

УДК 539.3

EDN: WUAJIB DOI: 10.31429/vestnik-20-1-33-40

О некоторых математических моделях мониторинга свойств «очаговой» дилатансной зоны

Е. М. Горшкова¹✉, А. С. Мухин¹, А. В. Павлова¹, И. С. Телятников²

¹ Кубанский государственный университет, ул. Ставропольская, 149, Краснодар, 350040, Россия

² Федеральный исследовательский центр Южный научный центр РАН, пр-кт Чехова, 41, Ростов-на-Дону, 344006, Россия

✉ Горшкова Елена Михайловна; ORCID 0000-0002-2415-6224; e-mail: gem@kubsu.ru

Аннотация. В данной работе рассмотрены задачи исследования характеристик напряженно-деформированного состояния среды, установившегося в результате продолжительного излучения поверхностным вибратором с заданными параметрами. С использованием модели «земная кора – мантия» в виде пакета упругих слоев на деформируемом полупространстве описаны постановки задач оценки связи вариаций параметров вибросейсмического волнового поля с вариациями параметров среды в области очаговой дилатансии для гармонического источника. Рассмотрена также задача о распределении напряжений в слоистой среде, создаваемых внутренними нагрузками, приложенными в ограниченных областях плоскостей между слоями. Для определения зоны дилатансии применен критерий Шлейхера–Надаи.

Ключевые слова: активный сейсмический мониторинг, область дилатансии, гармонического источника, установившиеся колебания, система внутренних нагрузок.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Кубанского научного фонда в рамках научного проекта № МФИ-20.1/6.

Цитирование: Горшкова Е. М., Мухин А. С., Павлова А. В., Телятников И. С. О некоторых математических моделях мониторинга свойств «очаговой» дилатансной зоны // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2023. Т. 20, № 1. С. 33–40. EDN: WUAJIB. DOI: 10.31429/vestnik-20-1-33-40

Поступила 28 февраля 2023 г. После доработки 18 марта 2023 г. Принято 22 марта 2023 г. Публикация 31 марта 2023 г.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов. Авторы внесли одинаковый вклад в подготовку рукописи.

© Автор(ы), 2023. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

On Certain Mathematical Models for Monitoring the Properties of a “Focal” Dilatancy Zone

E. M. Gorshkova¹✉, A. S. Mukhin¹, A. V. Pavlova¹, I. S. Telyatnikov²

¹ Kuban State University, Stavropolskaya str., 149, Krasnodar, 350040, Russia

² Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Prospekt Chekhova, 41, Rostov-on-Don, 344006, Russia

✉ Elena M. Gorshkova; ORCID 0000-0002-2415-6224; e-mail: gem@kubsu.ru

Abstract. To determine the capabilities of active seismology methods when monitoring the geodynamic processes in seismically active regions, various mathematical models are considered, including the problems of assessing the monitoring methods sensitivity and the evolution of dilatancy zones. In this paper, we consider the problems of studying the characteristics for the stress-strain state of the medium, which is established as a result of prolonged radiation by a surface vibrator with specified parameters. Using the model “Earth’s crust – mantle” in the form of a package of elastic layers on a deformable half-space, we describe the problem statements for the estimation of relationship between variations in the parameters of a vibroseismic wave field and variations in the parameters of the medium in the region of focal dilatancy for a harmonic source. We have also considered the problem of stress distribution in a layered medium, caused by internal loads applied in limited areas of planes between layers. The Schleicher–Nadai criterion was applied to determine the dilatancy zone.

Keywords: seismic monitoring, dilatancy zone, harmonic source, steady-state oscillations, system of internal loads.

Funding. The work was financially supported by the Kuban Science Foundation within the framework of the scientific project no. MFI-20.1/6.

Cite as: Gorshkova, E. M., Mukhin, A. S., Pavlova, A. V., Telyatnikov, I. S., On certain mathematical models for monitoring the properties of a “focal” dilatancy zone. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2023, vol. 20, no. 1, pp. 33–40. DOI: 10.31429/vestnik-20-1-33-40

Received 28 February 2023. Revised 18 March 2023. Accepted 22 March 2023. Published 31 March 2023.

