

УДК 539.3

EDN: BQWGUC DOI: 10.31429/vestnik-22-3-6-12

## Исследование динамического поведения цилиндрических оболочек эллиптической формы при осесимметричной импульсной нагрузке

**А. И. Канарейкин**  

Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе (МГРИ),  
ул. Миклухо-Маклая, 23, 117997, Москва, Россия

✉ Канарейкин Александр Иванович; ORCID 0000-0001-9108-7495; SPIN 1939-9504; e-mail: [kanareykins@mail.ru](mailto:kanareykins@mail.ru)

**Аннотация.** В статье рассматриваются вопросы, связанные с динамическим поведением цилиндрических оболочек эллиптической формы при осесимметричной импульсной нагрузке. В процессе исследования получены результаты численного моделирования поведения слоистых композитных оболочек эллиптической формы при динамических осевых ударных нагрузках. В ходе проведения эксперимента использовались различные последовательности слоев оболочки, их поведение сравнивалось при ударном нагружении в течение различных временных периодов. Отмечено, что цилиндрические оболочки испытывают динамические нагрузки на смятие, которые превышают статические, если их продолжительность очень мала по сравнению с естественным периодом системы, и меньше статической нагрузки на смятие при более длительных периодах. Соотношение между динамической и статической нагрузкой на смятие имеет практическое значение, поскольку дает прямое представление о несущей способности оболочек, подвергающихся внезапному воздействию нагрузки.

**Ключевые слова:** эллиптическая оболочка, импульсная нагрузка, слой, удар, напряжение, сила, давление.

**Финансирование.** Исследование не имело спонсорской поддержки.


**Цитирование:** Канарейкин А. И. Исследование динамического поведения цилиндрических оболочек эллиптической формы при осесимметричной импульсной нагрузке // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2025. Т. 22, № 3. С. 6–12. EDN: BQWGUC. DOI: 10.31429/vestnik-22-3-6-12

Поступила 20 марта 2025 г. После доработки 11 сентября 2025 г. Принято 8 августа 2025 г. Публикация 22 сентября 2025 г.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

© Автор(ы), 2025. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## Study of Dynamic Behavior of Cylindrical Shells of Elliptical Shape under Axisymmetric Pulse Loading

**A. I. Kanareykin**  

Russian State Geological University named after Sergo Ordzhonikidze (MGRI), Miklukho-Maklaya st., 23, 117997, Moscow, Russia

✉ Alexandr I. Kanareykin; ORCID 0000-0001-9108-7495; e-mail: [kanareykins@mail.ru](mailto:kanareykins@mail.ru)

**Abstract.** The article considers the issues related to the dynamic behavior of cylindrical shells of elliptical shape under axisymmetric impulse loading. In the course of the study, the results of numerical modeling of the behavior of layered composite shells of elliptical shape under dynamic axial impact loads were obtained. During the experiment, various sequences of shell layers were used, their behavior was compared under impact loading during different time periods. It is noted that cylindrical shells experience dynamic crushing loads that exceed static ones if their duration is very short compared to the natural period of the system, and less than static crushing load at longer periods. The ratio between dynamic and static crushing loads is of practical importance, since it gives a direct idea of the bearing capacity of shells subjected to sudden loading.

**Keywords:** elliptical shell, impulse loading, layer, impact, stress, force, pressure.

**Funding.** The study did not have sponsorship.

**Cite as:** Kanareykin, A. I., Study of dynamic behavior of cylindrical shells of elliptical shape under axisymmetric pulse loading. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2025, vol. 22, no. 3, pp. 6–12. DOI: 10.31429/vestnik-22-3-6-12

Received 20 March 2025. Revised 11 September 2025. Accepted 8 August 2025. Published 22 September 2025.  
The author declare no competing interests.

© The Author(s), 2025. The article is open access, distributed under [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](#) license.

Цилиндрические оболочки повсеместно используются в автомобильной, аэрокосмической и ветроэнергетической отраслях. В то же время, в связи с отсутствием универсальной нормативной базы для проектирования цилиндрических оболочек, расширением специфики их конструктивных решений и увеличением объемов использования значительно возросла актуальность проблемы безопасности и надежности таких структур. Цилиндрические оболочки могут подвергаться широкому спектру нагрузок, как статических, так и динамических. Кроме того, они испытывают на себе различные типы неустойчивости, такие, как смятие. Смятие можно разделить на два вида: статическое и динамическое. Статическое смятие происходит под действием статических нагрузок, а динамическое — под действием динамических [1]. Динамическое смятие бывает двух типов: вибрационное и импульсное. Первое связано с реакцией конструкций на колебательные нагрузки, а второе — с поведением конструкций при импульсных нагрузках. Импульсное смятие — одно из критических состояний, при котором конструкция испытывает недопустимо большие деформации в течение короткого периода времени [2].

