в (1.3) значение N , получим

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{kT}{R_0 z_1 (z_1^2 - z_0^2)} \int_{R_0}^{R_1} |x_0 - R + iy_0|^2 \times \\
 &\times \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_1} T \right)^2} \times \\
 &\times \sin \left(\alpha_0 + \arctg \frac{y_0}{R - x_0} - \arctg \frac{z}{z_1} T \right) z dz.
 \end{aligned}$$

2. Оптимизация режима работы винта

Проблему оптимизации скорости вращения винта сформулируем как задачу нахождения максимума функции $D(T)$, считая заданными все остальные параметры и функ-

цию $z(R) = z_0 + a(R - R_0) + b(R - R_0)^{1/3}$, график которой представлен на рис. 2.

На рис. 3 приведен график функции $D(T)$ в зависимости от скорости вращения винта T для значений параметров $R_0 = 1$, $R_1 = 11$, $z_0 = 5$, $a = 0,1$, $b = 7$.

На графике видно, что максимальное значение $D_0 \approx 0,02922$ для винта с $k = 8$ достигается при $T_0 \approx 0,066$.

Оптимальное значение $T_0 = \frac{\omega z_1}{V}$ определяет наилучшую по энергоотдаче угловую скорость вращения винта ω .

Изменим поверхность S , добавив «крутку», т.е. взаимное смещение ее сечений вращением вокруг оси Z .

Добавление «крутки» приводит к тому, что угол атаки $\alpha_\omega(z) = \alpha_0 - \arctg \frac{z}{z_1} T$ и параметр $T(z) = T_0 - \tau \frac{z - z_0}{z_1}$ зависят от z с коэффициентом линейной зависимости τ . Вычислим функцию $D(\tau)$, считая все остальные параметры постоянными. В этом случае максимум коэффициента энергоотдачи почти не смещается и равен $D_1 \approx 0,02928$ (рис. 4).

Оптимальное значение $\tau_1 \approx 0,0055$ мало, поэтому наилучшая скорость вращения мало отличается от найденной ранее.

Таким образом, для отыскания оптимальных параметров формы и режима работы винта при сделанных допущениях необходимо:

- численно проинтегрировать систему четырех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, полученную в [1];
- исследовать на максимум функцию одной переменной $D(T)$.

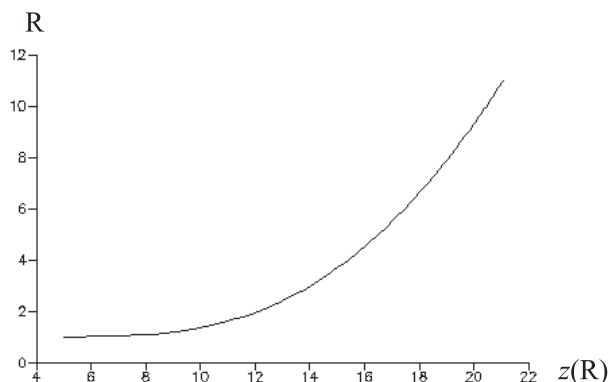


Рис. 2

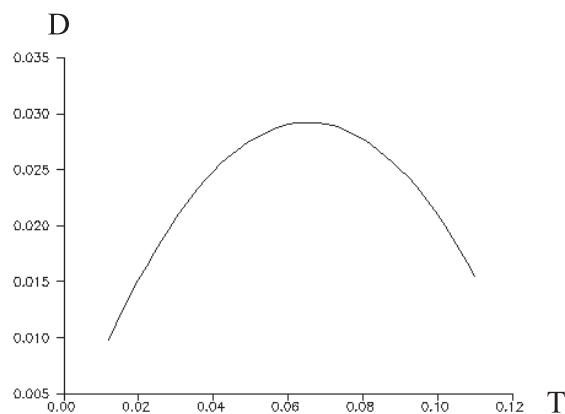


Рис. 3

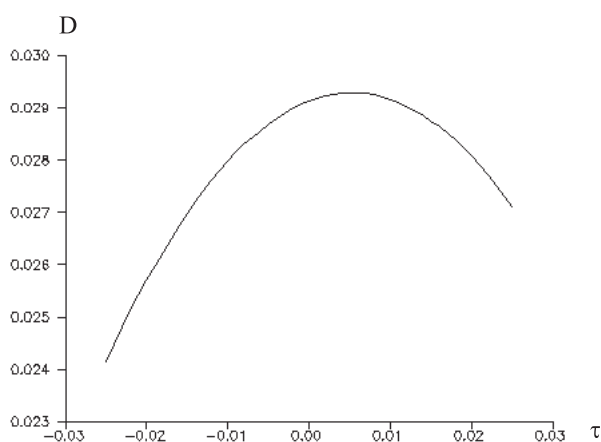


Рис. 4

3. Оптимизация формы диффузора

Эффект диффузора объясняется тем, что он тормозит набегающий поток, создавая избыточное давление во входном сечении и разрежение в выходном. При наличии винта, т.е. при отборе энергии, можно определить оптимальное соотношение диаметров входного и выходного сечений, для которого при найденном коэффициенте энергоотбора $D \approx 0,0292$ скорость в выходном сечении в полтора раза больше, чем скорость набегающего потока, что является следствием образующейся разности полных давлений.

