

УДК 532.546:004.94

EDN: RMWEIW DOI: 10.31429/vestnik-22-2-6-14

## Об одной клеточно-автоматной модели просачивания в пористой среде

С. Е. Рубцов<sup>1</sup>, И. С. Телятников<sup>2</sup>, А. В. Павлова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Кубанский государственный университет, ул. Ставропольская, 149, Краснодар, 350040, Россия

<sup>2</sup> Федеральный исследовательский центр Южный научный центр РАН, пр-кт Чехова, 41, Ростов-на-Дону, 344006, Россия

✉ Рубцов Сергей Евгеньевич; ORCID 0000-0001-7944-0006; SPIN 7023-5990; e-mail: [rub\\_serg@mail.ru](mailto:rub_serg@mail.ru)

**Аннотация.** Моделирование процесса просачивания жидкости сквозь пористые структуры имеет широкие приложения в различных научных и практических областях: геологии и гидрогеологии, геотехнических и гидрологических инженерных задачах, производстве пористых композитных материалов, нефтепереработке, экологии, агрономии и др. Моделирование процесса просачивания жидкости сквозь пористые структуры с использованием клеточно-автоматных моделей является одним из подходов, применяемых для описания поведения жидкости на уровне микроскопических пор и соединительных каналов в пористой среде. В работе реализована пространственная клеточно-автоматная модель процесса просачивания жидкости сквозь пористую среду, имеющую заданную морфологию, с использованием суперпозиции операторов конвекции и диффузии, реализованы возможные гидрофильные эффекты. Создано приложение на языке Python, предоставляющее возможность просмотра результатов работы 3D модели, а также срезов клеточного массива, различными плоскостями после заданного числа итераций.

**Ключевые слова:** пористая среда, просачивание, клеточный автомат, конвекция, диффузия.

**Финансирование.** Фрагменты работы выполнены в рамках ГЗ ЮНЦ РАН (00-25-13 № 125011200152-06).

**Цитирование:** Рубцов С. Е., Телятников И. С., Павлова А. В. Об одной клеточно-автоматной модели просачивания в пористой среде // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2025. Т. 22, № 2. С. 6–14. EDN: RMWEIW. DOI: 10.31429/vestnik-22-2-6-14

Поступила 25 мая 2025 г. После доработки 19 июня 2025 г. Принято 26 июня 2025 г. Публикация 30 июня 2025 г.

Авторы внесли одинаковый вклад в подготовку рукописи. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Автор(ы), 2025. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## On a Cellular Automata Model of Percolation in a Porous Medium

S. E. Rubtsov<sup>1</sup>, I. S. Telyatnikov<sup>2</sup>, A. V. Pavlova<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Kuban State University, Stavropolskaya str., 149, Krasnodar, 350040, Russia

<sup>2</sup> Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Prospekt Chekhova, 41, Rostov-on-Don, 344006, Russia

✉ Sergey E. Rubtsov; ORCID 0000-0001-7944-0006; e-mail: [rub\\_serg@mail.ru](mailto:rub_serg@mail.ru)

**Abstract.** Models for the process of wetting and liquid percolation in porous structures have wide applications in various scientific and practical fields: geology and hydrogeology, geotechnical and hydrological engineering problems, production of porous composite materials, oil refining, ecology, agronomy, etc. Modeling of percolation with cellular automata is one of the approaches used to describe fluid behavior at the level of microscopic pores and connecting channels in porous media. In this work, we have implemented a spatial cellular automaton model for the process of liquid percolation in a porous medium with a given morphology, using a superposition of convection and diffusion operators, as well as took into account possible hydrophilic effects. We have created an application in Python language, which provides the ability to generate porous structures with given dimensions and ratio of the volume for the solid skeleton and pores, implementing the work of a cellular automata for given parameters and allows us to view the results of the 3D model, as well as the sections of the cellular array by different planes after a given number of iterations. We illustrated the capabilities of the model with the results of modeling the percolation for various structures, demonstrating qualitative correspondence to real processes. It should be noted that modeling liquid percolation using CA models can be computationally intensive and require significant amounts of computing resources, especially

when modeling large porous structures. It is also important to carefully define the transition rules and model parameters to achieve realistic results and consistency with experimental data.

**Keywords:** porous medium, percolation, cellular automata, convection, diffusion.

**Funding.** Fragments of the work were carried out with the support of the Scientific Research Center of the Russian Academy of Sciences (project 00-25-13 no. 125011200152-06).

