

УДК 539.3

EDN: ROASGI DOI: 10.31429/vestnik-20-3-66-73

## К моделированию волнового процесса вблизи шовной зоны литосферных структур

М. Н. Колесников , И. С. Телятников  

Кубанский государственный университет, ул. Ставропольская, 149, Краснодар, 350040, Россия

✉ Телятников Илья Сергеевич; ORCID 0000-0001-8500-2133; e-mail: [ilux\\_t@list.ru](mailto:ilux_t@list.ru)

*Аннотация.* Рассматривается задача моделирования прохождения гармонического сигнала через разлом. Исследуется модель системы покрытие – подложка. Деформируемое основание (подложка) описывается моделью линейной теории упругости. В работе представлен аналитико-численный метод решения краевых задач об установившихся колебаниях упругой среды с покрытием, моделируемым протяженными пластинами, для которых принимаются параметры, осредненные по толщине. Приведены результаты численной реализации разработанных алгоритмов для задачи, моделирующей динамику контактирующих литосферных отдельных, находящихся под действием поверхностной нагрузки, для одного из возможных условий контакта на разломе. Присутствие структур резонансного типа обычно обосновывается результатами наблюдений в обсерваторских экспериментах и интерпретации геолого-геофизических материалов. В основе развиваемого в работе подхода лежит возможность использования для выявления разломов передвижных вибросейсмоисточников, производящих принимаемые на различных расстояниях моносигналы определенной частоты.

*Ключевые слова:* среда с покрытием, гармонический источник, прямолинейный разлом, факторизационный метод.

*Финансирование.* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда и Кубанского научного фонда (проект № 22-21-20032).

*Цитирование:* Колесников М. Н., Телятников И. С. К моделированию волнового процесса вблизи шовной зоны литосферных структур // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2023. Т. 20, № 3. С. 66–73. EDN: ROASGI. DOI: 10.31429/vestnik-20-3-66-73

Поступила 6 сентября 2023 г. После доработки 18 сентября 2023 г. Принято 21 сентября 2023 г. Публикация 29 сентября 2023 г.

Авторы внесли одинаковый вклад в подготовку рукописи. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Автор(ы), 2023. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## On the Modeling of the Wave Process Near the Seam Zone of Lithospheric Structures

M. N. Kolesnikov, I. S. Telyatnikov 

Kuban State University, Stavropolskaya str., 149, Krasnodar, 350040, Russia

✉ Ilya S. Telyatnikov; ORCID 0000-0001-8500-2133; e-mail: [ilux\\_t@list.ru](mailto:ilux_t@list.ru)

*Abstract.* In order to develop mechanical and mathematical methods for studying deformation-wave processes in the geological environment and the mechanisms of seismicity formation in the seam zones of lithospheric structures, we have solved the problems of modeling the passage of a harmonic signal through a fault. We consider the problem of modeling the passage of a harmonic signal through a fault and conduct a study of the coating-substrate system. Here the deformable foundation (substrate) is described by the model of the linear theory of elasticity. Structures with a fault are considered as a coating, for which the parameters averaged over the thickness are taken. The paper presents an analytical-numerical method for solving boundary value problems of steady-state vibrations in an elastic medium with a coating modeled by extended plates as well as the results of the numerical implementation of the developed algorithms for a problem simulating the dynamics of contacting lithospheric structures under the action of a surface load for one of the possible contact conditions on a fault. The presence of the resonant type structures is usually substantiated by the results of the observatory experiments and the interpretation of geological and geophysical materials. The approach developed in this paper is based on the possibility of using mobile vibroseismic sources to detect faults by producing mono-signals of a certain frequency which can be received at different distances.

*Keywords:* medium with coating, harmonic source, rectilinear fault, factorization method.

*Funding.* The work was carried out with financial support from the Russian Science Foundation and the Kuban Science Foundation (project no. 22-21-20032).

*Cite as:* Kolesnikov, M. N., Telyatnikov, I. S., On the modeling of the wave process near the seam zone of lithospheric structures. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2023, vol. 20, no. 3, pp. 66–73. DOI: 10.31429/vestnik-20-3-66-73

Received 6 September 2023. Revised 18 September 2023. Accepted 21 September 2023. Published 29 September 2023.

The authors contributed equally. The authors declare no competing interests.

© The Author(s), 2023. The article is open access, distributed under [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) license.

## Введение

Оценка напряжённо-деформированного состояния геофизической среды является необходимым условием снижения сейсмического риска. Изучение региональных закономерностей сейсмических процессов в пространственно-временном развитии требует активного использования физико-математических моделей, отражающих структурное строение геофизической среды. В прошлом веке идеи академика А.С. Алексеева инициировали развитие теоретических методов механико-математического мониторинга сложно построенных структур литосферы, включая моделирование волновых полей от источников различной природы, и на сегодняшний день проблемам создания адекватных моделей строения системы разномасштабных литосферных структур уделяется большое внимание [1–5 и др.].

