

УДК 531.39

EDN: NUBNXZ DOI: 10.31429/vestnik-22-1-18-28

Математическая модель движения колесного судна. Часть I

П. Г. Великанов  , Ю. П. Артюхин 

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ,
ул. К. Маркса, 10, Казань, 420111, Россия

✉ Великанов Пётр Геннадьевич; ORCID 0000-0003-0845-2880; SPIN 5880-7620; e-mail: pvelikanov@mail.ru

Аннотация. В статье дается описание математической модели движения судна по спокойной воде при помощи отталкивания плиц (лопастей) двух вращающихся колес от воды с учетом дискретной периодичной их работы. В этом случае движущая сила колес является переменной величиной, зависящей от скорости движения судна, и заранее неизвестна. Управляющим параметром является постоянная угловая скорость колеса. В статье также был исследован вопрос об управлении судном так, чтобы оно при причаливании к пристани не получило удар о препятствие. Было убедительно показано, что практически невозможно избежать удара о препятствие.

Ключевые слова: движение колесного судна, рабочие колеса с плицами, флюгирование колес, обобщенные функции, причаливание судна к пристани.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.



Цитирование: Великанов П. Г., Артюхин Ю. П. Математическая модель движения колесного судна. Часть I // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2025. Т. 22, № 1. С. 18–28. EDN: NUBNXZ. DOI: 10.31429/vestnik-22-1-18-28

Поступила 7 ноября 2024 г. После доработки 13 марта 2024 г. Принято 15 марта 2025 г. Публикация 27 марта 2025 г.

Вклад каждого соавтора в процесс написания статьи на разных этапах ее создания: идея работы (Артюхин Ю.П.), вычисления и расчеты (Артюхин Ю.П., Великанов П.Г.), написание статьи, внесение правок и утверждение окончательного варианта (Артюхин Ю.П., Великанов П.Г.). Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Автор(ы), 2025. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

A Mathematical Model of the Movement of a Wheeled Vessel. Part I

P. G. Velikanov  , Yu. P. Artyukhin

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, 10, K. Marx st., Kazan, 420111, Russia

✉ Peter G. Velikanov; ORCID 0000-0003-0845-2880; e-mail: pvelikanov@mail.ru

Abstract. The article describes a mathematical model of the movement of a vessel in calm water by repelling the plates (blades) of two rotating wheels from the water, taking into account their discrete periodic operation. In this case, the driving force of the wheels is a variable value, depending on the speed of the vessel, and is unknown in advance. The control parameter is the constant angular velocity of the wheel. The article also investigated the issue of steering the vessel so that it does not get hit by an obstacle when mooring to the pier. It has been convincingly shown that it is almost impossible to avoid hitting an obstacle.

Keywords: movement of a wheeled vessel, impellers with plates, wheel weathering, generalized functions, mooring of the vessel to the pier.

Funding. The study did not have sponsorship.

Cite as: Velikanov, P. G., Artyukhin, Yu. P., A mathematical model of the movement of a wheeled vessel. Part I. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2025, vol. 22, no. 1, pp. 18–28. DOI: 10.31429/vestnik-22-1-18-28

Received 7 November 2024. Revised 13 March 2024. Accepted 15 March 2025. Published 27 March 2025.

The contribution of each co-author to the process of writing an article at different stages of its creation: the idea of the work (Y.P. Artyukhin), calculations (Y.P. Artyukhin, P.G. Velikanov), writing the article, making edits and approving the final version (Y.P. Artyukhin, P.G. Velikanov). The authors declare no competing interests.

© The Author(s), 2025. The article is open access, distributed under [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) license.

Введение

Колесное судно — это приводящееся двигателем в движение с помощью гребных колес судно. Существует два типа колёсных судов — заднеколёсные с одним или двумя гребными колёсами на корме и суда с бортовыми гребными колёсами — по колесу с каждого борта. Оба типа широко используются в качестве речных судов, совершающих туристические рейсы (также гребные колёса продолжают активно использоваться буксирами и небольшими прогулочными лодками (велосипедами-катамаранами) с педальным приводом) [1, 2].

В первой половине XIX в. гребные колеса, приводимые в движение с помощью паровых двигателей, были главным движителем колесных судов. К концу XIX в. гребные колёса на море были в значительной степени вытеснены более эффективными гребными винтами, которые имели более высокий КПД, особенно в бурной или открытой воде.

Но как гребное колесо, так и гребной винт имеют свои ярко выраженные преимущества и недостатки, поэтому у каждого типа движителя есть свои ниши, где их стоит максимально безопасно и экономически эффективно использовать.

В статье речь идет именно о движителях в виде гребных колес, переживающих в настоящее время свой ренессанс, о чем могут свидетельствовать, например, многочисленные проекты [3], связанные с несомненными преимуществами гребных колес: кормовое гребное колесо в условиях ограниченной осадки судна создает упор, намного превышающий упор гребного винта; бортовые гребные колёса позволяют разворачиваться почти на месте; гребные колёса обеспечивают большую силу тяги с места, что удобно для буксиров (буксиров-толкачей, теплоходов), а также позволяет им иметь меньшую осадку; гребные колеса, в отличие от гребных винтов, ремонтпригодны.

В статье активно используется аппарат теории обобщенных функций [4–6], успешно применяемый для реализации различных разновидностей метода граничных элементов [7–26], с привлечением пакета символьной математики WolframMathematica [27, 28].

1. Постановка и решение задач

Основная трудность построения математической модели заключается в создании функции движущей силы судна на всем интервале времени движения с учетом дискретности работы плиц (лопастей). В качестве такой функции предлагается использовать кусочно-непрерывную (разрывную) функцию угла поворота колеса при непрерывном времени, которая позволяет успешно интегрировать дифференциальное уравнение движения. На рис. 1 изображено судно массы M , движение которого определяется в неподвижной системе координат (X, Y) расстоянием $S(t)$. Если в момент времени t судно приобретет скорость $v(t)$ с помощью движущих сил $Q(v(t), \omega)$, то судно будет испытывать сопротивление $R(v(t))$. Здесь ω постоянная угловая скорость вращающихся колес.