**Cite as:** Rubtsov, S. E., Telyatnikov, I. S., Pavlova, A. V., On a cellular automata model of percolation in a porous medium. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2025, vol. 22, no. 2, pp. 6–14. DOI: 10.31429/vestnik-22-2-6-14

Received 25 May 2025. Revised 19 June 2025. Accepted 26 June 2025. Published 30 June 2025.

The authors contributed equally. The authors declare no competing interests.

© The Author(s), 2025. The article is open access, distributed under [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](#) license.

## Введение

Исследования пористых сред и протекающих в них процессов, начавшиеся в середине прошлого века, остаются актуальными и в настоящее время, о чем свидетельствуют многочисленные публикации. Моделирование процесса просачивания жидкости сквозь пористые структуры решает проблемы в таких областях как гидравлика, нефтепереработка, экология и пр. Проводимые исследования варьируются от моделирования в масштабе пор, отражающего детальную структуру среды, до моделей континуума, описывающих осредненные свойства среды в большем объеме [1–12 и др.]. Результаты моделирования прохождения влаги сквозь преграды в толще среды представляют интерес и для развития методов активной сейсмологии. Согласно общепризнанной теории геофизики большинство пород пронизано наполненными жидкостью трещинами, наличие которых обуславливает анизотропные свойства среды [13]. Наличие пористости и обводненных слоев, влияющих как на формируемые волновые поля, так и на локальные и глобальные резонансные свойства отдельных образований горной породы, требуют вовлечения в моделирование геологических структур теории гетерогенных сред.

При исследовании пропитки пористых композитных материалов, в задачах оценки водопроницаемости грунтов часто используется модель Дарси [3] или модель влагопереноса Ричардса. Однако использование традиционных математических моделей, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, зачастую бывает неэффективным из-за нелинейных зависимостей между проницаемостью грунта, насыщенностью жидкостью и градиентом давления, наличия многофазных потоков, гетерогенности среды, сложной геометрии ее пор и т.д. В последние десятилетия широкое распространение получили модели на основе метода дискретных элементов, интерпретирующих движение отдельной частицы жидкости как дискретного элемента в системе каналов пористой среды, описывая его соответствующим уравнением [14]. Кроме того, активно используются вычислительные схемы прямого моделирования на базе методов конечных разностей, конечных объемов и конечных элементов [11, 12 и др.]. Еще одной альтернативой методу дискретных элементов является использование клеточных автоматов (КА), представляющих собой удобную среду моделирования естественных и искусственных систем и процессов и допускающих распараллеливание вычислений [9, 15–18 и др.].

В работе реализована модель процесса просачивания жидкости сквозь пористые структуры, имеющие заданную морфологию, с использованием клеточных автоматов на основе предложенных в [9, 17] подходов. В модели реализованы возможные гидрофильные эффекты.

## 1. Клеточно-автоматные модели

Клеточно-автоматная модель (КА-модель) представляет собой математическое описание системы, которая состоит из простых элементов, называемых клетками, и которую можно наблюдать за определенный промежуток времени. КА — множество одинаковых простых вычислителей, представленных парами  $(x, t)$ , называемыми клетками, где  $x \in A$  называют состоянием клетки из алфавита  $A$ ,  $t$  — имя клетки из множества имен  $M$ , обозначающее

местоположение клетки в дискретном пространстве, часто задаваемое вектором из конечного множества координат  $(i, j, k)$ . Таким образом, клетки представляют собой дискретные пространственные единицы, которые могут иметь различные состояния или значения.

Клеточным массивом называется множество клеток с различными именами  $\Omega = \{(x, m)\}$ , а набор состояний  $\Omega_A$  клеток массива  $\Omega$  в некоторый момент времени  $t$  носит название глобального состояния клеточного автомата в этот момент. На множестве имен определен шаблон соседства, т.е. каждой клетке  $m \in M$  поставлено в соответствие некоторое упорядоченное множество  $N(m) = \{N_l(m) : N_0(m) = m, N_l(w) \in M \text{ \& } d(m, N_l(m)) = 1\}$ , с элементами которого клетка  $m$  находится в отношении соседства. Клетки с именами из  $N(m)$  образуют локальную конфигурацию  $S(m)$  [19].

На каждом такте работы клеточного автомата происходит смена состояний элементарных автоматов во всех клетках массива  $\Omega$ , а весь клеточный автомат при этом переходит в новое глобальное состояние. Таким образом, на каждом временном шаге в соответствии с определенными правилами перехода происходит обновление состояния клеток, т.е. процесс, при котором каждая клетка изменяется на основе состояний соседних клеток или других внешних воздействий. Функционирование КА определяется локальным оператором (комбинацией подстановок) и режимом (синхронным или асинхронным) его применения к клеткам массива. По способу выбора состояния традиционно различают детерминированные и стохастические функции переходов. Результат применения локального оператора ко всем клеткам массива называется глобальным оператором КА —  $\Theta(M)$  [19].