В связи с этим актуальной является разработка и оптимизация конструкций цилиндрических оболочек, а также подходов к их проектированию. В этом отношении важное значение может иметь определение и учет влияния динамического фактора на напряженно-деформированное состояние таких структур. Реакция цилиндрической оболочки на однофазный радиальный импульс представляет собой простое гармоническое движение, при котором поперечное сечение остается круглым [3]. При наличии небольших неоднородностей в импульсе это движение может быть неустойчивым. Неустойчивость характеризуется параметрическим возбуждением изгибных мод, которые обмениваются энергией с основным движением циклическим образом. При этом неустойчивость может возникать в широком диапазоне геометрий оболочки, а ряд преимущественно изгибных мод может быть параметрически возбужден до довольно больших амплитуд. Энергия извлекается из начального или основного отклика и циклически обменивается с модами, демонстрирующими значительный рост [4].

Динамическое смятие широко изучалось в течение многих лет отечественными и зарубежными авторами, но, в то же время, исследования импульсных нагрузок крайне ограничены. С учетом отмеченного, определение метода и средств оценки влияния формы и размеров поперечного сечения цилиндрических оболочек на их напряженно-деформированное состояние при действии динамической импульсной нагрузки представляет собой актуальную научно-практическую задачу, необходимость решения которой и обусловила выбор темы данной статьи.

Исследования динамического смятия оболочечных конструкций из алюминия при осевом ударном нагружении проводили в своих трудах Каштанова С.В., Ржонницкий А.В., Шагивалеев К.Ф., Сурнина Е.К., Сурнин Д.А., Сорра А.Р., Nash W.A., Xu X., Ma Y., Lim C.W., Chu H., Bisagni C.

Результаты анализа вибрационного поведения функционально-градиентных цилиндрических оболочек на основе метода Рэлея–Ритца представлены в публикациях Дегтяря В.Г., Пегова В.И., Мошкина И.Ю., Абросимова Н.А., Елесина А.В., Игумнова Л.А., Ansari R., Darvizeh M., Elmimouni L., Lefebvre J.E.

В то же время, высоко оценивая накопленное на сегодняшний день научное наследие, необходимо акцентировать внимание на том, что ряд проблемных моментов требует проведения дополнительных, более углубленных исследований. Так, заслуживают внимание вопросы исследования неустойчивости и свободных колебаний цилиндрических оболочек при термомеханических нагрузках, состоящих из периодически пульсирующей и статической сил в осевом направлении. Кроме того, в уточнении нуждается аналитический подход для прогнозирования вибрационного поведения оболочек из функционально-градиентного материала.

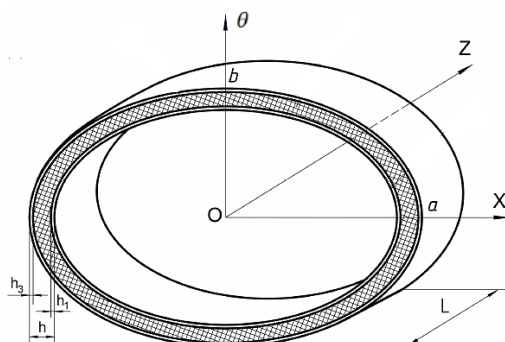


Рис. 1. Геометрия цилиндрической оболочки

Fig. 1. Geometry of a cylindrical shell

Таким образом, цель статьи заключается в проведении исследования динамического поведения цилиндрических оболочек эллиптической формы при осесимметричной импульсной нагрузке.

Итак, рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку со средним радиусом  $a$ , толщиной  $h$ , длиной  $L$  с цилиндрическими координатами  $(x, \theta, z)$  (рис. 1).