Дифференциальное уравнение движения судна имеет вид

$$M \frac{d^2 S(t)}{dt^2} = -R(v(t)) + 2Q(v(t), \omega), \quad (1.1)$$

где $R(v(t)) = k_p \operatorname{sign}(v)v^2 = k_p \operatorname{sign}(\dot{S})\dot{S}^2$; $k_p = c_x A \frac{\rho}{2}$ — величина, пропорциональная динамической вязкости; $\operatorname{sign}()$ — функция знака; $c_x = 0,1$ — коэффициент сопротивления для хорошо

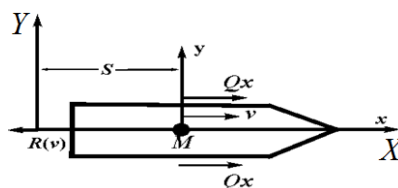


Рис. 1. Математическая модель судна

Fig. 1. Mathematical model of a vessel

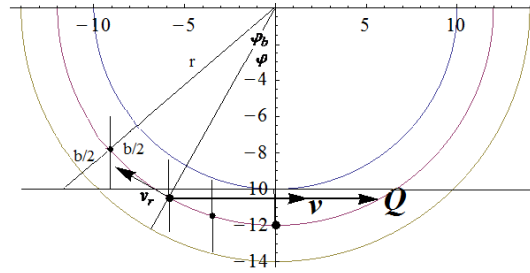


Рис. 2. Модель гребного колесного судна

Fig. 2. Model of a paddle wheel vessel

обтекаемых тел; A — поперечная площадь подводной части судна; $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды. Считая глубину судна ниже ватерлинии 2 м, ширину 30 м, $k_p = 3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}$.

2. Моделирование работы реального рабочего колеса

Гребное колесо судна сконструировано так, чтобы плицы входили в воду и выходили из воды ребром, не вызывая всплесков, на которые затрачивалась бы непроизводительная работа машины [29]. На рис. 2 показана схема такого колеса. Колесо радиуса r касается горизонта воды. Плица высотой b имеет в середине шарнир, который позволяет ей при помощи рычагов, прикрепленных к колесу, поворачиваться в плоскости колеса. Тем самым удастся сделать движение плицы поступательным параллельно вертикальной плоскости. На рис. 2 φ_b — угол входа и выхода плицы в воду, φ — произвольное положение шарнира, $|\varphi(t)| \leq \varphi_b$. Плица вращается с угловой скоростью $\omega = \dot{\varphi}$, имеет относительную скорость $v_r = \omega(r + b/2)$ и переносную скорость судна $v(t)$. В результате сопротивления воды возникает тяга $2Q(t)$.

Рассмотрим работу одной плицы в момент её вхождения и выхода из воды. На рис. 2 изображена половина рабочего колеса радиуса r , касающегося горизонта воды, и плицы высотой b и шириной a . Произвольное положение радиуса $r + b/2$ определяется углом $\varphi(t)$. В начальный момент времени (момент вхождения плицы в воду) обозначим через $\varphi(0) = -\varphi_b$, а выхода из воды через $\varphi(T) = \varphi_b$. Здесь T — период работы одной плицы в воде.

Изменение угла $\varphi(t) = -\varphi_b + \omega t$ в интервале $(0 \leq t \leq T)$, поэтому

$$T = \frac{2\varphi_b}{\omega}, \quad \omega = \frac{2\varphi_b}{T}. \quad (2.1)$$

Следовательно,

$$\varphi(\tau) = \varphi_b(2\tau - 1), \quad \tau = \frac{t}{T} \quad (0 \leq \tau \leq 1). \quad (2.2)$$

Допустим, что $\varphi_b = \pi/12$. Сделаем аналитическое продолжение функции $\varphi(\tau)$ для $1 \leq \tau \leq 2$. На рис. 3 приведен ее график.

При $\tau > 1$ в работу должна включиться следующая плица и совершить поворот на угол $|\varphi(\tau)| \leq \varphi_b$. Следовательно, прямую BC нужно поступательно, параллельно самой себе опустить вертикально вниз на величину $2\varphi_b$ (рис. 4).

В результате получается кусочно-непрерывная функция с разрывами при целых значениях τ , которую можно записать с помощью обобщенных функций Хевисайда

$$F(\tau) = \varphi(\tau) [e(\tau) - e(\tau - 1)] + [\varphi(\tau) - 2\varphi_b] [e(\tau - 1) - e(\tau - 2)] \quad (0 \leq \tau \leq 2), \quad (2.3)$$

где $e(\tau - 1) = \begin{cases} 1, & \tau > 1; \\ 0, & \tau < 1 \end{cases}$ — функция Хевисайда [4–6].

Делая аналитическое продолжение до $N_p + 1$ периодов и пользуясь методом индукции, создадим функцию углов поворота для интервала $0 \leq \tau \leq N_p + 1$ вида

$$F(\tau, N_p) = \sum_{k=0}^{N_p+1} [(\varphi(\tau) - 2k\varphi_b)(e(\tau - k) - e(\tau - k - 1))]. \quad (2.4)$$