Моделирование процесса просачивания жидкости сквозь пористые структуры с использованием клеточно-автоматных моделей является одним из подходов, применяемых для описания поведения жидкости на уровне микроскопических пор и соединительных каналов в пористой среде.

## 2. Моделирование увлажнения и просачивания

Реализован стохастический КА, имитирующий процесс просачивания жидкости через трехмерную пористую среду с заданной морфологией. Каждая клетка может представлять определенную область пористой структуры и иметь свои параметры, такие как насыщенность, проницаемость, наличие или отсутствие жидкости и т.д. В предлагаемой КА-модели принимается, что среда включает несколько типов клеток: поры (пустые клетки), которые могут быть заполнены жидкостью; твердые клетки структуры, сквозь которые жидкость не может пройти; клетки, заполненные жидкостью; клетки с разбухшим гидрофильным материалом. Соответственно, алфавит клеточного автомата  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ , где «0» соответствует пустой клетке, «1» — твердой клетке, «2» — клетке с жидкостью и «3» соответствует клетке, какое-то время ведущей себя как твердая клетка структуры, являясь для жидкости непреодолимым препятствием. Если гидрофильные эффекты не рассматриваются, вероятность перехода клетки в состояние «3» равна нулю.

В качестве дискретного пространства  $M$  выбрана прямоугольная сетка  $M = \{(i, j, k) : i = \overline{0, I}; j = \overline{0, J}; k = \overline{0, K}\}$ . Глобальный оператор КА представляет собой суперпозицию операторов конвекции в направлении действия силы тяжести (реализована одномерная конвекционная составляющая, на каждом шаге подстановка выполняется синхронно в плоскости  $k$ , начиная с  $K - 1$ ) и диффузии (реализована двумерная наивная диффузия [20] при асинхронном режиме применения подстановок и вероятностном выборе соседа для обмена состояниями в каждой  $k$ -й плоскости). Локальный оператор диффузии имитирует разлив жидкости, т.е. процесс выравнивания плотности жидкости, который совместно с конвекцией, приводит к выравниванию свободной поверхности жидкости в порах и на внешней поверхности среды, аналогично тому, как это описано в [17]. Использована пятиточечная локальная конфигурация.

Существуют различные способы генерации исходного клеточного массива, состоящего из клеток с состояниями «0» — поры и «1» — твердое вещество. Один из них описан в работе [9]. В реализованной модели морфология генерируется случайным образом путем задания только характеристики пористости среды  $\text{Por} = V_0/V$ , где  $V_0$  — объем пор,  $V$  — общий объем среды.

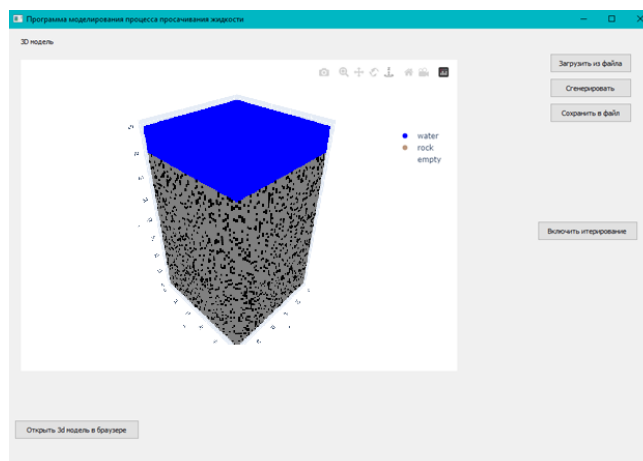


Рис. 1. Окно приложения

Fig. 1. Application window

В качестве начального состояния принято: поры в грунте пусты, на поверхности находится некоторое количество воды, по осям горизонтальной плоскости  $(i, j)$  задаются периодические граничные условия. Поскольку диффузия является более сложным процессом, чем конвекция, для согласования скоростей диффузионной итерации с конвекционной глобальный оператор диффузии включает несколько итераций применения [17]. После каждой итерации конвекции выполнялись  $n$  итераций диффузии ( $n$  изменяется от 5 до 50). Вероятность разбухания клетки  $p_r$  (и обратного перехода) выбиралась в диапазоне  $[0, 0,5]$ .

Приложение написано на языке Python. В нем реализована функция просмотра 3D-модели в окне приложения или по нажатию кнопки в браузере по умолчанию (рис. 1). Есть также возможность рассматривать срезы клеточного массива заданными плоскостями.