Верхняя часть земной коры считается наиболее сейсмогенной зоной [1]. Медленные движения земной коры приводят к изменениям рельефа земной поверхности, которые могут провоцировать как природные, так и техногенные катастрофы (разрушение сооружений, железнодорожных и автомагистралей, разрывы газо- и нефтепроводов и т.д.). Так как механизмы землетрясений наряду с глобальными определяются и региональными, и локальными уровнями взаимодействия сегментов в системе земной коры, построение моделей разномасштабных взаимодействий разломно-блоковых структур в литосфере остается актуальным. Особого внимания заслуживают процессы в регионах, расположенных в шовных зонах литосферных образований различного ранга [5].

Присутствие структур резонансного типа обычно обосновывается результатами наблюдений в обсерваторских экспериментах и интерпретации геолого-геофизических материалов [1, 2]. Наличие разломов литосферных структур также пытаются выявить бурением. Однако такой способ носит локальный характер и может не дать достаточно надежных результатов.

В основе развиваемого в работе подхода лежит возможность использования для этих целей передвижных вибросейсмоисточников, производящих принимаемые на различных расстояниях моносигналы определенной частоты.

## 1. Задача о вибрации системы пластин на упругом основании

Рассматривается задача моделирования прохождения гармонического сигнала через разлом. Исследуется модель системы покрытие – подложка. Деформируемое основание (подложка) описывается моделью линейной теории упругости. Данные наблюдений свидетельствуют, что именно колебательные подвижки объёмов горной породы обуславливают характерные сейсмогравитационные и другие возмущения в геофизических полях [3]. Далее рассматриваются установившиеся вертикальные колебания упругой полосы с заземленной нижней гранью, перемещения точек которой удовлетворяют уравнениям Ляме. В качестве покрытия рассматриваются структуры с разломом, для которых принимаются параметры, осредненные по толщине. Декартова система координат  $x_1 O x_3$  введена на срединной поверхности пластин покрытия, для плоской постановки задачи центр ее совмещен с точкой контакта пластин. Одна из пластин (правая), обладающих различными механическими характеристиками, подвергается воздействию локального поверхностного источника.

Комплексные амплитуды  $u_{\pm}(x_1)$  установившихся гармонических колебаний пластин, расположенных в плоскости  $x_3 = 0$ , удовлетворяют скалярным уравнениям [6–8]

$$R_{\pm}(dx_1)u_{\pm}(x_1) - \varepsilon_{\pm}g_{\pm}(x_1) = b_{\pm}(x_1), \quad \pm x_1 > 0, \quad (1.1)$$

$$R_{\pm}(dx_1) = \varepsilon_{\pm 3} \frac{d^4}{dx_1^4} - \varepsilon_{\pm 4};$$

$g_{\pm}$  — комплексные амплитуды напряжений на нижней грани пластин;

$$b_{\pm}(x_1) = -\varepsilon_{\pm 5} t_{\pm}(x_1); \quad \varepsilon_{\pm, 3} = \frac{h_{\pm}^2}{12}; \quad \varepsilon_{\pm, 4} = \omega \rho_{\pm} \frac{1 - \nu_{\pm}^2}{E_{\pm}}; \quad \varepsilon_{\pm, 5} = \frac{1 - \nu_{\pm}^2}{E_{\pm} h_{\pm}},$$

$\nu_{\pm}$  — коэффициенты Пуассона,  $E_{\pm}$  — модули Юнга материалов пластин;  $h_{\pm}$  — толщины пластин. Локализованная поверхностная нагрузка  $t_{+}(x_1) = A\delta(x_1 - x_1^0)$ , сосредоточенная в  $x_1^0 > 0$ , амплитуда  $A > 0$ ;  $t_{-}(x_1) = 0$ .

Различные виды граничных условий в зоне стыковки пластин описаны в работах [9, 10]. Далее приведены результаты вычислительных экспериментов для случая, когда на краях пластин отсутствуют изгибающие моменты и задаются условия, называемые «вязким контактом», т.е. поперечная сила, действующая на край каждой пластины, пропорциональна разности скоростей пластин:

$$\left. \frac{d^2 u_{\pm}}{dx_1^2} \right|_{x_1=0} = 0; \quad -D_{\pm} \left. \frac{d^3 u_{\pm}}{dx_1^3} \right|_{x_1=0} = -ik\omega [u_{\mp}(x_1) - u_{\pm}(x_1)]. \quad (1.2)$$

Здесь  $D_{\pm} = \frac{E_{\pm} h_{\pm}^2}{12(1 - \nu_{\pm}^2)}$  — жесткости пластин.