The authors declare no competing interests. The authors contributed equally.

© The Author(s), 2023. The article is open access, distributed under [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) license.

Введение

Землетрясения относятся к самым опасным природным явлениям. Анализ сейсмической активности региона Северного Кавказа, включающего Краснодарский край, за последние тридцать лет показывает, что в нем можно выделить три основные зоны: Махачкалинская, Грозненская и Сочинская [1]. Урбанизация территории Сочинской зоны в последние десятилетия влечет за собой многократное увеличение возможных негативных последствий сейсмических событий на территории Краснодарского края.

При изучении проблемы междисциплинарного прогноза землетрясений важное место занимает вибросейсмический мониторинг состояния сейсмоопасных зон и развитие математических моделей, позволяющих обрабатывать и интерпретировать данные мониторинга. Начиная с 70-х годов XX в., интенсивное развитие получили методы активного виброакустического мониторинга, названные в работах [2, 3] методами активной сейсмологии. Использование вибрационных источников как средства изучения строения и структуры Земли и мониторинга очаговых зон объясняется возможностью выбора времени включения вибратора, интервалов его работы и спектральных характеристик излучения, а также координат источника. Возможности использования динамики волн основаны на стабильности формы сигнала. Генерируемые с помощью вибратора сигналы проходят внутрь геологической структуры, при этом обработанные данные об отраженных и зарегистрированных сейсмическими приемниками волн дают информацию об особенностях строения геологической среды.

Многие ученые считают основным физическим процессом при подготовке землетрясения эволюцию поля микродефектов в геофизической среде под действием концентрации напряжений [1, 4, 5]. В результате образуются зоны дилатансии (области нелинейного разуплотнения среды по причине превышения некоторого порога напряжениями сдвига [1, 6–8 и др.]). Обычно различают «очаговую» и «поверхностную» дилатансные зоны. Последняя характеризуется разуплотнением протяженных зон верхней части земной коры вблизи свободной от напряжений дневной поверхности. Одними из первых разработкой этой проблемы в сейсмологии занимались академик А.С. Алексеев и его ученики, используя простейшую математическую модель земной коры — однородное изотропное упругое полупространство.

В работах академика В.А. Бабешко [9] показано, что зарождение и развитие зон дилатансии можно связывать с активизацией так называемых «вирусов вибропрочности» – множественных дефектов, собственно и формирующих динамическую дилатансную структуру.

При мониторинге физических свойств «очаговых» дилатансных зон среди прочих методов используется метод вибросейсмического просвечивания участков Земной коры [2, 3, 7, 8, 10], этот метод применяется при исследовании сопровождающих подготовку и реализацию сейсмических явлений физических процессов, а также при проведении районирования участков для строительства объектов ответственного назначения (трубопроводов, атомных электростанций, плотин и т.д.) и других экологически опасных сооружений. Созданы эффективные системы наблюдения с группами мобильных вибраторов и передвижными сейсмостанциями.

Методы исследования строения среды активно используются в нефтяной отрасли как методы мониторинга эволюции аномальной зоны (месторождения при разработке). Для стимуляции растворенных рудных и нефтяных месторождений применяются управляемые вибрационные воздействия, которые позволяют изменить фильтрационные потоки в поронасыщенных средах и, как следствие, вызвать гидрогеологические эффекты в неглубоко залегающих водоносных горизонтах [11].

Для определения возможностей методов активной сейсмологии при мониторинге геодинамических процессов сейсмоактивных зон рассматриваются, в том числе задачи оценки чувствительности методов, т.е. связи вариаций параметров вибросейсмического волнового поля с вариациями параметров среды во внутренних областях (областях дилатансии) [1] для гармонических источников.

Решения такого рода задач в общей постановке представляет значительные трудности. В [1] приведен один из методов оценки чувствительности метода активного мониторинга с гармоническим сигналом, имеющим постоянные характеристики (частоту, амплитуду и фазу).