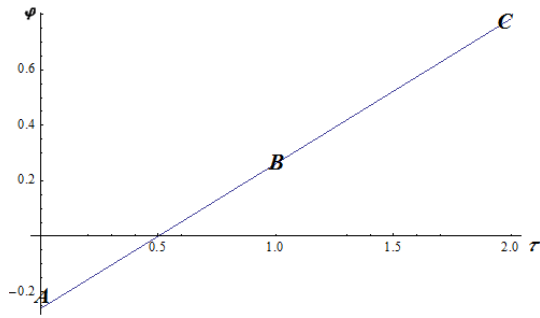


Рис. 3. График функции $\varphi(\tau)$

Fig. 3. Graph of the function $\varphi(\tau)$

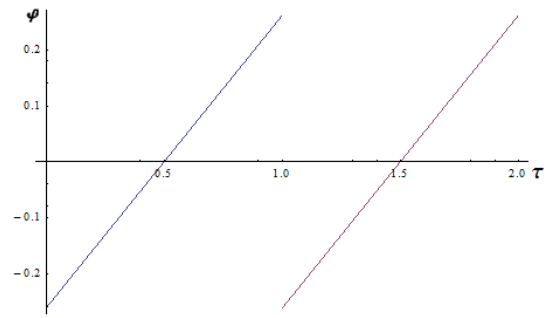


Рис. 4. Преобразование функции $\varphi(\tau)$

Fig. 4. Transformation of the function $\varphi(\tau)$

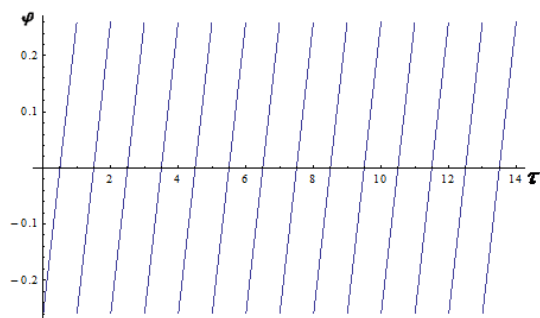


Рис. 5. Функция $\varphi(\tau)$ при $N_p = 13$
($0 \leq \tau \leq N_p + 1$)

Fig. 5. Function $\varphi(\tau)$ with $N_p = 13$ ($0 \leq \tau \leq N_p + 1$)

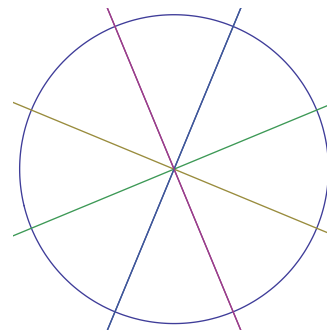


Рис. 6. Рабочее колесо с 8-ью плицами

Fig. 6. 8-spline impeller

Действительно, при $N_p = 13$ получаем следующую картину (рис. 5).

Теперь необходимо выбрать количество плиц, по которым определим отношение $\xi_1 = b/r$. Очевидно, что количество плиц должно быть целым числом. Также целым числом должно быть отношение $\pi/\varphi_b = n_p$, которое совпадает с числом плиц. Задавая число плиц $n_p = 8$, получим угол размаха плиц $\varphi_b = \pi/8$. Из рис. 2 следует

$$(r + b/2) \cos \varphi_b + b/2 = r. \quad (*)$$

Откуда

$$\xi_1 = \frac{2(1 - \cos \varphi_b)}{1 + \cos \varphi_b} = \frac{b}{r} = 0,0791323. \quad (2.5)$$

При $r = 10$ м, $b \approx 79$ см. Ширину плицы возьмем равной $a = 3$ м. Общее представление рабочего колеса с 8 плицами приведено на рис. 6.

Теперь необходимо определить, с какой силой плица отталкивается от воды. Очевидно, с такой же силой, с какой плица испытывает сопротивление при движении в воде. Сила сопротивления тонкой пластинки потоку жидкости вычисляется по следующей формуле [30,31]:

$$Q = \frac{1}{2} c_x^p A \rho u^2,$$

где $c_x^p = 1,11$ — коэффициент сопротивления тонкой пластинки (плицы), ρ — плотность воды, A — площадь плицы в воде, u — скорость потока жидкости, перпендикулярная плице. Из рис. 7 следует, что смоченная часть плицы AB равна опусканию ее FE . Тогда

$$\frac{AB}{r} = \left(1 + \frac{\xi_1}{2}\right) (\cos \varphi - \cos \varphi_b) = g_p(\varphi). \quad (2.6)$$

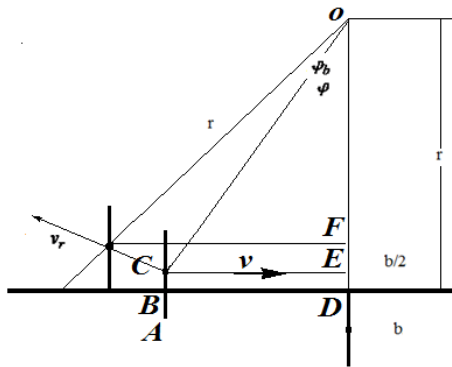
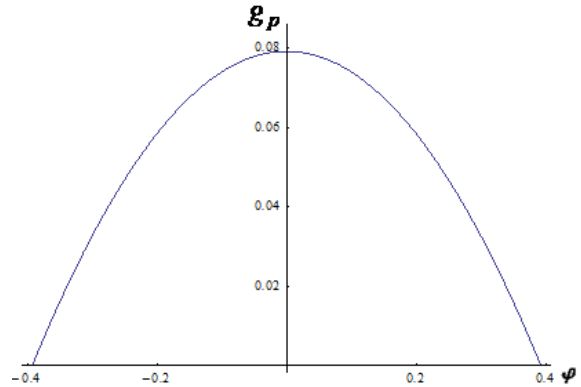


Рис. 7. Исследование плицы

Fig. 7. Plate research

Рис. 8. Функция $g_p(\varphi)$ Fig. 8. Function $g_p(\varphi)$

Действительно, $g_p(\varphi_b) = 0$, а согласно (*) $g_p(0) = \xi_1$. Функция $g_p(\varphi)$ периодическая, пропорциональная тяге судна и в пределах периода имеет вид (рис. 8).

Площадь работающей плицы $A(\varphi) = \arg g_p(\varphi)$.