Смещения верхней грани ( $x_3 = 0$ ) упругой полосы представляются в виде [11]

$$u(x_1, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} k(\xi_1 - x_1) g(\xi_1, 0) d\xi_1,$$

где  $u(x_1)$  и  $g(x_1)$  — соответственно амплитуды перемещений и напряжений,

$$k(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} K(\alpha_1, 0) \exp(-i\alpha_1 x_1) d\alpha_1,$$

для рассматриваемых вертикальных колебаний функция Грина  $K(\alpha_1) = K_{33}(\alpha_1, 0)$ , контур  $\sigma$  выбран соответственно принципу предельного поглощения [11].

На границе между основанием и покрытием трансформанты Фурье перемещений  $u(x_1, 0)$  и контактных давлений  $g(x_1, 0)$  связаны функциональным соотношением

$$U(\alpha_1) = K(\alpha_1) G(\alpha_1), \quad \alpha_1 \in \sigma. \quad (1.3)$$

Для трансформант Фурье по горизонтальной координате введены обозначения  $U(\alpha_1) = Vu(x_1, 0)$ ,  $G(\alpha_1) = Vg(x_1, 0)$ ,  $V$  — оператор прямого преобразования Фурье.

Идеальное сцепление с верхней гранью подложки предполагает

$$u_{\pm}(x_1) = u(x_1, 0), \quad g_{\pm}(x_1) = g(x_1, 0), \quad \pm x_1 > 0.$$

Таким образом, для интегральных характеристик имеем

$$U(\alpha_1) = U_{+}(\alpha_1) + U_{-}(\alpha_1), \quad G(\alpha_1) = G_{+}(\alpha_1) + G_{-}(\alpha_1), \quad \alpha_1 \in \sigma, \quad (1.4)$$

$$U_{\pm}(\alpha_1) = Vu_{\pm}(x_1), \quad G_{\pm}(\alpha_1) = Vg_{\pm}(x_1).$$

Метод собственных функций, описанный в работах [7, 8], дает следующее представление общих решений (1.1), удовлетворяющих условию ограниченности на заданных полупрямых и соответствующих принципу предельного поглощения:

$$u_{\pm}(x_1) = A_{\pm 1} e^{\mp q_{\pm} x_1} + A_{\pm 2} e^{\pm i q_{\pm} x_1} + V^{-1}(x_1) [R_{\pm}^{-1}(\alpha_1) (\varepsilon_{\pm 5} G_{\pm}(\alpha_1) + B_{\pm}(\alpha_1))], \quad \pm x_1 > 0, \quad (1.5)$$

где  $A_{\pm j}$ ,  $j = \overline{1, 2}$  — постоянные;  $V^{-1}$  — оператор обратного преобразования Фурье,  $q_{\pm} \in \mathbb{R}$ ,  $q_{\pm} > 0$  — корни уравнений

$$R_{\pm}(\alpha_1) = 0; \quad R_{\pm}(\alpha_1) = \varepsilon_{\pm 3} (\alpha_1 - q_{\pm}) (\alpha_1 - i q_{\pm}) (\alpha_1 + q_{\pm}) (\alpha_1 + i q_{\pm});$$

$$B_{+}(\alpha_1) = V b(x_1) = e^{i \alpha_1 x_1^0}; \quad B_{-}(\alpha_1) = 0.$$

В трансформантах соотношения (1.5) имеют вид

$$U_{\pm}(\alpha_1) = \frac{\pm i A_{\pm 1}}{\alpha_1 \pm i q_{\pm}} + \frac{\pm i A_{\pm 2}}{\alpha_1 \pm q_{\pm}} + \{R_{\pm}^{-1}(\alpha_1) [\varepsilon_{\pm 5} G_{\pm}(\alpha_1) + B_{\pm}(\alpha_1)]\}_{\sigma}^{\pm}, \quad \alpha_1 \in \sigma,$$

где  $G_{+}(\alpha_1)$  — функция, регулярная выше контура  $\sigma$ , а  $G_{-}(\alpha_1)$  — ниже. Представим последние слагаемые правой части в виде

$$\{R_{\pm}^{-1}(\alpha_1) [\varepsilon_{\pm 5} G_{\pm}(\alpha_1) + B_{\pm}(\alpha_1)]\}_{\sigma}^{\pm} = R_{\pm}^{-1}(\alpha_1) [\varepsilon_{\pm 5} G_{\pm}(\alpha_1) + B_{\pm}(\alpha_1)] - \{R_{\pm}^{-1}(\alpha_1) [\varepsilon_{\pm 5} G_{\pm}(\alpha_1) + B_{\pm}(\alpha_1)]\}_{\sigma}^{\mp}.$$