В настоящей работе представлены более общие постановки задач, моделирующих эту проблему, а также предложены подходы к их решению.

1. Одна модель оценки чувствительности метода мониторинга с гармоническим сигналом

Рассматривается задача исследования волнового поля, установившегося в среде в результате продолжительного излучения поверхностным вибратором с заданными параметрами. Для гармонических колебаний зависимость от времени может быть представлена, например, как $\cos(\varphi(\mathbf{x}) - \omega t)$, $\mathbf{x} = (x, y, z)$, что при использовании комплексной формы записи для всех заданных и неизвестных функций задачи позволяет ввести обозначения

$$g(\mathbf{x}, t) = g_1(\mathbf{x}) \cos(\varphi(\mathbf{x}) - \omega t) = g_1(\mathbf{x}) \operatorname{Re}[e^{i(\varphi(\mathbf{x}) - \omega t)}] = \tilde{g}(\mathbf{x}) \operatorname{Re}[e^{-i\omega t}].$$

Здесь $\tilde{g}(\mathbf{x})$ — комплексная амплитуда величины $g(\mathbf{x}, t)$. Далее временной множитель $e^{-i\omega t}$ и символ « \sim » опущены, изложение ведется для комплексных амплитуд.

Используется модель «земная кора – мантия» в виде пакета N упругих слоев на деформируемом полупространстве. Рассматриваются колебания упругой среды в декартовой системе координат, где горизонтальная плоскость $x_1 O x_2$ совпадает с поверхностью, а ось $O x_3$ направлена по нормали вверх. Свойства слоев и полупространства характеризуются плотностями ρ_j ($j = \overline{1, N}$), ρ_{N+1} соответственно и скоростями продольных c_{1j} , c_{1N+1} и поперечных c_{2j} , c_{2N+1} волн, последние для изотропных сред выражаются через упругие модули Ляме λ_j , μ_j ($j = \overline{1, N+1}$) в виде

$$c_{1j} = \sqrt{\frac{\lambda_j + 2\mu_j}{\rho_j}}, \quad c_{2j} = \sqrt{\frac{\mu_j}{\rho_j}}.$$

Уравнения движения для слоев ($-h_j \leq z \leq -h_{j-1}$, $-\infty < x, y < +\infty$), $h_0 = 0$, и полупространства ($z \leq -h_N$, $-\infty < x, y < +\infty$) имеют вид

$$L_j \mathbf{u}_j \equiv (\lambda_j + \mu_j) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u}_j + \mu_j \Delta \mathbf{u}_j + \omega^2 \rho_j \mathbf{u}_j = 0, \quad (1.1)$$

где $\mathbf{u}_j(x, y, z) = \{u_j, v_j, w_j\}$, $j = \overline{1, N+1}$.

Пусть начало координат совмещено с точкой приложения гармонической нагрузки, тогда в предположении отсутствия касательных напряжений условия на поверхности среды можно записать в виде

$$\tau_{11}|_{z=0} = 0, \quad \tau_{12}|_{z=0} = 0, \quad \tau_{13}|_{z=0} = q\delta(x, y), \quad (1.2)$$

где

$$\tau_{11} \equiv \tau_{xz1} = \mu_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial w_1}{\partial x} \right), \quad \tau_{12} \equiv \tau_{yz1} = \mu_1 \left(\frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial w_1}{\partial y} \right), \quad \tau_{13} \equiv \sigma_{z1} = \lambda_1 \operatorname{div} \mathbf{u}_1 + 2\mu_1 \frac{\partial w_1}{\partial z}.$$

На границах слоев, а также на границе слой – полупространство задаются условия непрерывности перемещений и напряжений

$$\mathbf{u}_j|_{z=-h_j} = \mathbf{u}_{j+1}|_{z=-h_j}, \quad \boldsymbol{\tau}_j|_{z=-h_j} = \boldsymbol{\tau}_{j+1}|_{z=-h_j}, \quad j = \overline{1, N}. \quad (1.3)$$

Для упругого полупространства

$$\mathbf{u}_{N+1} \rightarrow 0 \text{ при } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty. \quad (1.4)$$

Замыкают постановку задачи условия излучения, вытекающие из принципа предельного поглощения [12].