Предполагается, что механические свойства оболочки изменяются с изменением объемных долей двух материалов между внутренней и внешней поверхностями. Массовая плотность  $\rho$  и модуль упругости  $E$  находятся в рамках простого силового закона распределения, а коэффициент Пуассона  $\mu$  считается постоянным, как показано ниже:

$$E(z) = E_M + E_{CM} V_f \mu(z) = \mu \rho(z) = \rho_M + \rho_{CM} V_f, \quad (1)$$

где

$$E_{CM} = E_C - E_M \rho_{CM} V_f = \left(0,5 + \frac{z}{h}\right)^P, \quad (2)$$

где  $P$  — индекс закона мощности. Подстрочные индексы  $C$  и  $M$  обозначают керамическую и металлическую составляющие оболочки, соответственно. Значение индекса закона мощности ( $P$ ), равное нулю, представляет полностью керамическую оболочку, а бесконечное  $P$  — полностью металлическую оболочку. Для тонкой цилиндрической оболочки зависимость деформации от смещения определяется по формулам [5]

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (3)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{a} + z \left( \frac{1}{a^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right), \quad (4)$$

$$\varepsilon_{x\theta} = \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} + z \left( -\frac{2}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial x} \right). \quad (5)$$

Взаимосвязь между деформациями и напряжениями записывается следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E(z)}{(1-\mu^2)} & \frac{\mu E(z)}{(1-\mu^2)} & 0 \\ \frac{\mu E(z)}{(1-\mu^2)} & \frac{E(z)}{(1-\mu^2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E(z)}{(1-\mu^2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{x\theta} \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

В рамках проводимого исследования будем изучать динамическое смятие под действием ударной нагрузки постоянной величины, приложенной в течение конечного времени.

Полный импульс, передаваемый на внешнюю поверхность цилиндрической оболочки фиксированного радиуса  $R$ , как представлено в уравнении (7), является функцией распределения давления по обобщенным координатам  $(x, \theta, z)$  и времени  $t$  в конечном пространстве и времени. Импульс измеряется от центра проекции до характерного расстояния  $L$ , отсчитываемого от центра оболочки

$$I(u) = 2R \int_0^u \int_{\theta_1}^{\theta_n} \int_0^{t_d} P(\theta, x) p_3(t) dt d\theta dx, \quad (7)$$

где  $\theta_1 = 0$  и  $\theta_n = \pi$ .

В предположении, что импульс передается через определяющие  $\lambda_0 = l_e/L$  и  $\lambda = u/LL$ , распределение давления относительно угловой координаты  $\theta$  может быть оценено численно путем дискретизации поверхности на конечное число узлов, что дает [6]

$$I(u) = 2R \sum_{i=1}^n p_1(\theta_i) \int_0^u \int_0^{t_d} p_2(x) p_3(t) dt dx, \quad (8)$$

$$I(\lambda) = \begin{cases} \frac{P_0 (Y t_d + e^{-Y t_d} - 1) (\lambda_0 L) f(\theta)}{t_d Y^2}, & \lambda < \lambda_0; \\ \frac{P_0 (Y t_d + e^{-Y t_d} - 1)}{t_d Y^2 b} [1 - \exp(-(\lambda - \lambda_0) b L)] f(\theta), & \lambda \geq \lambda_0, \end{cases} \quad (9)$$

где  $P_0$  — максимальное избыточное давление.

Таким образом, полный импульс, который ударная сила может потенциально передать оболочке, будет определяться следующим образом:

$$I(\infty) = \{I(\lambda)\} = \frac{P_0 (Y t_d + e^{-Y t_d} - 1)}{t_d Y^2 b} f(\theta). \quad (10)$$

Безразмерный импульс  $\bar{I}$  можно определить как отношение импульса, переданного оболочке, к общему импульсу, который может создать ударная волна [7]

$$\bar{I} = \frac{I(\lambda)}{I(\infty)} = \begin{cases} \lambda b L, & \lambda < \lambda_0; \\ 1 - \exp(-(\lambda_0 - \lambda) b L), & \lambda \geq \lambda_0. \end{cases} \quad (11)$$

Для гауссова профиля распределения импульс, передаваемый ударом, в конечной области  $\lambda_0$  к  $\lambda$ :

$$I(\lambda) = \frac{(Y t_d + e^{-Y t_d} - 1) a P_0 \sigma_{dv} \sqrt{\pi}}{2 t_d Y^2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\lambda L - \mu}{\sigma_{dv}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\lambda_0 L - \mu}{\sigma_{dv}} \right) \right] f(\theta). \quad (12)$$

Таким же образом полный импульс, создаваемый ударной волной, можно выразить как

$$I(\infty) = \{I(\lambda)\} = \frac{P_0 (Y t_d + e^{-Y t_d} - 1) a P_0 \sigma_{dv} \sqrt{\pi}}{2 t_d Y^2 b} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\lambda_0 L - \mu}{\sigma_{dv}} \right) \right] f(\theta), \quad (13)$$

при этом  $\mu = 0$ .