Произведя факторизацию этих выражений, трансформанты смещений пластин можно записать в форме

$$U_{\pm}(\alpha_1) = \frac{\pm i A_{\pm 1}}{\alpha_1 \pm i q_{\pm}} + \frac{\pm i A_{\pm 2}}{\alpha_1 \pm q_{\pm}} + R_{\pm}^{-1}(\alpha_1) [\varepsilon_{\pm 5} G_{\pm}(\alpha_1) + B_{\pm}(\alpha_1)] \mp \mp \frac{1}{4q_{\pm}^3 \varepsilon_{\pm 3}} \left[ \frac{\varepsilon_{\pm 5} G_{\pm}(\pm q_{\pm})}{\alpha_1 \mp q_{\pm}} + \frac{i \varepsilon_{\pm 5} G_{\pm}(\pm i q_{\pm})}{\alpha_1 \mp i q_{\pm}} + \frac{B_{\pm}(\pm q_{\pm})}{\alpha_1 \mp q_{\pm}} + \frac{i B_{\pm}(\pm i q_{\pm})}{\alpha_1 \mp i q_{\pm}} \right], \quad \alpha_1 \in \sigma. \quad (1.6)$$

В (1.6) значения  $G_{\pm}(\pm q_{\pm})$  являются неизвестными и подлежат определению.

Из (1.6) с учетом (1.3), (1.4) можно получить представления для трансформант  $U_{\pm}(\alpha_1)$  смещений поверхности пластин

$$U_{\pm} = (N_{\pm}^{\sigma})^{\pm 1} \left[ \{D_{+} Q_{0+}\}_{\sigma}^{\pm} + \{D_{-} Q_{0-}\}_{\sigma}^{\pm} + \sum_{j=1}^2 \left( A_{+j} \{D_{+} Q_{j+}\}_{\sigma}^{\pm} + A_{-j} \{D_{-} Q_{j-}\}_{\sigma}^{\pm} \right) + G_{+}(q_{+}) \{D_{+} Q_{1+}^q\}_{\sigma}^{\pm} + G_{+}(i q_{+}) \{D_{+} Q_{2+}^q\}_{\sigma}^{\pm} + G_{-}(-q_{-}) \{D_{-} Q_{1-}^q\}_{\sigma}^{\pm} + G_{-}(-i q_{-}) \{D_{-} Q_{2-}^q\}_{\sigma}^{\pm} \right]. \quad (1.7)$$

Здесь введены обозначения  $N_{\pm}^{\sigma}(\alpha_1)$  для результатов факторизации относительно контура  $\sigma$  в виде произведения  $N(\alpha_1) = N_{+}^{\sigma}(\alpha_1) N_{-}^{\sigma}(\alpha_1)$  функции

$$N(\alpha_1) = \{N_1(\alpha_1) R_{+}(\alpha_1)\}^{-1} N_2(\alpha_1) R_{-}(\alpha_1);$$

$$N_1(\alpha_1) = \varepsilon_{+5}^{-1} K(\alpha_1) - R_{+}^{-1}(\alpha_1); \quad N_2(\alpha_1) = \varepsilon_{-5}^{-1} K(\alpha_1) - R_{-}^{-1}(\alpha_1);$$

$$Q_{1\pm} = \frac{\pm i R_{\pm}}{\alpha_1 \pm i q_{\pm}}; \quad Q_{2\pm} = \frac{\pm i R_{\pm}}{\alpha_1 \pm q_{\pm}};$$

$$D_{\pm} = \varepsilon_{\pm 5} (N_{\pm}^{\sigma})^{-1} \{N_1(\alpha_1) R_{+}(\alpha_1)\}^{-1} K;$$

$$Q_{1\pm}^q = \pm \frac{R_{\pm}}{4q_{\pm}^3 \varepsilon_{\pm 3}} \frac{\varepsilon_{\pm 5}}{\alpha_1 \mp q_{\pm}}; \quad Q_{2\pm}^q = \pm \frac{R_{\pm}}{4q_{\pm}^3 \varepsilon_{\pm 3}} \frac{i \varepsilon_{\pm 5}}{\alpha_1 \mp i q_{\pm}};$$

$$Q_{0\pm} = B_{\pm} \pm \frac{R_{\pm}}{4q_{\pm}^3 \varepsilon_{\pm 3}} \left[ \frac{B_{\pm}(\pm q_{\pm})}{\alpha_1 \mp q_{\pm}} + \frac{iB_{\pm}(\pm iq_{\pm})}{\alpha_1 \mp iq_{\pm}} \right].$$

Функция  $N(\alpha_1)$  факторизуется приближенно, способы ее аппроксимации и факторизации подробно описаны в [8]. Использование для аппроксимации функций  $K(\alpha_1)$  и  $N(\alpha_1)$  с заданной точностью функций, допускающих несложную факторизацию, обеспечивает возможность нахождения оригиналов по интегральным трансформантам соотношений (1.7)  $U_{\pm}^A(\alpha_1) \approx U_{\pm}(\alpha_1)$  аналитически.