Пусть в слое с номером k существует дилатансная зона Ω_k , эволюцию состояния которой нужно отслеживать. Перестройка структуры в зоне дилатансии приводит к тому, что скорости сейсмических волн изменяются, получив некоторые вариации $-c_{1k} + \delta c_{1k}$, $c_{2k} + \delta c_{2k}$, что приводит к трансформации волновых полей в $\mathbf{u}_j + \delta \mathbf{u}_j$. Для искажений волновых полей $\delta \mathbf{u}_j = \{u_j, v_j, w_j\}$, $j = \overline{1, N+1}$, обусловленных изменениями скоростей сейсмических волн δc_{1k} , δc_{2k} в этой области k -го слоя $(x, y, z) \in \Omega_k$, уравнения и граничные условия (с точностью до членов второго порядка) будут иметь вид

$$L_k \delta \mathbf{u}_k = -M_k \delta \mathbf{u}_k, \quad (1.5)$$

$$L_j \delta \mathbf{u}_j = 0, \quad j \neq k$$

где $M_k \mathbf{u}_k = 2\rho_k (c_{1k} \delta c_{1k} - c_{2k} \delta c_{2k}) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u}_k + 2c_{2k} \delta c_{2k} \rho_k \Delta \mathbf{u}_k$ и δc_{1k} , δc_{2k} отличны от нуля лишь при $(x, y, z) \in \Omega_k$;

$$\delta \tau_{11}|_{z=0} = 0, \quad \delta \tau_{12}|_{z=0} = 0, \quad \delta \tau_{13}|_{z=0} = 0, \quad (1.6)$$

где

$$\delta \tau_{11} = \mu_1 \left(\frac{\partial \delta u_1}{\partial z} + \frac{\partial \delta w_1}{\partial x} \right), \quad \delta \tau_{12} = \mu_1 \left(\frac{\partial \delta v_1}{\partial z} + \frac{\partial \delta w_1}{\partial y} \right),$$

$$\delta \tau_{13} = \lambda_1 \operatorname{div} \delta \mathbf{u}_1 + 2\mu_1 \frac{\partial \delta w_1}{\partial z};$$

$$\delta \mathbf{u}_j|_{z=-h_j} = \delta \mathbf{u}_{j+1}|_{z=-h_j}, \quad \delta \tau_1|_{z=-h} = \delta \tau_2|_{z=-h}; \quad (1.7)$$

$$\delta \mathbf{u}_{N+1} \rightarrow 0 \text{ при } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty. \quad (1.8)$$

Таким образом, появляющиеся при возникновении изменений скоростей сейсмических волн в некоторой области искажения волновых полей описываются задачей (1.5)–(1.8). Функция объемного источника в правой части первого уравнения (1.5) определяется полученным решением невозмущенной задачи (1.1)–(1.4) для поверхностного сосредоточенного источника.

В [1] приведено решение задачи для начального поля в лучевом приближении для модели, описываемой волновым уравнением. Представленная выше задача (1.1)–(1.4) может быть решена с помощью интегрального подхода или метода блочного элемента. Решение (1.1)–(1.4), необходимое для построения решения (1.5)–(1.8), имеет вид

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\sigma_1} \int_{\sigma_2} \mathbf{U}(\alpha, \beta, z) \exp[-i(\alpha x + \beta y)] d\alpha d\beta,$$

$$\mathbf{U}(\alpha, \beta, z) = \mathbf{K}_{N+1}(\alpha, \beta, \omega, z) \mathbf{Q},$$

где $\mathbf{K}_{N+1}(\alpha, \beta, \omega, z)$ — символ матрицы Грина слоистого полупространства, $\mathbf{U}(\alpha, \beta, z) = V^2 \mathbf{u}(x, y, z)$ — двукратное преобразование Фурье вектора перемещений, $\mathbf{Q} = \{0, 0, q\}$.