Середина плицы участвует в двух движениях: во вращательном движении с угловой скоростью ω и в переносном со скоростью судна v . Относительная скорость движения жидкости по нормали к плице будет

$$u(\varphi(t)) = \left(r + \frac{b}{2}\right) \omega \cos \varphi(t) - v(\varphi(t)). \quad (2.7)$$

Окончательное выражение для горизонтальной движущей силы судна от двух колес будет

$$2Q(t) = c_x^p \rho a \arg g_p(\varphi(t)) \operatorname{sign}(u) u^2. \quad (2.8)$$

Приведем дифференциальное уравнение (1.1) к безразмерному виду, исключая из (2.7) по формуле (2.1) ω

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + \frac{rk_p}{M} \operatorname{sign} \left(\frac{d\xi}{d\tau} \right) \left(\frac{d\xi}{d\tau} \right)^2 = c_x^p \frac{ar^2}{M} \rho g_p(F[\tau, N_p]) \operatorname{sign}(U) U^2, \quad (2.9)$$

где

$$\xi = \frac{S}{r}, \quad U = U(\tau) = 2\varphi_b \left(1 + \frac{\xi_1}{2} \right) \cos F[\tau, N_p] - \frac{d\xi}{d\tau}.$$

Численно интегрируя уравнение (2.9) при помощи пакета символьной математики Wolfram Mathematica [27, 28]

```
sL=NDSolve[{s1,xi[0]==0,xi'[0]==0},xi,{tau,0,2 502},MaxSteps->150000][[1]]
```

в интервале $0 \leq \tau \leq 1004$ периодов при нулевых начальных условиях и при $M = 10^6$ кг, $r = 10$ м, $a = 3$ м, $k_p = 3 \cdot 10^3$ кг/м, $\varphi_b = \pi/8$, получим интерполяционную функцию

```
xi=xi(tau)=InterpolatingFunction[{{0.,1004.}},<>],
```

которая содержит 37052 узловых значений. При интегрировании допускается 150 000 максимальных шагов. Кривая $\xi = \xi(\tau)$ показана на рис. 9. Значение безразмерного пути в конце кривой $\xi(1000) = 338,3$.

Судно до значения времени $t = 20T$ с ускоряется, а затем движется равномерно. Зависимость периода работы плицы T от угловой скорости ω в соответствии с (2.1) показаны в табл. 1.

Так как $\xi = 338,3 = S/r$, $r = 10$ м, то реальный путь $S = 3,383$ км. Если колесо вращается с угловой скоростью $\omega = \pi/2$ 1/с, то один оборот колесо делает за 4 секунды. Но $\tau = t/T = 1000$.

Таблица 1. Зависимость периода работы плицы T от угловой скорости ω

$\omega, 1/c$	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$	$5\pi/8$
T, c	2	1	$2/3$	$1/2$	$2/5$

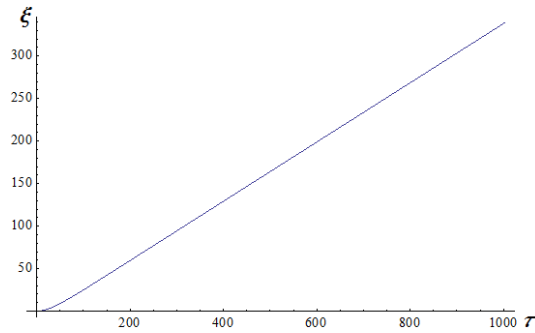
Рис. 9. Функция $\xi = \xi(\tau)$ безразмерного пути

Fig. 9. The function $\xi = \xi(\tau)$ of the dimensionless path

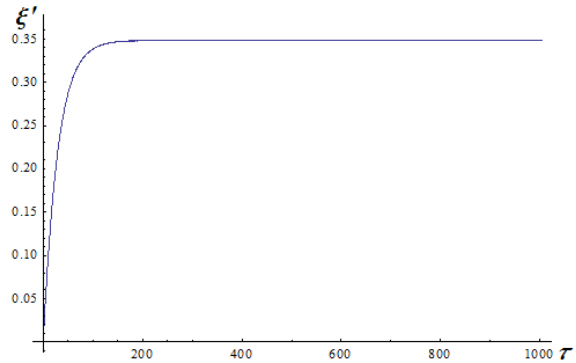
Рис. 10. График предельной скорости $\xi' = \xi'(\tau)$

Fig. 10. Graph of the maximum speed $\xi' = \xi'(\tau)$

Реальное время $t = 1000$, $T = 1000/2 = 500$ с = 8,33 мин (так как $T = 1/2$). Тогда за это время колесо сделает 125 оборотов.

На рис. 10 приведена предельная скорость $\xi' = \xi'(\tau)$, значение которой равно

$$\frac{d\xi}{d\tau}(1000) = \frac{T}{r} \frac{dS}{dt} = 0,348355.$$

Реальная предельная скорость набирается в течение 8,33 мин и достигает $v = dS/dt = 0,348355r/T = 25081$ м/ч = 25,081 км/ч.

При угловой скорости $\omega = \pi/2$ 1/с и колесе с 8 плицами период $T = 1/2$ с судно достигает предельную скорость $v_8 = 25,1$ км/ч. При той же угловой скорости и колесе с 12 плицами $T = 1/3$ с, а $v_{12} = 19,6$ км/ч, но высота плиц вдвое ниже. Эффективность составляет 28 % ($v_8/v_{12} = 1,28$).

Тягу судна $q = q(\tau)$ от двух рабочих колес во времени (рис. 11) представим в виде

$$q(\tau) = c_x^p \frac{a r^2}{M} \rho g_p (F[\tau, N_p]) U^2. \quad (2.10)$$

Причем, $q(0,5) = 0,0173251$. Тяга в начальный момент времени $t = \tau T = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$ с равна $2Q = qMr/T^2 = (0,0173251 \cdot 10^6 \cdot 10/0,25 = 693\,004$ Н = 69\,300,4 кгс = 69,3 тс (при $M = 10^6$ кг; $r = 10$ м; $T = 0,5$ с; $\omega = \pi/2$; $\tau = 0,5$; $t = 0,25$). Тяга по прошествии 500 с уменьшается в 3,013 раза. Подсчитаем развиваемую мощность на отрезке 3383 м

$$\frac{69\,300 \cdot 3383}{3,013 \cdot 500 \cdot 75} = 2075 \text{ л.с.}$$

Существует переходный период, когда сначала максимальная движущая сила резко возрастает, затем уменьшается в 3 раза и стремится к максимальной постоянной величине. Функция расхода топлива двигателя судна будет иметь аналогичный вид в виду ее пропорциональности функции q . На рис. 12 показана безразмерная скорость потока воды $U = U(\tau)$ во времени.