Выражения (1.7) для  $U_{\pm}^A(\alpha_1)$  включают неизвестные значения трансформант напряжений в нулях  $R_{\pm}(\alpha_1)$ . Для исключения  $G_+(q_1)$ ,  $G_+(iq_1)$ ,  $G_-(-q_2)$ ,  $G_-(-iq_2)$  из приближенных выражений для  $U_{\pm}^A(\alpha_1)$  находим  $U_+^A(q_1)$ ,  $U_+^A(iq_1)$ ,  $U_-^A(-q_2)$ ,  $U_-^A(-iq_2)$  и, подставив их вместо соответствующих трансформант смещений, определяем из линейной системы  $G_+(q_1)$ ,  $G_+(iq_1)$ ,  $G_-(-q_2)$ ,  $G_-(-iq_2)$ .

Далее из интегральных характеристик  $U_{\pm}^A(\alpha_1)$  путем применения обратного преобразования Фурье получим

$$u_{\pm}(x_1) \approx u_{\pm}^A(x_1) = V^{-1}U_{\pm}^A(\alpha_1), \quad \pm x_1 > 0.$$

Произвольные константы  $A_{\pm j}$ ,  $j = 1, 2$ , входящие в представление искомым смещений  $u_{\pm}^A(x_1)$ , определяются из граничных условий в области контакта пластин (1.2).

## 2. Результаты численного моделирования

Описанный алгоритм позволил провести расчеты для граничных условий (1.2) на стыке пластин при варьировании свойств покрытия и частоты.

Ниже все численные результаты приводятся в безразмерном виде, исходя из следующих значений параметров пластин покрытия:  $\rho_+ = \rho_- = 1$ ,  $\mu_+ = 1$ ,  $\nu_+ = \nu_- = 0,124$ . Линейные размеры отнесены к толщине правой пластины покрытия, а плотности — к величине плотности правой пластины. Для материала упругого основания  $\rho = 1,064$ ,  $\mu = 1,58$ . В качестве источника колебаний задана сосредоточенная вертикальная нагрузка в точке  $x_0 = 5$ . Безразмерная частота —  $\bar{\omega} = \omega h_+ \sqrt{\rho_+/\mu_+}$ , где  $\omega$  — размерная частота. Коэффициент  $k$  принят равным 0,5.

Жесткость левой пластины существенно влияет на амплитуду смещений поверхности за разломом. Так на рис. 1 приведены графики модуля, вещественной и мнимой частей смещения поверхности для случая  $\mu_-/\mu_+ = 5$  (рис. 1а) и  $\mu_-/\mu_+ = 0,2$  (рис. 1б) при  $\bar{\omega} = 2,5$ .

Смещения поверхности системы для одинаковых пластин покрытия для того же условия (1.2) представлены на рис. 2.

Рис. 3 иллюстрирует две отраженные от разлома моды для граничного условия (1.2) на частоте  $\bar{\omega} = 2$  для  $k = 0,5$ , темная линия соответствует вещественной части, светлая — мнимой. Левая пластина при этом является более жесткой, чем правая ( $\mu_-/\mu_+ = 5$ ). Рис. 4 соответствует значению  $k = 5$ .

В качестве примера на рис. 5 приведены частотные зависимости модуля смещения поверхности в различных точках. Очевидно, модуль смещения нагруженной пластины с ростом частоты меняется сильнее.

По приведенным результатам расчетов можно судить о влиянии характеристик пластин и частоты на картину волнового процесса в рассматриваемой структуре при «вязком» зацеплении элементов покрытия.

## Заключение

В работе представлен аналитико-численный метод решения краевых задач об установившихся колебаниях упругой среды с покрытием, моделируемым протяженными пластинами. Приведены результаты численной реализации разработанных алгоритмов для задачи, моделирующей динамику контактирующих литосферных структур, находящихся под действием поверхностной нагрузки, для одного из возможных условий контакта на разломе.

Рассмотренная в проекте математическая модель литосферных отдельностей корового уровня дает возможность исследовать характеристики напряженно-деформированного состояния структур с покрытием. Результаты могут быть использованы в целях определения наличия и типов разломов на основе данных измерений сигнала от виброисточника.