Алгоритмы вычисления элементов матрицы \mathbf{K} для слоистых структур приведены в [13–20], в том числе анизотропных [17, 19] и имеющих нарушения сплошности межслойного контакта [16, 17, 20].

Решение задачи (1.5)–(1.8) может быть построено с учетом наличия локализованного объемного источника в k -ом слое по алгоритму, представленному в [21].

2. Один подход к моделированию зоны дилатансии на основе теории вирусов вибропрочности

Если помимо воздействия поверхностной локализованной гармонической нагрузки в плоскостях раздела слоев содержатся плоские неоднородности типа жестких включений, занимающие односвязные области Ω_j , тогда граничные условия (1.3) запишутся в следующем виде:

$$\mathbf{u}_j|_{z=-h_j} = \mathbf{u}_{j+1}|_{z=-h_j}, \quad \boldsymbol{\tau}_j|_{z=-h_j} = \boldsymbol{\tau}_{j+1}|_{z=-h_j}, \quad j = \overline{1, N}, \quad (x, y) \notin \Omega_j, \quad (2.1)$$

В областях дефектов разрывы напряжений описывают векторы нагрузок

$$\mathbf{q}_j(x, y) = \boldsymbol{\tau}_j|_{z=-h_j} - \boldsymbol{\tau}_{j+1}|_{z=-h_j}, \quad (x, y) \in \Omega_j. \quad (2.2)$$

Образы Фурье компонент вектора перемещений в j -ом слое можно представить в виде

$$U_{kj}(\alpha, \beta, z) = \sum_{l=1}^3 \sum_{m=0}^N K_{kl}^{jm}(\alpha, \beta, z) Q_{lm}(\alpha, \beta), \quad -h_{j+1} \leq z \leq -h_j. \quad (2.3)$$

Здесь $U_{1j} = V^2 u_j$, $U_{2j} = V^2 v_j$, $U_{3j} = V^2 w_j$,

$$\mathbf{Q}_0 \equiv \mathbf{Q}, \quad \mathbf{Q}_m = \iint_{\Omega_m} \mathbf{q}_m(x, y) e^{i(\alpha x + \beta y)} dx dy.$$

Алгоритмы для построения матриц Грина слоистых структур с нарушениями межслойного контакта представлены в [16, 17, 20].

К дилатансионной зоне относят множество точек среды, в которых при известном поле напряжений выполняется условие вида [7]

$$D_\tau \equiv \tau - \gamma(P + \rho g z) - Y \geq 0, \quad (2.4)$$

где использованы обозначения: γ — коэффициент внутреннего трения ($\sim 0,5$); $P = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$ — гидростатическое давление; ρ — плотность среды; g — ускорение свободного падения; $z \leq 0$ — вертикальная координата точки; Y — сцепление породы ($\sim 3,10^6$ Па); τ — интенсивность касательных напряжений,

$$\tau = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

В области, где $D_\tau \geq 0$ касательные напряжения доминируют над сжимающими, условие (2.4) совпадает с критерием Шлейхера–Надаи, который удовлетворительно описывает начало процесса разрушения горных пород [7].

Компоненты тензора напряжений могут быть выражены через перемещения, соответственно, их трансформатны Фурье — через образы перемещений (2.3):