Индексы 1 и 2 соответствуют входному и выходному сечениям диффузора плоскостями, ортогональными его оси, индекс 0 соответствует сечениям воображаемого цилиндрического объема, соосного с диффузором, скорость на боковой поверхности которого будем считать параллельной его образующим (рис. 5).

В этой приближенной модели форма продольного сечения диффузора не учитывается, поэтому сделаем допущение о постоянстве скорости в сечениях 0, 1, 2 и ее ортогональности плоскостям этих сечений.

Так как плотность считается постоянной, то интегральное уравнение сохранения массы в объеме, ограниченном замкнутой поверхностью S , имеет вид $\int_S V_n ds = 0$.

Здесь V_n — составляющая скорости потока V вдоль вектора n внешней единичной нормали к S .

Внутри диффузора между сечениями S_1 и S_2 это уравнение принимает вид $V_1 S_1 = V_2 S_2$, для объема между сечениями S_0 и S_1 — $V_0 S_0 = V_1 S_1 + (S_0 - S_1)v$, вне диффузора — $(S_0 - S_1)v = (S_0 - S_2)V$.

Здесь v, V — скорости в сечениях S_1 и S_2 снаружи диффузора.

Интегральное уравнение сохранения импульса для идеальной жидкости при отсутствии внешних сил, действующих на поток

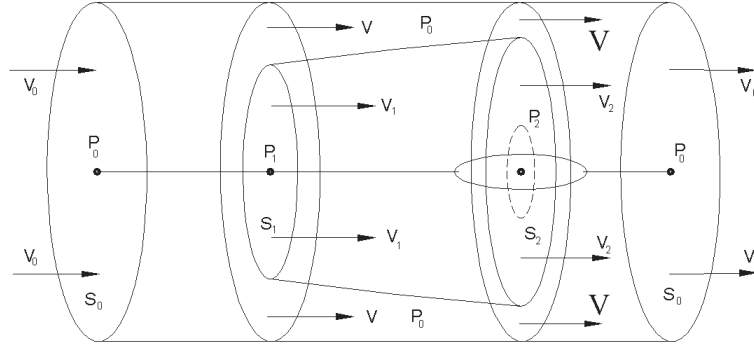


Рис. 5. Схема обтекания диффузора

в объеме, ограниченном замкнутой поверхностью S , имеет вид

$$\int_S (\rho V V_n + nP) ds = 0,$$

где P — давление.

Для объема между сечениями S_0 и S_1 это уравнение принимает форму

$$(\rho V_0^2 + P_0)S_0 = (\rho V_1^2 + P_1)S_1 + (\rho v^2 + P_0)(S_0 - S_1),$$

а для объема между сечениями S_1 и S_2 —

$$\begin{aligned} (\rho V_1^2 + P_1)S_1 + (\rho v^2 + P_0)(S_0 - S_1) = \\ = (\rho V_2^2 + P_2)S_2 + (\rho V^2 + P_0)(S_0 - S_2). \end{aligned}$$

Уравнение сохранения энергии

$$\int_S \left(\frac{\rho V^2}{2} + P \right) V_n ds + \frac{dE}{dt} = 0$$

для всего воображаемого цилиндрического объема описывается формулой

$$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{\rho V_1^2}{2} + P_1 \right) V_1 S_1 - \left(\frac{\rho V_2^2}{2} + P_2 \right) V_2 S_2.$$

Здесь $\frac{dE}{dt}$ — мощность, отбираемая ветротурбиной.

Из уравнений сохранения массы и импульса найдем

$$\begin{aligned} P_1 = P_0 + \rho V_0^2 \frac{S_0}{S_1} - \\ - \rho \frac{(V_0 S_0 - V_2 S_2)^2}{(S_0 - S_1) S_1} - \rho \left(V_2 \frac{S_2}{S_1} \right)^2, \end{aligned}$$

$$P_2 = P_0 + \rho V_0^2 \frac{S_0}{S_2} - \rho \frac{(V_0 S_0 - V_2 S_2)^2}{(S_0 - S_2) S_2} - \rho V_2^2.$$