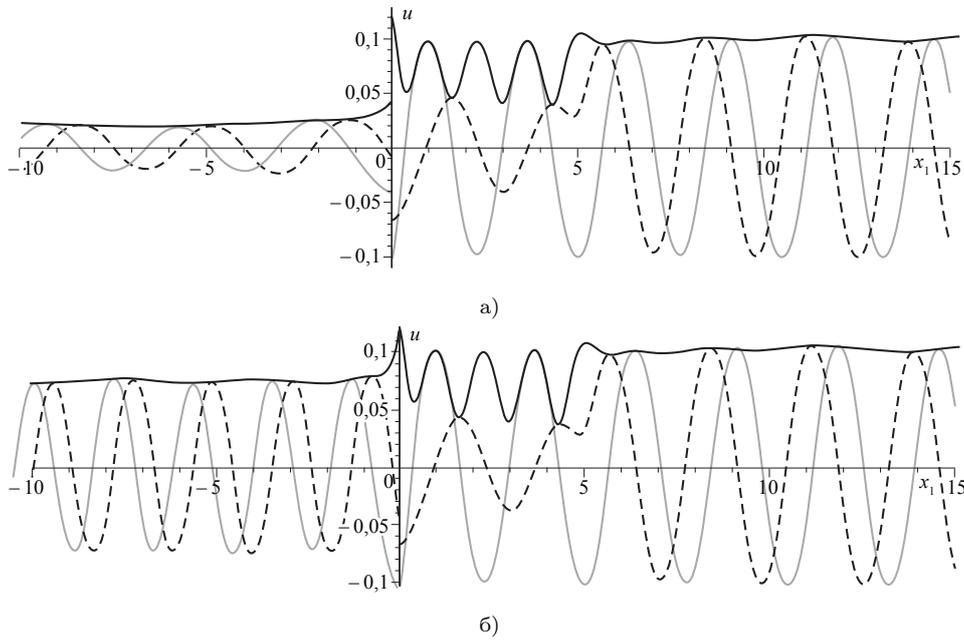


Рис. 1. Смещения поверхности для различных соотношений жесткости пластин, а) левая пластина более жесткая, б) правая пластина более жесткая: светлая линия — мнимая часть, темная пунктирная линия — вещественная часть, темная сплошная — модуль смещения

Fig. 1. Surface displacements for different ratios of plate stiffness, а) the left plate is more rigid, б) the right plate is more rigid: light line — imaginary part, dark dotted line — real part, dark solid — displacement modulus

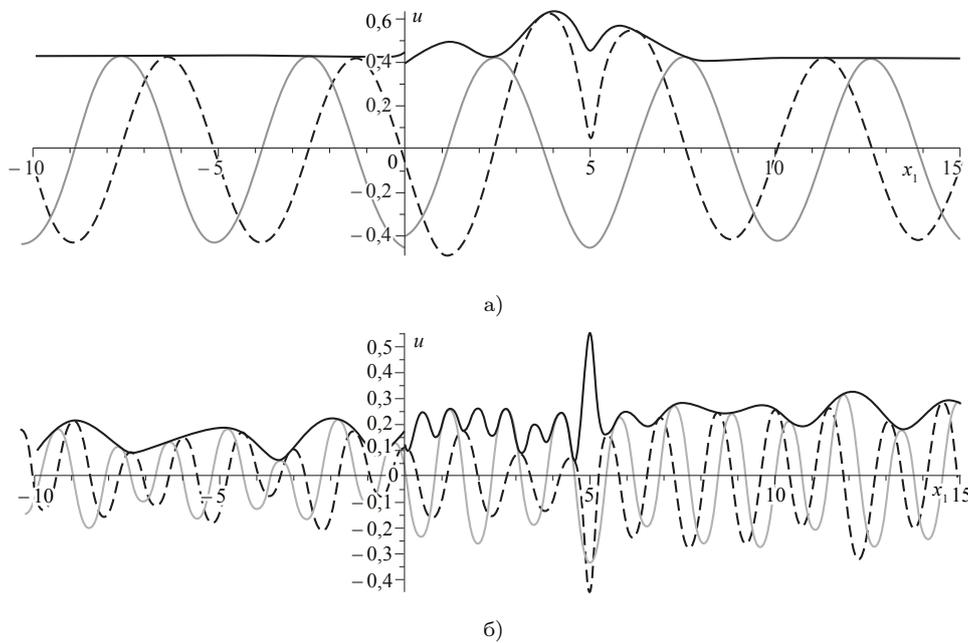


Рис. 2. Смещения поверхности для одинаковых пластин, а)  $\bar{\omega} = 1,8$ , б)  $\bar{\omega} = 4,1$ : светлая линия — мнимая часть, темная пунктирная линия — вещественная часть, темная сплошная — модуль смещения

Fig. 2. Surface displacements for identical plates, а)  $\bar{\omega} = 1.8$ , б)  $\bar{\omega} = 4.1$ : light line — imaginary part, dark dotted line — real part, dark solid — displacement modulus