Тогда безразмерный импульс представляет собой квант двух импульсов, который рассчитывается по следующей формуле [8]:

$$\bar{I} = \frac{I(\lambda)}{I(\infty)} = \frac{\left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\lambda L - \mu}{\sigma_{dv}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\lambda_0 L - \mu}{\sigma_{dv}} \right) \right]}{\left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\lambda_0 L - \mu}{\sigma_{dv}} \right) \right]}, \quad (14)$$

где

$$f(\theta) = 2R \sum_{i=1}^n p_1(\theta_i). \quad (15)$$

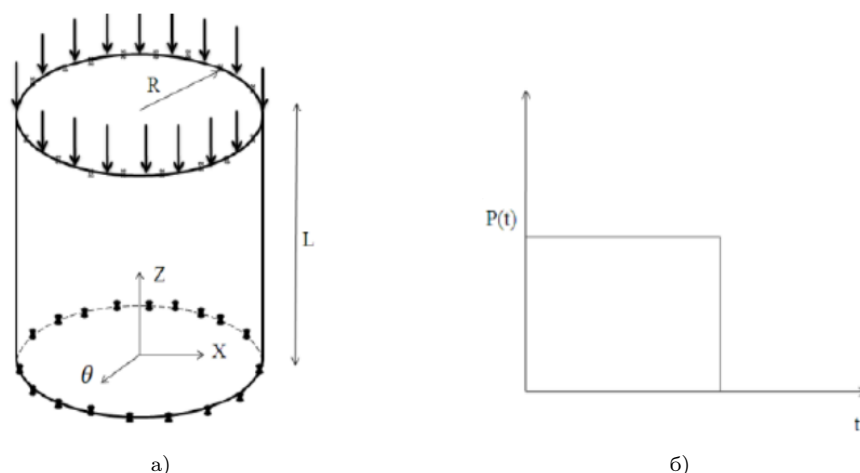


Рис. 2. Геометрия модели и диаграмма нагрузки: а) цилиндр с осевой нагрузкой; б) ступенчатый импульс, используемый для напряжения

Fig. 2. Model geometry and load diagram: a) cylinder with axial load; б) step pulse used for stress

Знаменатель уравнения (14) приближается к единице, когда  $\lambda_0 \rightarrow 0$  и  $\mu = 0$  [9]. При использовании экспоненциального распределения, безразмерный импульс принимает вид

$$\bar{I} = \frac{I(\lambda)}{I(\infty)} = \begin{cases} \frac{(\lambda_0 L)^2}{2 + 2\lambda_0 Lb + (\lambda_0 Lb)^2}, & \lambda < \lambda_0; \\ 1 - \frac{2e^{-Lb(\lambda - \lambda_0)} [1 + \lambda Lb]}{2 + 2\lambda_0 Lb + (\lambda_0 Lb)^2}, & \lambda \geq \lambda_0. \end{cases} \quad (16)$$

Уравнения (16) и (14) показывают эффективность оболочки по рассеиванию передаваемого ей импульса относительно общего импульса перфорации, называемого импульсом разрыва или пороговым импульсом [10].

В данном исследовании осевое сжатие в виде ступенчатого импульса прикладывается внезапно как равномерно распределенная нагрузка на кромку цилиндрической оболочки с постоянной величиной и конечной продолжительностью. Схема нагружения показана на рис. 2.

По результатам анализа частот (свободных колебаний) было установлено, что самая низкая собственная частота оболочки составляет 427 Гц, и, следовательно, собственный период системы составляет около 2 мс. Исходя из этого, рассматриваются пять временных длительностей импульсной нагрузки, а именно  $T = 1$  мс, 2,5 мс, 5 мс, 10 мс и 15 мс. Такой выбор продолжительности нагрузки позволяет понять поведение оболочки при импульсном осевом нагружении для различных длительностей, превышающих и не превышающих собственный период оболочки.

Чтобы получить хорошие результаты динамического анализа, необходимо тщательно выбирать точки, в которых будут отслеживаться перемещения, иначе полученные графики могут быть довольно неясными и запутанными. Поэтому в данном исследовании рассматривается осевое перемещение на нагруженном конце оболочки. На рис. 3 представлено осевое смещение точки на нагруженном торце цилиндра  $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ , подвергнутого внезапному осевому сжатию в течение 5 мс с различными величинами нагрузки.

Результаты динамического анализа для различных временных интервалов представлены в табл. 1.

Динамические деформации оболочки при  $T = 5$  мс представлены на рис. 4.