На рис. 2 представлен пример начальных данных и результат работы модели для случая  $\text{Por} = 0,2$ ,  $n = 30$ ,  $p_r = 0$ . В массиве  $(40 \times 40 \times 80)$  черным клеткам соответствуют пустоты, серым — твердые частицы структуры, синим — поры, заполненные жидкостью. Сверху начальное состояние КА (диаграмма показывает соотношения объемов пор, непроницаемых клеток и воды), внизу — результат его работы для 200 итераций.

За 200 итераций жидкость не успевает просочиться сквозь пористый массив. Очевидно, для  $n = 30$  горизонтальная поверхность жидкости выровнялась.

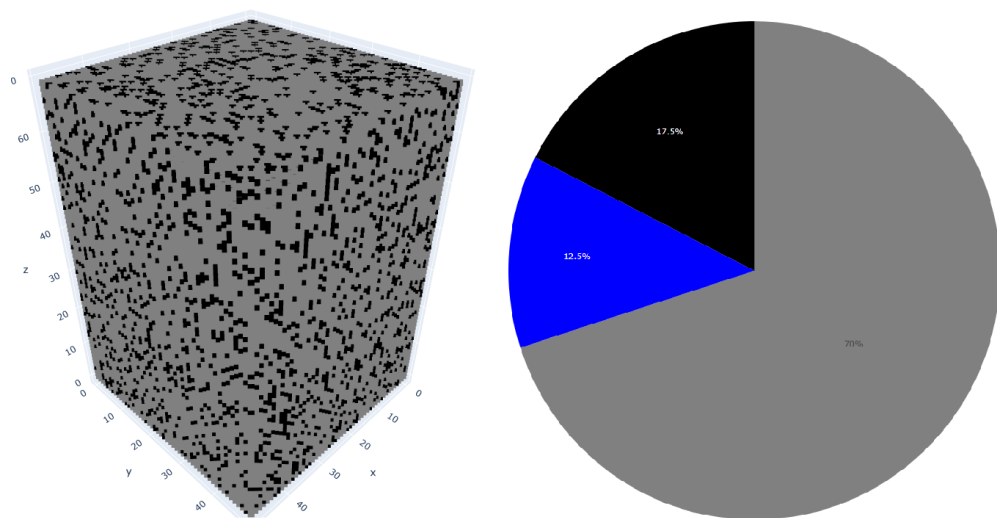
На рис. 3 приведен результат работы модели для более рыхлого материала ( $\text{Por} = 0,8$ ).

Рис. 4 иллюстрирует работу модели для массива  $(40 \times 40 \times 80)$  при  $\text{Por} = 0,5$ ,  $p_r = 0,2$  и  $n = 30$ .

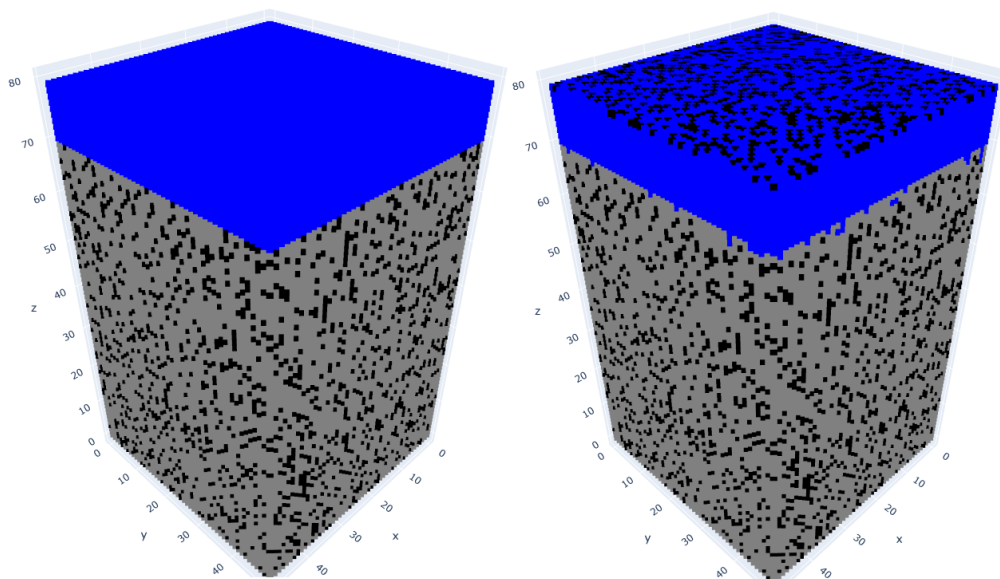
На рис. 5 представлен пример работы модели для случая  $\text{Por} = 0,55$ ,  $n = 20$ ,  $p_r = 0$  после 300 итераций. На срезе массива  $(60 \times 60 \times 60)$  плоскостью  $y = 20$ . Рассматривая срез, нетрудно видеть, что просочилась примерно половина жидкости, заполнив все поры. На верхних слоях жидкость хорошо выравнивается уже для  $n = 20$ .