$$\begin{aligned} V^2 \sigma_{xx}^j &\equiv T_{11}^j = -i\alpha(\lambda_j + 2\mu_j)U_{1j} - i\lambda_j\beta U_{2j} + \lambda_j U_{3j}', \\ V^2 \tau_{xy}^j &\equiv T_{12}^j = -i\mu_j(\alpha U_{2j} + \beta U_{1j}), \\ V^2 \tau_{xz}^j &\equiv T_{13}^j = \mu_j(U_{1j}' - i\alpha U_{3j}), \\ V^2 \sigma_{yy}^j &\equiv T_{22}^j = -i\beta(\lambda_j + 2\mu_j)U_{2j} - i\lambda_j\alpha U_{1j} + \lambda_j U_{3j}', \\ V^2 \tau_{yz}^j &\equiv T_{23}^j = \mu_1(U_{2j}' - i\beta U_{3j}), \\ V^2 \sigma_{zz}^j &\equiv T_{33}^j = -i\lambda_j(\alpha U_{1j} + \beta U_{2j}) + (\lambda_j + 2\mu_j)U_{3j}'. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Для вычисления D_τ (2.4) в области выбранного слоя с номером j необходимо найти обращения Фурье девяти выражений, входящих в представления (2.5), что требует существенных

вычислительных затрат даже для рассмотренной модели изотропной слоистой среды. Анализ дилатансных образований в условиях статического нагружения позволяет вычислять интегралы по вещественным контурам.

В качестве областей занятых дефектами в одной плоскости можно также рассматривать объединения односвязных областей $\Omega_j \in \bigcup_{p=1}^{N_j} \Omega_{jp}$. Тогда

$$Q_m = \sum_{p=1}^{N_m} \iint_{\Omega_{pm}} q_{mp}(x, y) e^{i(\alpha x + \beta y)} dx dy, \quad m = \overline{1, N}.$$

Заключение

Описание геофизических процессов в сейсмоопасных регионах является на сегодняшний день одной из приоритетных задач. Интенсивное развитие методов управляемой активной сейсмологии, нацеленных на изучение внутренней структуры Земли, требует развития механико-математических моделей.

С использованием модели «земная кора – мантия» в виде пакета упругих слоев на деформируемом полупространстве описаны постановки задач оценки связи вариаций параметров вибросейсмического волнового поля с вариациями параметров среды в области очаговой дилатансии для гармонического источника.

Обсерваторские наблюдения подтверждают, что мелкофокусные землетрясения реализуются через разрушение горных пород, начиная с разрушения отдельностей в очаговой зоне [22]. В работе приведено теоретическое рассмотрение задачи определения показателя дилатансии, связанной с наличием в среде «вируса вибропрочности», формирующего динамическую структуру.

Литература [References]

1. Лаверов, Н.П., (ред.) *Изменение окружающей среды и климата. Т. 1. Сейсмические процессы и катастрофы.* ИФЗ РАН, Москва, 2008. [Laverov, N.P., (ed.) *Izmenenie okruzhayushchey sredy i klimata. T. 1. Seysmicheskie protsessy i katastrofy = Environmental and climate change. Vol. 1. Seismic processes and catastrophes.* Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 2008. (in Russian)]
2. Николаев, А.В., *Вибрационное просвечивание — метод исследования Земли.* В сб.: *Проблемы вибрационного просвечивания.* Наука, Москва, 1977. [Nikolaev, A.V., *Vibrational transillumination – a method for studying the Earth.* In: *Problemy vibratsionnogo prosvetchivaniya = Problems of vibration transillumination.* Nauka, Moscow, 1977. (in Russian)]
3. Алексеев, А.С., *Современные обратные задачи геофизики в проблеме многодисциплинарного прогноза землетрясений.* В сб.: *Развитие методов и средств экспериментальной геофизики. Вып. 1.* ИФЗ РАН, Москва, 1993. С. 9–24. [Alekseev, A.S., *Modern inverse problems of geophysics in the problem of multidisciplinary earthquake prediction.* In: *Razvitie metodov i sredstv eksperimental'noy geofiziki. Вып. 1 = Development of methods and means of experimental geophysics. Iss. 1.* Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 1993, pp. 9–24. (in Russian)]
4. Alekseev, A.S., A multidisciplinary mathematical model of combined foreshock for earthquake prediction research. *J. of Earthquake Prediction Research*, 1993, vol. 2, iss. 2, pp. 137–150.
5. Li, M., Jianmim, Ch., Qifu, Ch., Cuinpin, L., Features of precursor fields before and after the Datong–Yanggao earthquake swarm. *J. of Earthquake Prediction Research*, 1995, vol. 4, pp. 1–30.
6. Николаевский, В.Н., *Обзор: земная кора, дилатансия и землетрясения.* В сб.: *Успехи науки и техники.* Мир, Москва, 1982, с. 133–215. [Nikolaevsky, V.N., *Review: Earth's crust, dilatancy and earthquakes.* In: *Uspekhi nauki i tekhniki = Advances in science and technology.* Mir, Moscow, 1982, pp. 133–215. (in Russian)]
7. Цыбульчик, Г.М., (ред.) *Активная сейсмология с мощными вибрационными источниками.* ИВ-МиМГ СО РАН, филиал «Гео» изд-ва СО РАН, Новосибирск, 2004. [Tsybulchik, G.M., (ed.) *Aktivnaya seystmologiya s moshchnymi vibratsionnymi istochnikami = Active seismology with powerful vibrational sources.* Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, “Geo” branch of the Publishing house of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, 2004. (in Russian)]