Действительная максимальная скорость потока воды из-под колес в начальный момент времени $u = r \cdot U/T$, поэтому $u(t = 0,25 \text{ с}) = 16,2$ м/с, в установившемся потоке без учета периодических колебаний $u(t = 495 \text{ с}) = 9,4$ м/с

$$\{0,810848 \cdot 10/0,5, 0,468113 \cdot 10/0,5\} = \{16,217, 9,36226\}.$$

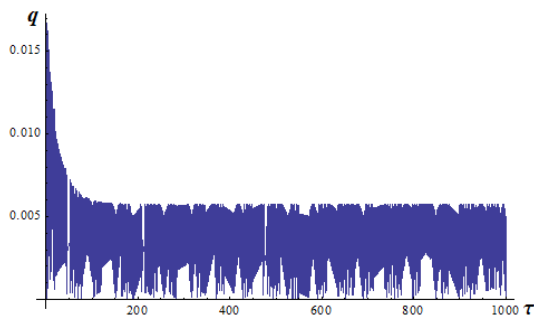


Рис. 11. График тяги судна $q(\tau)$ от двух рабочих колес

Fig. 11. Graph of ship thrust $q(\tau)$ from two working wheels

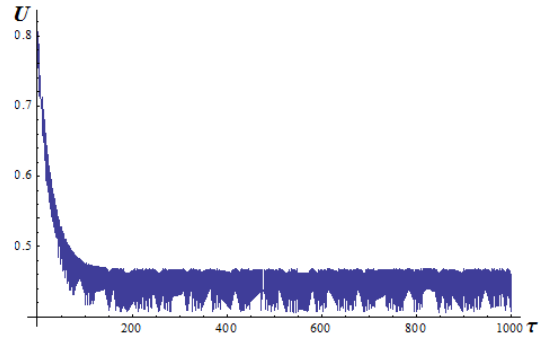


Рис. 12. График безразмерной скорости потока воды $U = U(\tau)$

Fig. 12. Graph of dimensionless water flow velocity $U = U(\tau)$

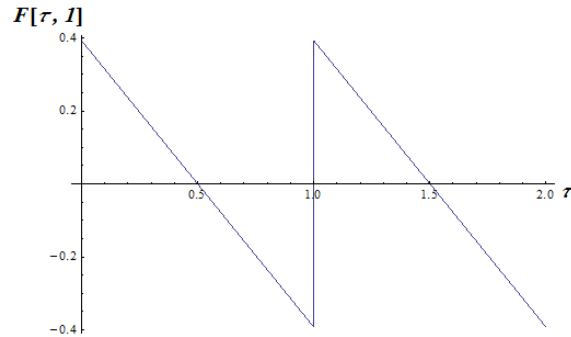


Рис. 13. Закон изменения угла поворота плиц при торможении

Fig. 13. The law of change of the angle of rotation of the plates during braking

3. Причаливание судна к пристани

Причаливание судна к пристани представляет не только теоретический, но и практический интерес. Вопрос состоит в том, как управлять судном так, чтобы оно при причаливании к пристани не получило удар о препятствие? Ответ на поставленный вопрос представляется дискуссионным. С одной стороны, по утверждению лунного баллистика Лидова М.Л. практически невозможно плавно причалить корабль к пристани (космический корабль к околоземной станции) [32], но, с другой стороны, оказывается, что чисто теоретически этого добиться можно, но лишь за бесконечное время.

Рассмотрим движение судна, прошедшего некоторое расстояние при $\xi = \xi(0)$ и набравшего скорость при $\xi' = \xi'(0)$. Попробуем затормозить его движение с помощью рабочего колеса, вращающегося против часовой стрелки (в отрицательном направлении) с постоянной угловой скоростью ω . Оказывается выведенные выражения для функции угла поворота $\varphi(\tau)$ полностью пригодны для расчетов при торможении, в которых начальный угол отклонения плицы нужно взять с минусом, т.е. поменять φ_b на $-\varphi_b$.

На рис. 13 показан закон изменения угла поворота плиц при торможении.

Проинтегрируем численно модифицированные уравнения (2.9) при начальных условиях $\xi(0) = 338,304$, $\xi'(0) = 0,34836$ (эти начальные условия являются конечными значениями движения судна при $\tau = 1000$, когда рабочее колесо вращалось по часовой стрелке во время разгона) для нового интервала времени $0 \leq \tau \leq 250$, $N_p = 250$

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + \frac{rk_p}{M} \operatorname{sign}\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right) \left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2 = c_x^p \frac{ar^2}{M} \rho g_p(F[\tau, N_p]) \operatorname{sign}(U) U^2 [e(\tau) - e(\tau - 20)],$$

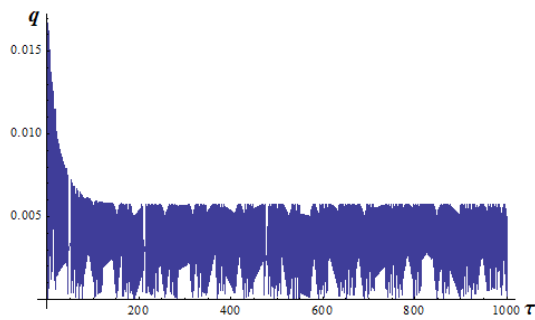


Рис. 14. Функция $\xi = \xi(\tau)$ безразмерного пути при торможении судна

Fig. 14. Function $\xi = \xi(\tau)$ of the dimensionless path during ship braking

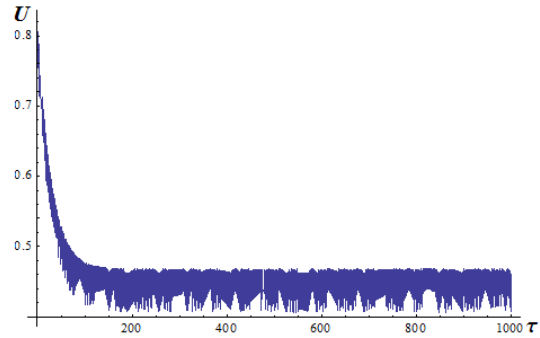


Рис. 15. График предельной скорости $\xi' = \xi'(\tau)$ при торможении судна

Fig. 15. Graph of the maximum speed $\xi' = \xi'(\tau)$ during vessel braking

где

$$\xi = \frac{S}{r}, \quad U = U(\tau) = 2\varphi_b \left(1 + \frac{\xi_1}{2} \right) \cos F[\tau, N_p] - \frac{d\xi}{d\tau}.$$

В отличие от уравнения (2.9) здесь введен множитель $[e(\tau) - e(\tau - 20)]$, который позволяет остановить рабочее колесо в момент времени $\tau = 20$. Затем судно движется по инерции. Этот момент времени выбран из условия максимума пути торможения и обращения скорости в нуль (более точное значение $\tau = 20,4548$). В силу того, что только при целом значении τ плица выходит из воды, а поэтому при отключении двигателя она не может участвовать в торможении судна. Результат торможения судна показан на рис. 14.