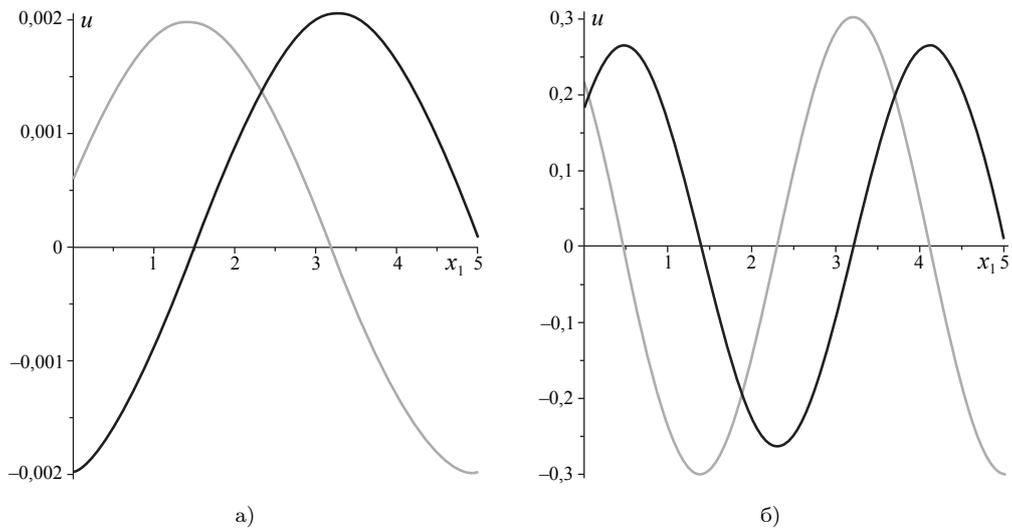


Рис. 3. Отраженные от разлома волны на частоте  $\bar{\omega} = 2$  для  $k = 0,5$ : а) первая мода, б) вторая  
 Fig. 3. Waves reflected from the fault at frequency  $\bar{\omega} = 2$  for  $k = 0,5$ : а) first mode, б) second

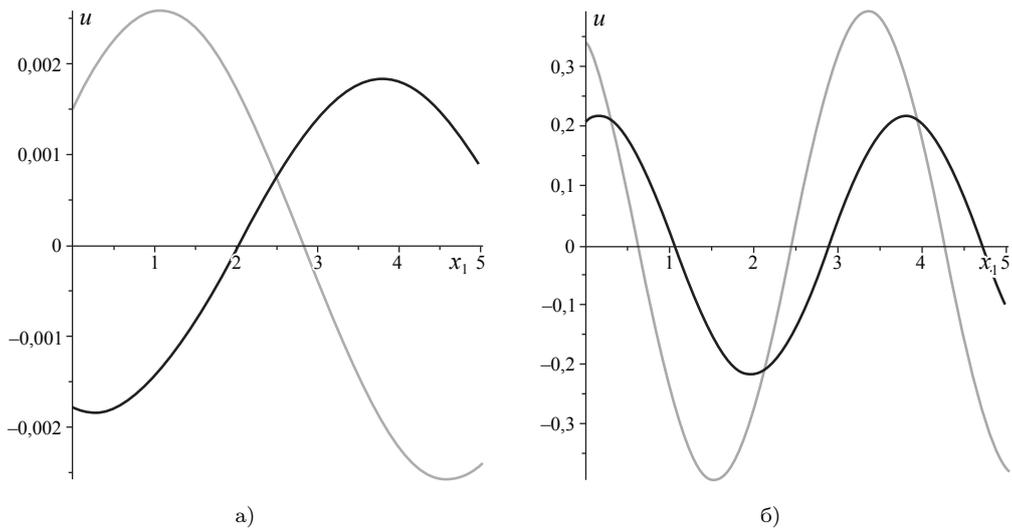


Рис. 4. Отраженные от разлома волны на частоте  $\bar{\omega} = 2$  для  $k = 5$ : а) первая мода, б) вторая  
 Fig. 4. Waves reflected from the fault at frequency  $\bar{\omega} = 2$  for  $k = 5$ : а) first mode, б) second

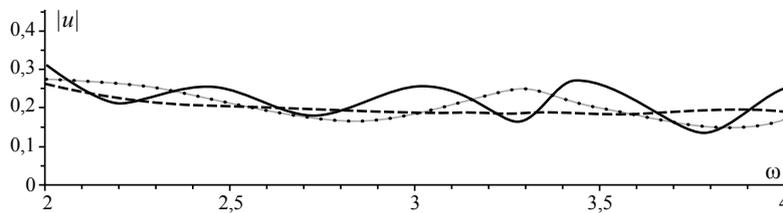


Рис. 5. Частотная зависимость модуля смещения поверхности в различных точках покрытия: сплошная линия — в точке правой пластины за источником  $x_1 = 10$ , линия с маркерами — в точке правой пластины перед источником  $x_1 = 2,5$ , пунктирная линия — в точке левой пластины  $x_1 = -5$   
 Fig. 5. Frequency dependence of the surface displacement modulus at various points of the coating: solid line – at the point of the right plate behind the source  $x_1 = 10$ , line with markers – at the point of the right plate in front of the source  $x_1 = 2,5$ , dotted line – at the point of the left plate  $x_1 = -5$

Помимо сейсмологии и геофизики (изучении индуцированной региональной сейсмичности, решении задач вибрационной геофизики, геологическом картировании) результаты могут в дальнейшем представлять интерес для таких областей как материаловедение (изучение динамики вертикальных дефектов в тонкостенных элементах). Предложенный подход может быть обобщен для случая слоистого основания, а также оснований сложной структуры. Разработанный метод применим без принципиальных изменений для решения задач с многослойным основанием, при этом могут быть использованы предложенные алгоритмы.