8. Алексеев, А.С., Глинский, Б.М., Ковалевский, В.В., Пушной, Б.М., Вибросейсмические источники для глобальной томографии Земли. В сб.: *Развитие методов и средств экспериментальной геофизики*. ОИФЗ РАН, Москва, 1997, с. 142–148. [Aleksseev, A.S., Glinsky, B.M., Kovalevsky, V.V., Pushnoy, B.M., Vibroseismic sources for global tomography of the Earth. In: *Razvitie metodov i sredstv eksperimental'noy geofiziki = Development of methods and means of experimental geophysics*. Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 1997, pp. 142–148. (in Russian)]
9. Бабешко, В.А., Динамика сред при наличии совокупности неоднородностей или дефектов и теория вирусов вибропрочности. *Известия вузов. Сев.-Кавказ. регион. Естеств. науки*, 1998, № 1, с. 24–26. [Babeshko, V.A., Dynamics of media in the presence of a set of inhomogeneities or defects and the theory of vibration resistance viruses. *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Estestvennye nauki = Izvestiya vuzov. North Caucasian region. Natural Sciences*, 1998, no. 1, pp. 24–26. (in Russian)]
10. Николаев, А.В., Изучение Земли невзрывными сейсмическими источниками. В сб.: *Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками*. Наука, Москва, 1981, с. 5–29. [Nikolaev, A.V., The study of the Earth by non-explosive seismic sources. In: *Issledovanie Zemli nevzryvnymi seysmicheskimi istochnikami = Earth research by non-explosive seismic sources*. Nauka, Moscow, 1981, pp. 5–29. (in Russian)]
11. Barabanov, V.L., Nikolaev, A.V., Sobisevich, A.L., On effects of vibrations on water-saturated media. *Seismicity and related processes in the environment*, 1994, vol. 1, pp. 75–77.
12. Ворович, И.И., Бабешко, В.А., *Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей*. Наука, Москва, 1979. [Vorovich, I.I., Babeshko, V.A., *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey = Dynamical mixed problems of elasticity theory for nonclassical domains*. Nauka, Moscow, 1979. (in Russian)]
13. Бабешко, В.А., Глушков, Е.В., Зинченко, Ж.Ф., *Динамика неоднородных линейно-упругих сред*. Наука, Москва, 1989. [Babeshko, V.A., Glushkov, E.V., Zinchenko, Zh.F., *Dinamika neodnorodnykh lineynno-uprugikh sred = Dynamics of inhomogeneous linear elastic media*. Nauka, Moscow, 1989. (in Russian)]
14. Ворович, И.И., Бабешко, В.А., Пряхина, О.Д., *Динамика массивных тел и резонансные явления в деформируемых средах*. Научный мир, Москва, 1999. [Vorovich, I.I., Babeshko, V.A., Pryakhina, O.D., *Dinamika massivnykh tel i rezonansnye yavleniya v deformiruemyykh sredakh = Dynamics of massive bodies and resonance phenomena in deformable media*. Nauchniy mir, Moscow, 1999. (in Russian)]
15. Бабешко, В.А., Сыромятников, П.В., Метод построения символа Фурье матрицы Грина многослойного электроупругого полупространства. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 2002, № 5, с. 35–47. [Babeshko, V.A., Syromyatnikov, P.V., A method for constructing the Fourier symbol of the Green's matrix of a multilayer electroelastic half-space. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela = Proc. of the Russian Academy of Sciences. Rigid Body Mechanics*, 2002, no. 5, pp. 35–47. (in Russian)]
16. Пряхина, О.Д., Смирнова, А.В., Построение матриц-символов Грина динамических смешанных задач для слоистых сред с неоднородностями. *Известия вузов. Сев.-Кавказ. регион. Естеств. науки*. Нелинейные проблемы механики сплошной среды: спец. выпуск, 2003, с. 279–284. [Pryakhina, O.D., Smirnova, A.V., Construction of Green symbol matrices for dynamic mixed problems for layered media with inhomogeneities. *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Estestvennye nauki = Izvestiya vuzov. North Caucasian region. Natural Sciences*. Nonlinear problems of continuum mechanics: Special Issue, 2003, pp. 279–284. (in Russian)]
17. Зарецкая, М.В., Москвичев, С.В., Павлова, А.В., Плужник, А.В., Ратнер, С.В., Сыромятников, П.В., О смешанных задачах для многослойных анизотропных материалов со множественными неоднородностями. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2007, № 1, с. 35–41. [Zaretskaya, M.V., Moskvichev, S.V., Pavlova, A.V., Pluzhnik, A.V., Ratner, S.V., Syromyatnikov, P.V., On mixed problems for multilayer anisotropic materials with multiple inhomogeneities. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2007, no. 1, pp. 35–41. (in Russian)] EDN: TKCGZR
18. Глушков, Е.В., Глушкова, Н.В., Еремин, А.А., Михаськив, В.В., Метод слоистых элементов в динамической теории упругости. *Прикладная математика и механика*, 2009, т. 73, вып. 4, с. 622–634. [Glushkov, E.V., Glushkova, N.V., Eremin, A.A., Mikhaskiv, V.V., Method of layered elements in the dynamic theory of elasticity. *Prikladnaya matematika i mekhanika = Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, vol. 73, iss. 4, pp. 622–634. (in Russian)]
19. Karmazin, A., Kirillova, E., Seeman, W., Syromyatnikov, P., Methods of 3D steady-state oscillations of