## Заключение

Моделирование процесса просачивания жидкости сквозь пористые структуры имеет широкие приложения в различных научных и практических областях: геологии и гидрогеологии (изучение подземных водных ресурсов, прогнозирование поведения грунтовых вод), геотехнических и гидрологических инженерных задачах (проектирование систем дренажа, анализ проницаемости грунтов для определения потенциальных затоплений), производстве пористых композитных материалов, нефтепереработке (оптимизации процессов фильтрации и исследования путей улучшения извлечения нефти), экологии, агрономии и др. Данная задача решается с помощью различных методов, в том числе и клеточно-автоматных.



а)



б)

Рис. 2. Начальное состояние системы (а) и результат 200 итераций КА для среды с коэффициентом пористости 0,2 (б)

Fig. 2. The initial state of the system (a) and the result of 200 iterations of the CA for a medium with a porosity coefficient of 0.2 (b)

Выбор в пользу клеточно-автоматных моделей при моделировании процесса просачивания жидкости в пористых структурах обусловлен теми факторами, что они позволяют учитывать детализированную микроструктуру пористой среды и ее неоднородность. Это особенно важно, когда неоднородности имеют существенное влияние на поток жидкости. Кроме того, усложнение КА позволит моделировать такие физические явления, как насыщение и дренаж пористой среды.