Судно стартует из точки $S(0) = 3,383$ км со скоростью $\dot{S}(0) = 25,1$ км/ч и за $t = 10$ с (момент отключения двигателя) проходит, несмотря на торможение по инерции, расстояние 30,45 м до момента времени ($\tau = 20$). Колесо крутится против часовой стрелки с угловой скоростью $\omega = \pi/2$ 1/с. Скорость судна падает до величины $v = dS/dt = 0,00490323 \cdot r/T = 0,098$ м/с = 9,8 см/с. $\dot{S}(20) = 9,8$ см/сек. В этот момент двигатель отключается и в течение 1,9 мин. судно проходит еще 11,1 м/с той же постоянной скоростью 9,8 см/с ($\tau = 250$) (рис. 15).

Реальная скорость падает с 25,1 км/ч в течение 10 с и до $v = dS/dt = 0,00490323 \cdot r/T = 0,098$ м/с = 9,8 см/с после остановки двигателя пройдет еще $(250 - 20)\tau = 230\tau$ или реальное время $230 \cdot 0,5 = 115$ с = 1,9 мин. судно пройдет по инерции 11,1 м причала, имея в этот момент скорость 9,5 см/с (при этом следует учесть, что как только двигатель отключен, то угловая скорость колеса равна нулю. Нарушается связь с периодом работы плицы. Тем не менее, период в силу непрерывности сохраняем, равным 0,5 с).

Задача состоит в том, чтобы попытаться погасить эту скорость. Для этого рассмотрим два случая:

1) вязкий удар с помощью двух автомобильных покрышек. Допустим, что погашение скорости происходит за счет деформации двух шин толщиной 0,2 м. Если принять деформацию, равной 0,5, то средней силой вязкого удара (согласно теореме об изменении кинетической энергии) будет $Pe = 44\,988$ Н = 4498 кгс = 4,5 тс. Кинетическая энергия судна и её изменение в конце причала ($\tau = 250$). $Te = M \cdot v^2(250)/2 = 4498,77$ кг \cdot (м/с)² = $Pe \cdot 0,1$ м, $M = 10^6$ кг, $Te \rightarrow 10^6 \cdot 0,0948554^2/2$, $Te \rightarrow 4498,77345458 = Pe \cdot 0,1$, $Pe = 44988$ Н = 4498 кгс = 4,5 тс.

2) упругий удар. Изменение количества движения ($\tau = 250$) до остановки (упругий удар о причал за 0,2 с) равно импульсу. Откуда сила будет $Pl = 474\,277$ Н = 47 428 кгс = 47,4 тс. $L = Mv(250) = Pl \cdot 0,2$. Сила упругого удара $Pl = 474\,277$ Н = 47 428 кгс = 47,4 тс:

$$10^6 \cdot 0,0948554/0,2 = 474\,277.$$

Такой удар, безусловно, может разрушить причал. Этот результат свидетельствует о том, что практически невозможно избежать удара о причал.

Заключение

В статье приведено описание математической модели движения судна по спокойной воде при помощи отталкивания плиц (лопастей) двух вращающихся колес от воды с учетом дискретной периодичной их работы. Также был исследован вопрос об управлении судном так, чтобы оно при причаливании к пристани не получило удар о препятствие. Было убедительно показано, что практически невозможно избежать удара о препятствие.

Литература [References]