## Литература [References]

1. Лаверов, Н.П. (ред.), *Изменение окружающей среды и климата. Т. 1 Сейсмические процессы и катастрофы*. Москва, ИФЗ РАН, 2008. [Laverov, N.P. (ed.), *Izmenenie okruzhayushchey sredy i klimata. T. 1 Seysmicheskie protsessy i katastrofy = Environmental and climate change. T. 1 Seismic processes and disasters*. Moscow, IPE RAS, 2008. (in Russian)]
2. Di Toro, G., Han, R., Hirose, T., De Paola, N., Nielsen, S., Mizoguchi, K., Ferri, F., Cocco, M., Shimamoto, T., Fault lubrication during earthquake. *Nature*, 2011, vol. 471, pp. 494–498. DOI: [10.1038/nature09838](https://doi.org/10.1038/nature09838)
3. Собисевич, Л.Е., Собисевич, А.Л., Фатьянов, А.Г., *Длиннопериодные сейсмогравитационные процессы в литосфере*. Москва, ИФЗ РАН, 2020. [Sobisevich, L.E., Sobisevich, A.L., Fatyanov, A.G., *Dlinnoperiodnyye seysmogravitatsionnyye protsessy v litosfere = Long-period seismogravitational processes in the lithosphere*. Moscow, IFZ RAN, 2020. (in Russian)]
4. Садовский, М.А., Болховитинов, Л.Г., Писаренко, В.Ф., *Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс*. Москва, Наука, 1987. [Sadovsky, M.A., Bolkhovitinov, L.G., Pisarenko, V.F., *Deformirovaniye geofizicheskoy sredy i seysmicheskiy protsess = Deformation of the geophysical medium and seismic process*. Moscow, Nauka, 1987. (in Russian)]
5. Варшанина, Т.П., Коробков, В.Н., Плисенко, О.А., Солодухин, А.А., *Структурно подобная геодинамическая модель Краснодарского края и республики Адыгея*. Москва-Майкоп, Издательский дом Камертон, 2011. [Varshanina, T.P., Korobkov, V.N., Plisenko, O.A., Solodukhin, A.A., *A structurally similar geodynamic model of the Krasnodarsky Region and the Republic of Adygea*. Moscow-Maikop, Kamerton Publishing House, 2011. (in Russian)]
6. Бабешко, В.А., Бабешко, О.М., Евдокимова, О.В., К проблеме исследования материалов с покрытиями. *Доклады Академии наук*, 2006, т. 410, № 1, с. 49–52. [Babeshko, V.A., Babeshko, O.M., Evdokimova, O.V., On the problem of studying materials with coatings. *Doklady Akademii nauk = Rep. of the Academy of Sciences*, 2006, vol. 410, no. 1, pp. 49–52. (in Russian)]
7. Babeshko, V.A., Telyatnikov, I.S., Pavlova, A.V., Kolesnikov, M.N., About one approach in prevention of the emerging dangerous phenomena caused by the existence of defect in continuous media. In: Altenbach, H., Mkhitarjan, S.M., Hakobyan, V., Sahakyan, A.V. (eds), *Solid Mechanics, Theory of Elasticity and Creep. Advanced Structured Materials*, 2023, vol. 185, pp. 57–76. DOI: [10.1007/978-3-031-18564-9\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-031-18564-9_5)
8. Колесников, М.Н., Павлова, А.В., Телятников, И.С., К исследованию влияния дефекта покрытия на поверхностный волновой процесс. *Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки*, 2022, № 4, с. 29–41. [Kolesnikov, M.N., Pavlova, A.V., Telyatnikov, I.S., On the study of the influence of a coating defect on the surface wave process. *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Estestvennyye nauki = Bull. of Universities. North Caucasus region. Natural Sciences*, 2022, no. 4, pp. 29–41. (in Russian)]
9. Вольмир, А.С., *Нелинейная динамика пластинок и оболочек*. Москва, Наука, 1972. [Volmir, A.S., *Nelineynaya dinamika platinok i obolochek = Nonlinear dynamics of plates and shells*. Moscow, Nauka, 1972. (in Russian)]
10. Гольденвейзер, А.Л., *Теория упругих тонких оболочек*. Москва, Наука, 1976. [Goldenweiser, A.L., *Teoriya uprugikh tonkikh obolochek = Theory of elastic thin shells*. Moscow, Nauka, 1976. (in Russian)]
11. Ворович, И.И., Бабешко, В.А., *Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей*. Москва, Наука, 1979. [Vorovich, I.I., Babeshko, V.A., *Dinamicheskie smeshannyye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey = Dynamic mixed problems of the theory of elasticity for non-classical domains*. Moscow, Nauka, 1979. (in Russian)]