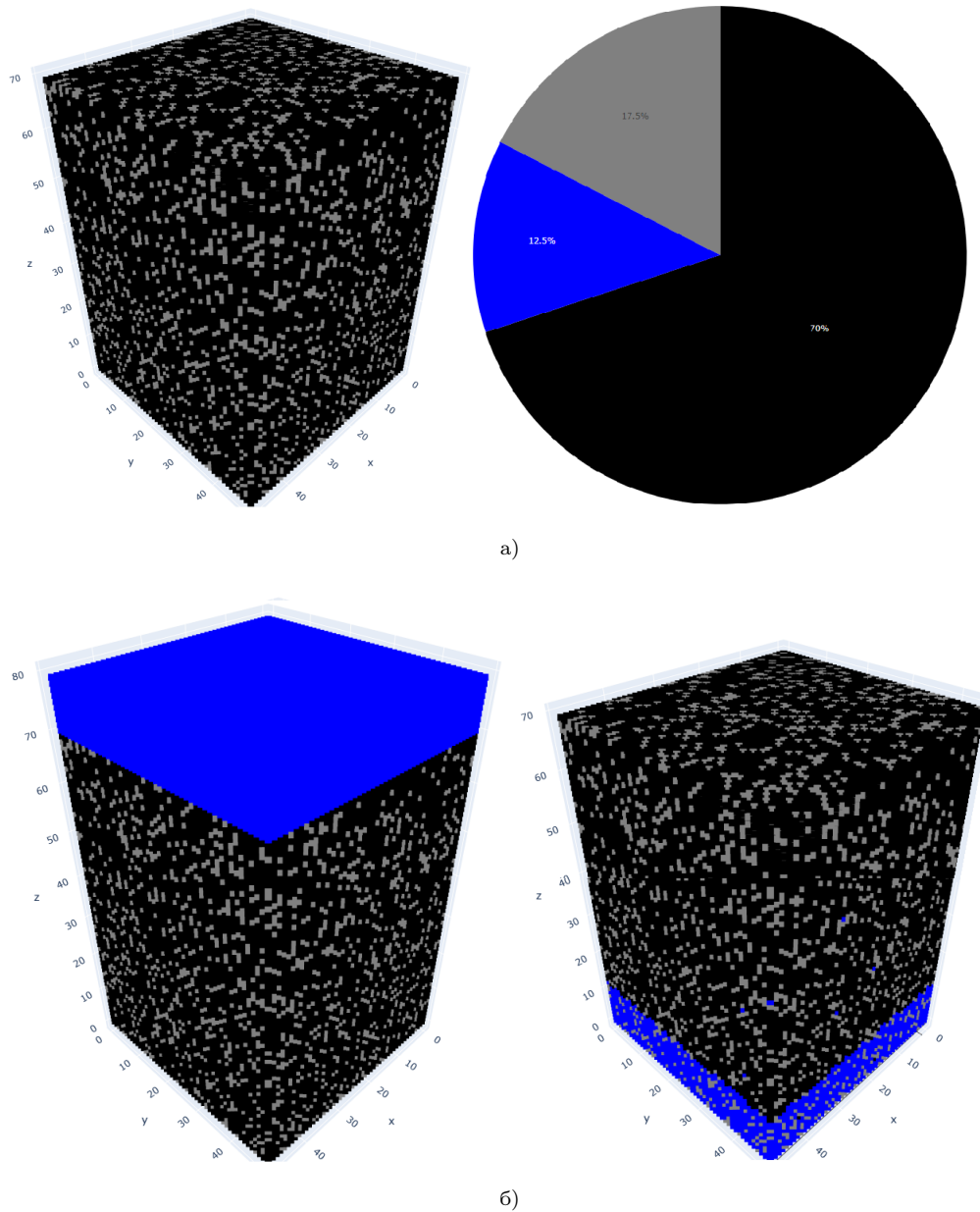


Рис. 3. Начальное состояние системы (а) и результат 200 итераций КА для среды с коэффициентом пористости 0,8 (б)

Fig. 3. The initial state of the system (a) and the result of 200 iterations of the CA for a medium with a porosity coefficient of 0.8 (б)

В работе реализована КА-модель просачивания жидкости через трехмерную пористую среду с заданной морфологией, конфигурация которой имитирует два вида движений абстрактных частиц: конвекцию под действием внешней силы и диффузию (растекание). Приложения написано на языке Python, 3D визуализация и анимация работы клеточно-автоматной модели выполнены с помощью библиотек plotpy и rугame. Возможности модели продемонстрированы на некоторых модельных примерах, из которых видно, что результаты качественно соответствуют действительности, но параметры модели необходимо подбирать в процессе ее