- anisotropic multilayered structures applying the Green's functions. *Advances in Theoretical and Applied Mechanics*, 2010, vol. 3, iss. 9, pp. 425–450.
20. Колесников, М.Н., Павлова, А.В., Дифференциальный метод факторизации в исследовании динамики упругих сред с совокупностью дефектов. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2011, № 4, с. 36–44. [Kolesnikov, M.N., Pavlova, A.V., Differential factorization method in the study of the dynamics of elastic media with a set of defects. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2011, no. 4, pp. 36–44. (in Russian)] EDN: OUHGVV
 21. Евдокимова, О.В., Бабешко, О.М., Бабешко, В.А., О дифференциальном методе факторизации в неоднородных задачах. *Доклады Академии наук*, 2008, т. 418, № 3, с. 321–323. [Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M., Babeshko, V.A., On the differential factorization method in inhomogeneous problems. *Doklady Mathematics*, 2008, vol. 77, no. 1, pp. 140–142. (in Russian) DOI: [10.1134/s1064562408010353](https://doi.org/10.1134/s1064562408010353)]
 22. Собисевич, Л.Е., Собисевич, А.Л., Фатьянов, А.Г., *Длиннопериодные сейсмогравитационные процессы в литосфере*. ИФЗ РАН, Москва, 2020. [Sobisevich, L.E., Sobisevich, A.L., Fatyanov, A.G., *Dlinnoperiodnye seismogravitatsionnye protsessy v litosfere = Long-period seismogravitational processes in the lithosphere*. Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 2020. (in Russian)]