1. Paine, L.P., *Ships of the World*. Houghton-Mifflin, 1997.
2. Ewen, W.H., *Days of the Steamboats*. Mystic Seaport Museum, 1988.
3. Гребное колесо – новые проекты. *seatech.ru*. URL: <http://www.seatech.ru/rus/different/newwheels.htm> (дата обращения: 19.10.2024).
4. Гельфанд, И.М., Шилов, Г.Е., *Обобщенные функции и действия над ними*. Москва, Добросвет, 2000. [Gelfand, I.M., Shilov, G.E., *Obobshchennye funktsii i deystviya nad nimi = Generalized functions and actions on them*. Moscow, Dobrosvet, 2000. (in Russian)]
5. Шилов, Г.Е., *Математический анализ. Второй специальный курс*. Москва, Изд-во МГУ, 1984. [Shilov, G.E., *Matematicheskii analiz. Vtoroy spetsial'nyy kurs = Mathematical analysis. The second special course*. Moscow, Moscow State University, 1984. (in Russian)]
6. Владимиров, В.С., Жаринов, В.В., *Уравнения математической физики*. Москва, Физико-математическая литература, 2000. [Vladimirov, V.S., Zharinov, V.V., *Urvneniya matematicheskoy fiziki = Equations of mathematical physics*. Moscow, Physical and mathematical literature, 2000. (in Russian)]
7. Шевченко, В.П., *Интегральные преобразования в теории пластин и оболочек*. Донецк, Донецкий государственный университет, 1977. [Shevchenko, V.P., *Integral'nye preobrazovaniya v teorii plastin i obolochek = Integral transformations in the theory of plates and shells*. Donetsk, Donetsk State University, 1977. (in Russian)]
8. Артюхин, Ю.П., Грибов, А.П., *Решение задач нелинейного деформирования пластин и пологих оболочек методом граничных элементов*. Казань, Фэн, 2002. [Artyukhin, Yu.P., Gribov, A.P., *Reshenie zadach nelineynogo deformirovaniya plastin i pologikh obolochek metodom granichnykh elementov = Solving problems of nonlinear deformation of plates and flat shells by the method of boundary elements*. Kazan, Feng, 2002. (in Russian)]
9. Грибов, А.П., Великанов, П.Г., Применение преобразования Фурье для получения фундаментального решения задачи изгиба ортотропной пластины. В *Труды Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи»*, 2004, ч. 3, с. 67–71. [Gribov, A.P., Velikanov, P.G., Application of the Fourier transform to obtain a fundamental solution to the problem of orthotropic plate bending. In *Trudy Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii "Matematicheskoe modelirovanie i kraevye zadachi"* = *Proc. of the All-Russian Scientific Conference "Mathematical modeling and boundary value problems"*, 2004, pt. 3, pp. 67–71. (in Russian)]
10. Великанов, П.Г., Исследование термомеханического изгиба длинной полой цилиндрической панели методом граничных интегральных уравнений. В *Труды 3-го Международного форума «Актуальные проблемы современной науки. Естественные науки»*. Ч. 3. Самара, Изд-во СамГТУ, 2007, с. 15–19. [Velikanov, P.G., Investigation of thermomechanical bending of a long flat cylindrical panel by the method of boundary integral equations. In *Trudy Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii "Matematicheskoe modelirovanie i kraevye zadachi"* = *Trudy 3-go Mezhdunarodnogo foruma "Aktual'nye problemy sovremennoy nauki. Estestvennye nauki"*. Chast 3 = *Proc. of the 3rd International Forum "Actual problems of modern Science. Natural Sciences. Pt. 3"*. Samara, Publishing House of SamSTU, 2007, pp. 15–19. (in Russian)]
11. Великанов, П.Г., Метод граничных интегральных уравнений для решения задач изгиба изотропных пластин, лежащих на сложном двухпараметрическом упругом основании. *Известия Саратовского университета. Сер. Математика. Механика. Информатика*, 2008, т. 8, вып. 1, с. 36–42. [Velikanov, P.G., The method of boundary integral equations for solving bending problems of isotropic plates lying on a complex two-parameter elastic base. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Seria Matematika. Mekhanika. Informatika* = *Proc. of the Saratov University. Ser. Mathematics. Mechanics. Informatics*, 2008, vol. 8, iss. 1, pp. 36–42. (in Russian)]

12. Великанов, П.Г., Куканов, Н.И., Халитова, Д.М., Нелинейное деформирование цилиндрической панели ступенчато-переменной жесткости на упругом основании методом граничных элементов. В *Всероссийская научная конференция с международным участием. Актуальные проблемы механики сплошной среды – 2020*, 2020, с. 111–115. [Velikanov, P.G., Kukanov, N.I., Khalitova, D.M., Nonlinear deformation of a cylindrical panel of step-variable stiffness on an elastic base by the method of boundary elements. In *Vserossiyskaya nauchnaya konferentsiya s mezhdunarodnym uchastiem “Aktual’nye problemy mekhaniki sploshnoy sredy – 2020” = All-Russian scientific conference with international participation “Actual problems of continuum mechanics – 2020”*, 2020, pp. 111–115. (in Russian)]
13. Великанов, П.Г., Артюхин, Ю.П., Куканов, Н.И., Изгиб анизотропной пластины методом граничных элементов. В *Актуальные проблемы механики сплошных сред*, 2020, с. 105–111. [Velikanov, P.G., Artyukhin, Yu.P., Kukanov, N.I., Anisotropic plate bending by the boundary elements method. In *Aktual’nye problemy mekhaniki sploshnykh sred = Actual problems of continuum mechanics*, 2020, pp. 105–111. (in Russian)]
14. Великанов, П.Г., Куканов, Н.И., Халитова, Д.М., Использование непрямого метода граничных элементов для расчета изотропных пластин на упругом основании Винклера и Пастернака-Власова. *Вестник Самарского университета. Естественная серия*, 2021, т. 27, № 2, с. 33–47. [Velikanov, P.G., Kukanov, N.I., Khalitova, D.M., The use of the indirect boundary element method for the calculation of isotropic plates on an elastic base of Winkler and Pasternak-Vlasov. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya = Bulletin of Samara University. Natural Science Series*, 2021, vol. 27, no. 2, pp. 33–47. (in Russian)]
15. Великанов, П.Г., Халитова, Д.М., Решение задач нелинейного деформирования анизотропных пластин и оболочек методом граничных элементов. *Вестник Самарского университета. Естественная серия*, т. 27, № 2, 2021. с. 48–61. [Velikanov, P.G., Khalitova, D.M., Solving problems of nonlinear deformation of anisotropic plates and shells by the boundary element method. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya = Bulletin of Samara University. Natural Science Series*, vol. 27, no. 2, 2021. pp. 48–61. (in Russian)]
16. Великанов, П.Г., Артюхин, Ю.П., Общая теория ортотропных оболочек. Часть I. *Вестник Самарского университета. Естественная серия*, 2022, т. 28, № 1–2, с. 46–54. [Velikanov, P.G., Artyukhin, Yu.P., General theory of orthotropic shells. Pt. I. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya = Bulletin of Samara University. Natural Science series*, 2022, vol. 28, no. 1–2, pp. 46–54. (in Russian)]
17. Великанов, П.Г., Артюхин, Ю.П., Общая теория ортотропных оболочек. Часть II. *Вестник Самарского университета. Естественная серия*, 2022, т. 28, № 3–4, с. 40–52. [Velikanov, P.G., Artyukhin, Yu.P., General theory of orthotropic shells. Pt. II. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya = Bulletin of Samara University. Natural Science series*, 2022, vol. 28, no. 3–4, pp. 40–52. (in Russian)]
18. Великанов, П.Г., Артюхин, Ю.П., Математические аналогии для решения задач прочности, устойчивости и колебаний ортотропных пластин и оболочек. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2022, т. 19, № 3, с. 47–54. [Velikanov, P.G., Artyukhin, Yu.P., Mathematical analogies for solving problems of strength, stability and vibrations of orthotropic plates and shells. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of the scientific centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2022, vol. 19, no. 3, pp. 47–54. (in Russian)] EDN: JYGZJI DOI: [10.31429/vestnik-19-3-47-54](https://doi.org/10.31429/vestnik-19-3-47-54)
19. Великанова, Н.П., Великанов, П.Г., Проверка утверждения академика Новожилова Г.В. о влиянии погрешности в определении напряжений на величину погрешности в определении ресурса на примере основных деталей двигателя. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2022, т. 19, № 4, с. 48–56. [Velikanova, N.P., Velikanov, P.G., Verification of the statement of academician Novozhilov G.V. on the influence of the error in determining stresses on the magnitude of the error in determining the resource on the example of the main engine parts. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of the scientific centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2022, vol. 19, no. 4, pp. 48–56. (in Russian)] EDN: JZYKZX DOI: [10.31429/vestnik-19-4-48-56](https://doi.org/10.31429/vestnik-19-4-48-56)
20. Velikanov, P., Solution of contact problems of anisotropic plates bending on an elastic base using the compensating loads method. *E3S Web of Conferences*, 2023, vol. 402 (International Scientific Siberian Transport Forum – TransSiberia 2023), art. 11010. DOI: [10.1051/e3sconf/202340211010](https://doi.org/10.1051/e3sconf/202340211010)