Подставив эти значения в уравнение сохранения энергии, получим равенство

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} = \rho V_2 S_2 \left\{ \frac{V_2^2}{2} \left(1 - \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2 \right) - \right. \\ \left. - V_0^2 S_0 \frac{S_1 - S_2}{S_1 S_2} + (V_0 S_0 - V_2 S_2)^2 (S_1 - S_2) \times \right. \\ \left. \times \frac{S_0 - S_1 - S_2}{(S_0 - S_1)(S_0 - S_2) S_1 S_2} \right\} = D \rho V_2^3 S_2. \end{aligned}$$

Здесь D — оптимальный коэффициент энергоотдачи винта, найденный ранее. Вводя в рассмотрение безразмерные величины $\sigma = \frac{S_1}{S_2}$, $\sigma_0 = \frac{S_0}{S_2}$, $\nu = \frac{V_2}{V_0}$, перепишем последнее равенство в виде

$$\begin{aligned} \frac{\nu^2}{2} \left(1 - \frac{1}{\sigma^2} \right) - \sigma_0 \left(1 - \frac{1}{\sigma} \right) + \\ + (\sigma_0 - \nu)^2 (\sigma - 1) \frac{\sigma_0 - \sigma - 1}{(\sigma_0 - \sigma)(\sigma_0 - 1)\sigma} = D \nu^2. \end{aligned}$$

Обозначив через ν положительный корень этого уравнения, построим зависимость $\nu(\sigma)$ при фиксированных значениях D , σ_0 . При этом σ_0 имеет смысл квадрата условной относительной ширины канала, в котором расположена ветротурбина, например, ширины ущелья на высоте осевой линии винта.

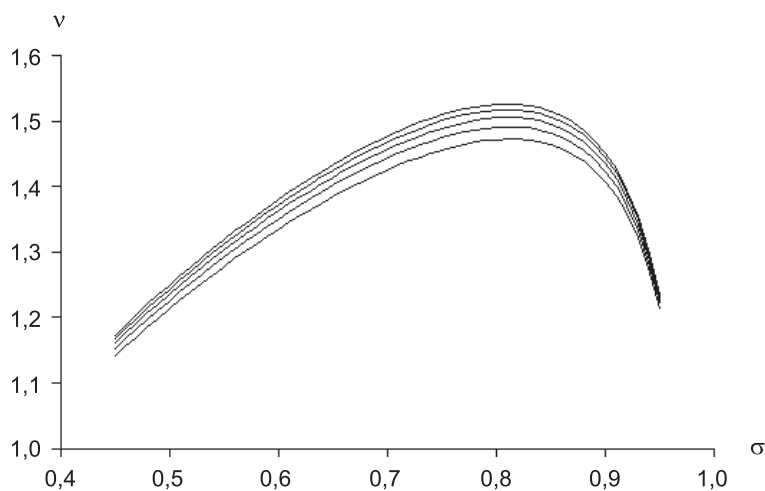


Рис. 6

На рис. 6 показаны зависимости $\nu(\sigma)$ для значений $\sigma_0 = 6, \dots, 10$ с единичным шагом (при увеличении σ_0 кривая смещается вниз). Видно, что максимум $\nu \approx 1,5$ (увеличение скорости в 1,5 раза в выходном сечении) соответствует значению $\sigma \approx 0,81$, что отвечает 10% сужению по диаметру диффузора.

Выбирая значения плотности воздуха $\rho = 1,3 \text{ кг/м}^3$, заметаемой площади $S_2 = 10 \text{ м}^2$, скорости ветра $V_0 = 10 \text{ м/с}$, получим следующие оптимальные значения работы ветротурбины: окружная скорость на конце лопасти $\omega z_1 \approx 0,99 \text{ м/с}$, мощность $\frac{dE}{dt} \approx 1272 \text{ Вт}$.

Такая мощность соответствует 20% энергоотбору по отношению к кинетической энергии набегающего потока, проходящего через площадь S_2 максимального поперечного сечения диффузора. При изменении указанных параметров формула масштабного перехода имеет вид (1.3) с сохранением коэффициента D .

Полученная энергоотдача в среднем не превышает соответствующего показателя для

ветряков других конструкций. Достоинство установки описанного типа состоит в том, что она, во-первых, обеспечивает достаточный энергетический выход при относительно малой скорости вращения винта, во-вторых, предложенная специальная форма лопастей винта и малый угол атаки могут обеспечить безотрывность потока на его поверхности. Благодаря этому уровень турбулизации потока после прохождения через ветротурбину должен быть ниже, чем у ветряков других конструкций, установленных в пересеченной местности типа ущелья. Это уменьшает уровень инфразвукового излучения при вращении винта, и позволяет располагать такие установки в цепочку одна за другой на относительно небольшом расстоянии.

Литература

1. Бунякин А. В. Оптимизация формы аэродинамической поверхности, обтекаемой почти плоскопараллельным потоком // Изв. вузов. Сев.-Кавказ. рег. Естественные науки. 2003. № 1. С. 13–16.