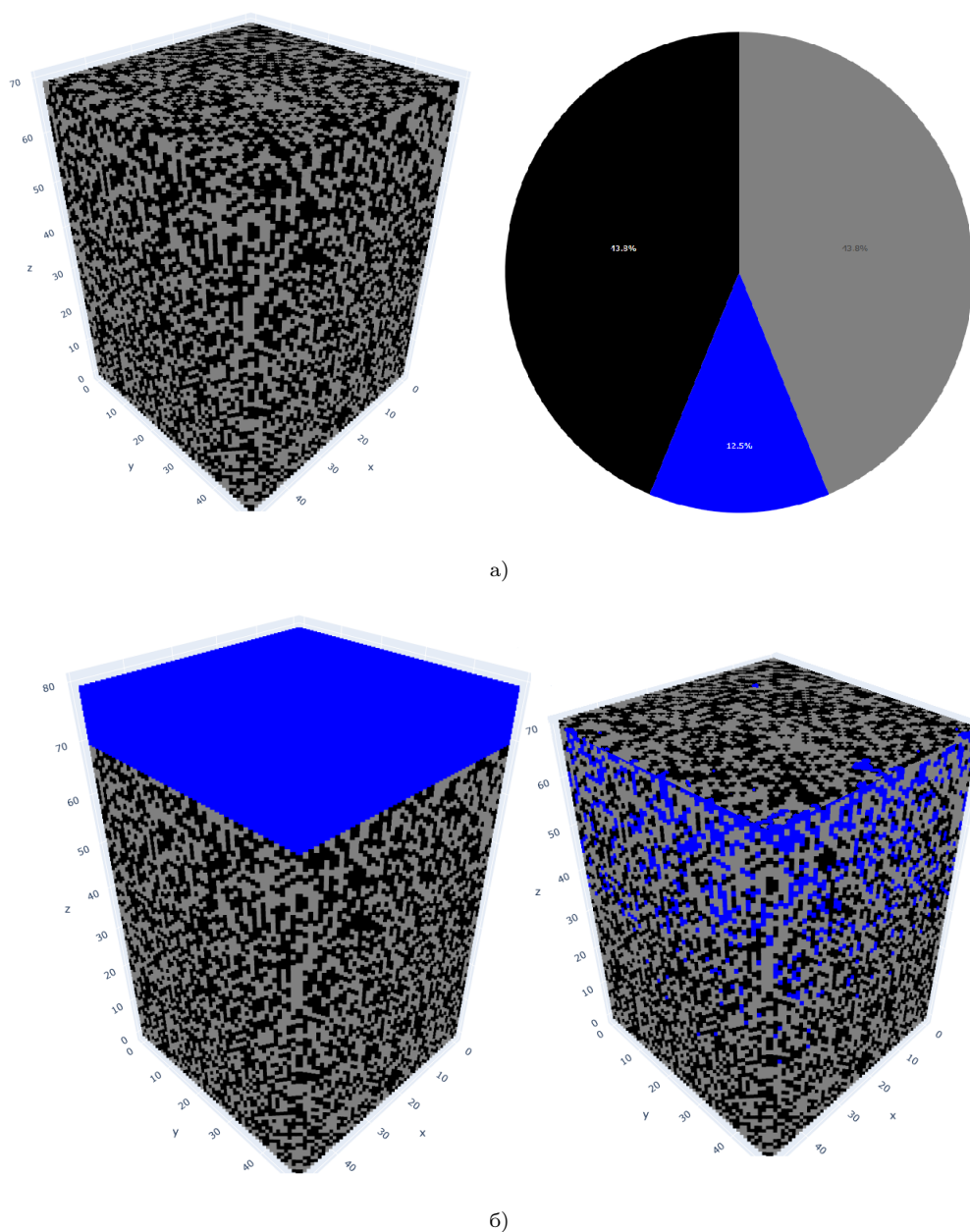


Рис. 4. Начальное состояние системы (а) и результат 100 итераций КА для среды с коэффициентом пористости 0,5 (б)

*Fig. 4. Initial state of the system (a) and the result of 100 iterations of the CA for a medium with a porosity coefficient of 0.5 (b)*

тестирования, ориентируясь на реальные свойства среды. При этом следует отметить, что моделирование просачивания жидкости с использованием КА моделей может быть вычислительно интенсивным и требовать значительных объемов вычислительных ресурсов, особенно при моделировании больших пористых структур. Также важно тщательно определить правила перехода и параметры модели, чтобы достичь реалистичных результатов и соответствия с экспериментальными данными или другими более подробными моделями.

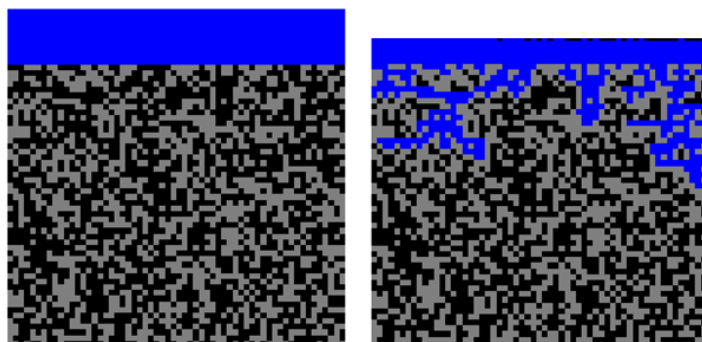


Рис. 5. Результат 300 итераций КА для среды с коэффициентом пористости 0,55

Fig. 5. Result of 300 iterations of the CA for a medium with a porosity coefficient of 0.55

### Литература [References]

1. Biot, M.A., Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of Applied Physics*, 1962, vol. 33(4), pp. 1482–1498.
2. Burrige, R., Keller, J., Poroelasticity equations derived from microstructure. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1981, vol. 70(4), pp. 1140–1146.
3. Гольдберг, В.М. Скворцов, Н.П., *Проницаемость и фильтрация в глинах*. Москва, Недра, 1986. [Goldberg, V.M. Skvortsov, N.P., *Pronitsaemost' i fil'tratsiya v glinakh = Permeability and filtration in clays*. Moscow, Nedra, 1986. (in Russian)]
4. Нигматулин, Р.И., *Динамика многофазных сред. Ч. 1*. Москва, Наука, 1987. [Nigmatulin, R.I., *Dinamika mnogofaznykh sred. Ch. 1 = Dynamics of multiphase media. Pt. 1*. Moscow, Nauka, 1987. (in Russian)]
5. Ross, P.J., Efficient numerical methods for infiltration using Richards equation. *Water Resources Research*, 1990, vol. 26, iss. 2, pp. 279–290.
6. Helmig, R., *Multiphase flow and transport processes in the subsurface: a contribution to the modeling of hydrosystems*. Berlin, Springer-Verlag, 1997.
7. Hilfer, R., Macroscopic equations of motion for two-phase flow in porous media. *Physical Review*, 1998, vol. 58, iss. 2, pp. 2090–2096.
8. Четверушкин, Б.Н., Морозов, Д.Н., Трапезникова, М.А., Чурбанова, Н.Г., Шильников, Е.В., Об одной схеме для решения задач фильтрации. *Математическое моделирование*, 2010, т. 22, № 4, с. 99–109. [Chetverushkin, B.N., Morozov, D.N., Trapeznikova, M.A., Churbanova, N.G., Shilnikov, E.V., On one scheme for solving filtration problems. *Matematicheskoe modelirovanie = Mathematical Modeling*, 2010, vol. 22, no. 4, pp. 99–109. (in Russian)]
9. Бандман, О.Л., Клеточно-автоматный метод исследования свойств пористых сред. *Сибирский журнал вычислительной математики*, 2010, т. 13, № 1, с. 1–13. [Bandman, O.L., Cellular-automata method for studying the properties of porous media. *Sibirskiy zhurnal vychislitel'noy matematiki = Siberian Journal of Computational Mathematics*, 2010, vol. 13, no. 1, pp. 1–13. (in Russian)]
10. Марков, С.И., Иткина, Н.Б., Многомасштабное моделирование процесса просачивания однофазного флюида в пористых средах. *Сибирские электронные математические известия*, 2018, т. 15, с. 115–134. [Markov, S.I., Itkina, N.B., Multiscale modeling of the process of percolation of a single-phase fluid in porous media. *Sibirskie elektronnye matematicheskie izvestiya = Siberian Electronic Mathematical News*, 2018, vol. 15, pp. 115–134. (in Russian)]
11. Шурина, Э.П., Иткина, Н.Б., Марков, С.И., Математическое моделирование процесса просачивания многофазной жидкости в гетерогенных средах на базе вычислительной схемы разрывного метода Галеркина. *Высокопроизводительные вычислительные системы и технологии*, 2019, т. 3, № 2, с. 52–62. [Shurina, E.P., Itkina, N.B., Markov, S.I., Mathematical modeling of the process of percolation of a multiphase fluid in heterogeneous media based on the computational scheme of the discontinuous Galerkin method. *Vysokoproizvoditel'nye vychislitel'nye sistemy i tekhnologii =*