Таким образом, подводя итоги, отметим, что цилиндрические оболочки испытывают динамические нагрузки на смятие, которые превышают статические, если их продолжительность очень мала по сравнению с естественным периодом системы, и меньше статической нагрузки

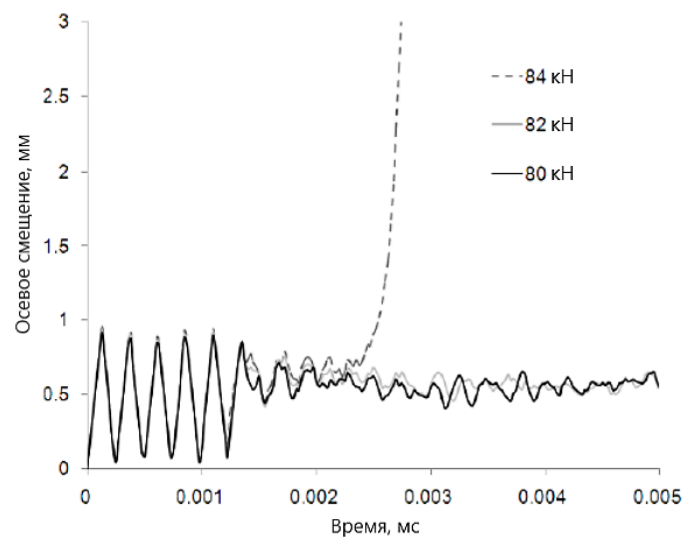


Рис. 3. Осевое смещение для различных величин нагрузки на цилиндр —  $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$  при  $T = 5$  мс

Fig. 3. Axial displacement for different cylinder load values —  $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$  at  $T = 5$  ms

Таблица 1. Анализ динамического смятия для двух слоев цилиндрической оболочки

Table 1. Dynamic crush analysis for two layers of cylindrical shell

Время приложения нагрузки (мс)	Динамические потери устойчивости (кН)	
	$[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$	$[0^\circ/0^\circ/60^\circ/-60^\circ/-60^\circ/60^\circ/0^\circ/0^\circ]$
1	205	219
2,5	111	137
5	83	112
10	80	80
15	80	79

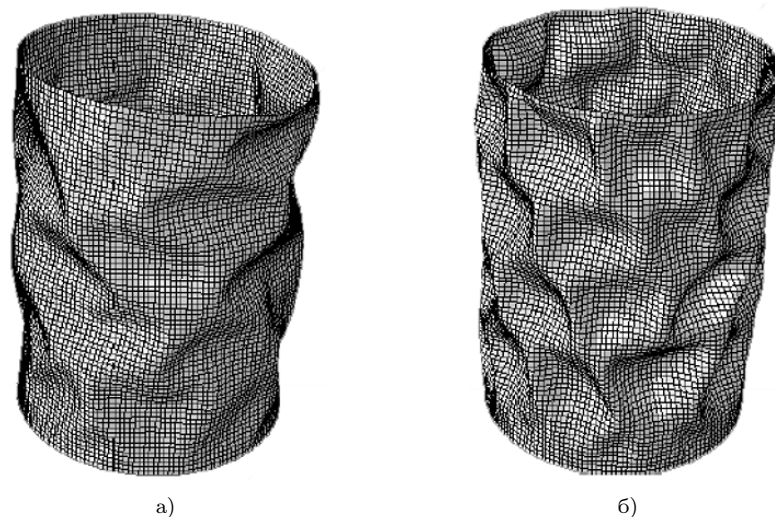


Рис. 4. Динамическая деформация оболочки под воздействием удара длительностью  $T = 5$  мс: а)  $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ ; б)  $[0^\circ/0^\circ/60^\circ/-60^\circ/-60^\circ/60^\circ/0^\circ/0^\circ]$

Fig. 4. Dynamic deformation of the shell under the impact of duration  $T = 5$  ms: а)  $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ ; б)  $[0^\circ/0^\circ/60^\circ/-60^\circ/-60^\circ/60^\circ/0^\circ/0^\circ]$



на смятие при более длительных периодах. Соотношение между динамической и статической нагрузкой на смятие имеет практическое значение, поскольку дает прямое представление о несущей способности оболочек, подвергающихся внезапному воздействию нагрузки.