21. Великанов, П.Г., Артюхин, Ю.П., Исследования по динамике рамных конструкций. *Геосистемы переходных зон*, 2023, vol. 7, no. 2, с. 180–195. [Velikanov, P.G., Artyukhin, Yu.P., Research on the dynamics of frame structures. *Geosistemy perekhodnykh zon = Geosystems of transition zones*, 2023, vol. 7, no. 2, pp. 180–195. (in Russian)]
22. Великанов, П.Г., Артюхин, Ю.П., Исследование по динамике многоэтажных зданий. *Геосистемы переходных зон*, 2023, т. 7, № 3, с. 304–315. [Velikanov, P.G., Artyukhin, Yu.P., Research on the dynamics of multi-storey buildings. *Geosistemy perekhodnykh zon = Geosystems of transition zones*, 2023, vol. 7, no. 3, pp. 304–315. (in Russian)]
23. Великанов, П.Г., Математические аналогии и аналогии для решения задач методом граничных элементов. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2024, т. 21, № 1, с. 6–20. [Velikanov, P.G., Mathematical analogies and analogies for solving problems by the boundary element method. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of the scientific centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2024, vol. 21, no. 1, pp. 6–20. (in Russian)] EDN: WRVRQN DOI: [10.31429/vestnik-21-1-6-20](https://doi.org/10.31429/vestnik-21-1-6-20)
24. Великанов, П.Г., Артюхин, Ю.П., Исследование композитов в виде слоистых ортотропных оболочек. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2024, т. 21, № 2, с. 23–34. [Velikanov, P.G., Artyukhin, Yu.P., Investigation of composites in the form of layered orthotropic shells. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of the scientific centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2024, vol. 21, no. 2, pp. 23–34. (in Russian)] EDN: YPNJFT DOI: [10.31429/vestnik-21-2-23-34](https://doi.org/10.31429/vestnik-21-2-23-34)
25. Великанов, П.Г., Артюхин, Ю.П., Исследование композитов с помощью уравнений общей теории ортотропных оболочек в комплексной форме. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2024, т. 21, № 3, с. 6–15. [Velikanov, P.G., Artyukhin, Yu.P., Investigation of composites using the equations of the general theory of orthotropic shells in a complex form. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of the scientific centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2024, vol. 21, no. 3, pp. 6–15. (in Russian)] EDN: ERCRUG DOI: [10.31429/vestnik-21-3-6-15](https://doi.org/10.31429/vestnik-21-3-6-15)
26. Великанов, П.Г., Альтернативные методы получения фундаментальных решений дифференциальных уравнений с частными производными для изотропных материалов. Часть I. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2024, т. 21, № 4, с. 6–22. [Velikanov, P.G., Non-traditional methods for obtaining fundamental solutions of partial differential equations for isotropic materials. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of the scientific centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2024, vol. 21, no. 4, pp. 6–22. (in Russian)] EDN: DMWKQC DOI: [10.31429/vestnik-21-4-6-22](https://doi.org/10.31429/vestnik-21-4-6-22)
27. Артюхин, Ю.П., Гурьянов, Н.Г., Котляр, Л.М., *Система Математика 4.0 и ее приложения в механике*. Казань, Казанское математическое общество, Изд-во КамПИ, 2002. [Artyukhin Y.P., Guryanov N.G., Kotlyar L.M., *The Mathematics 4.0 system and its applications in mechanics*. Kazan, Kazan Mathematical Society, Publishing House of CamPI, 2002. (in Russian)]
28. Великанов, П.Г., *Основы работы в системе Mathematica*. Казань, Изд-во Казанского гос. техн. ун-та, 2010. [Velikanov, P.G., *Fundamentals of work in the Mathematica system*. Kazan, Publishing House of Kazan State Technical University, 2010. (in Russian)]
29. Ландсберг Г.С. (ред.) *Элементарный учебник физики, т. 1. Механика. Теплота. Молекулярная физика*. М.: Физматлит, 2010. [Landsberg, G.S. (ed.), *Elementary physics, vol. 1. Mechanics. Warmth. Molecular Physics*. Moscow, Fizmatlit, 2010. (in Russian)]
30. Кошкин, Н.И., Васильчикова, Е.Н., *Элементарная физика*. Москва, АО «Столетие», 1996. [Koshkin, N.I., Vasilchikova, E.N., *Elementary physics*. Moscow, JSC “Stoletye 1996. (in Russian)]
31. Кухлинг, Х., *Справочник по физике*. Москва, Мир, 1985. [Kuhling, H., *Handbook of Physics*. Moscow, Mir, 1985. (in Russian)]
32. Арнольд, В.И., *Что такое математика?* Москва, МЦНМО, 2002. [Arnold, V.I., *What is mathematics?* Moscow, ICNMO, 2002. (in Russian)]