*High-performance Computing Systems and Technologies*, 2019, v. 3, no. 2, pp. 52–62. (in Russian)]

12. Степанов, С.П., Григорьев, А.В., Афанасьева, Н.М., Численное моделирование процесса просачивания в трещиновато-пористый грунт в условиях крайнего севера. *Математические заметки СВФУ*, 2020, т. 27, № 2, с. 105–115. [Stepanov, S.P., Grigoriev, A.V., Afanasyeva, N.M., Numerical modeling of the seepage process in cracked-porous soil in the conditions of the far north. *Matematicheskie zametki SVFU = Mathematical notes of NEFU*, 2020, vol. 27, no. 2, pp. 105–115. (in Russian)]
13. Crampin, S., Gao, Yu., The new geophysics and the future of international workshops on seismic anisotropy. *Journal of Seismic Exploration*, 2007, vol. 16(2), pp. 1–10.
14. Wang, Y., Wang, S., Xue, Sh., Adhikary, D., Numerical modeling of porous flow in fractured rock and its applications in geothermal energy extraction. *Journal of Earth Science*, 2015, vol. 26, iss 1, pp. 020–027.
15. Nabovati, A., Sousa, A.C.M., Fluid flow simulation in random porous media at pore level using the lattice Boltzmann method. *Journal of Engineering Science and Technology*, 2007, vol. 2, pp. 226–237.
16. Ramirez, A., Jaramillo, D.E., Porous media generated by using an immiscible lattice-gas model. *Computational Material Science*, 2012, vol. 65, pp. 157–164.
17. Бандман, О.Л., Клеточно-автоматное моделирование процесса просачивания жидкости через пористый материал. В *Труды Междунар. конф. «Параллельные вычислительные технологии» (PaVT-2013)*. Челябинск, Изд. центр ЮУрГУ, 2013, с. 278–287. [Bandman, O.L., Cellular automata modeling of the process of liquid percolation through a porous material. In *Trudy Mezhdunar. konf. "Parallel'nye vychislitel'nye tekhnologii" (PaVT-2013) = Proc. of the Int. Conf. "Parallel Computing Technologies" (PaVT-2013)*. Chelyabinsk, Publishing Center of SUSU, 2013, pp. 278–287. (in Russian)]
18. Domasevich, M.A., Pavlova, A.V., Rubtsov, S.E., Telyatnikov, I.S., Cellular automata modeling of processes on landscape surfaces using triangulation meshes. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2021, vol. 867(1), art. 012017.
19. Domain Specific Language and Translator for Cellular Automata Models of Physico-Chemical Processes. In *Proc. of PaCT-2011, Lecture Notes in Computer Science 6873*, 2011. Berlin, Springer, pp. 172–177.
20. Toffoli, T., Margolus, N., *Cellular Automata Machines: A New Environment for Modeling*. Cambridge, MIT Press, 1987.