## Литература [References]

1. Курбанов, Н.Т., Гадиева, С.С., Алиева, У.С., Исследование динамического кручения вязкоупругой цилиндрической оболочки нагрузкой, распределенной по боковой поверхности. *The Scientific Heritage*, 2021, № 74-1 (74), с. 21–25. [Kurbanov, N.T., Study of dynamic torsion of a viscoelastic cylindrical shell under a load distributed over the lateral surface. *The Scientific Heritage*, 2021, no. 74-1 (74), pp. 21–25. (in Russian)]
2. Priyadarsini, R.S., Kalyanaraman, V., Srinivasan, S.M., Numerical and experimental study of buckling of advanced fiber composite cylinders under axial compression. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2012, vol. 4, p. 1–25. DOI: [10.1142/S0219455412500289](https://doi.org/10.1142/S0219455412500289)
3. Mehreganian, N., Louca, L.A., Langdon, G.S., Curry, R.J., Abdul-Karim, N., The response of mild steel and armour steel plates to localised air-blast loading-comparison of numerical modelling techniques. *International Journal of Impact Engineering*, 2018, vol. 115, p. 81–93. DOI: [10.1016/j.ijimpeng.2018.01.010](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2018.01.010)
4. Мушчанов, В.Ф., Конопадский, Е.В., Шпиньков, В.А., Крыско, А.А., Особенности совместной работы подкрепляющего элемента с пологой цилиндрической безмоментной оболочкой при действии поперечной нагрузки. *Металлические конструкции*, 2021, т. 27, № 2, с. 97–118. [Mushchanov, V.F., Konopatsky, E.V., Shpinkov, V.A., Krysko, A.A., Features of joint operation of a reinforcing element with a shallow cylindrical momentless shell under the action of a transverse load. *Metallicheskie konstruksii = Metal Structures*, 2021, v. 27, no. 2, pp. 97–118. (in Russian)]
5. Шагивалеев, К.Ф., Сурнина, Е.К., Анизотропная цилиндрическая оболочка при действии осесимметричной сосредоточенной нагрузки. *Ресурсоэнергоэффективные технологии в строительном комплексе региона*, 2021, № 1 (13), с. 215–218. [Shagivaleev, K.F., Surnina, E.K., Anisotropic cylindrical shell under an axisymmetric concentrated load. *Resursoenergoeffektivnye tekhnologii v stroitel'nom komplekse regiona = Resource-energy efficient technologies in the construction complex of the region*, 2021, no. 1 (13), pp. 215–218. (in Russian)]
6. Mehreganian, N., Toolabi, M., Zhuk, Y.A., Etminan Moghadam, F., Louca, L.A., Fallah, A.S., Dynamics of pulse-loaded circular Föppl-von Kármán thin plates- Analytical and numerical studies. *The Journal of Sound and Vibration*, 2021, vol. 513, p. 116413. DOI: [10.1016/j.jsv.2021.116413](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116413)
7. Косарев, О.И., Колебания составной цилиндрической оболочки в жидкости, возбуждаемые дискретной и распределенной нагрузкой. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2023, № 1, с. 16–25. [Kosarev, O.I., Oscillations of a Composite Cylindrical Shell in a Liquid Excited by Discrete and Distributed Loads. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin = Problems of Mechanical Engineering and Machine Reliability*, 2023, no. 1, pp. 16–25. (in Russian)] DOI: [10.31857/S0235711923010078](https://doi.org/10.31857/S0235711923010078) EDN: [ASAXNL](https://www.edn.ru/ASAXNL)
8. Zhang, W., Liu, T., Xi, A., Wang, Y.N., Resonant responses and chaotic dynamics of composite laminated circular cylindrical shell with membranes. *The Journal of Sound and Vibration*, 2018, vol. 423, p. 65–99. DOI: [10.1016/j.jsv.2018.02.049](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.02.049)
9. Дородных, Т.И., О критической нагрузке цилиндрической оболочки при сдвиговом трещинообразовании в материале. *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*, 2023, № 2, с. 517–525. [Dorodnykh, T.I., On the critical load of a cylindrical shell during shear cracking in the material. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki = Bulletin of Tula State University. Technical Sciences*, 2023, No. 2, pp. 517–525. (in Russian)] DOI: [10.24412/2071-6168-2023-2-517-525](https://doi.org/10.24412/2071-6168-2023-2-517-525)
10. Liu, T., Zhang, W., Mao, J.J., Zheng, Y., Nonlinear breathing vibrations of eccentric rotating composite laminated circular cylindrical shell subjected to temperature, rotating speed and external excitations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, vol. 54, p. 463–498. DOI: [10.1016/j.ymssp.2019.02.061](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.02.061)