

УДК 539.3

EDN: CXLMHD DOI: 10.31429/vestnik-22-4-24-30

Определение термоупругого состояния поверхности трубы эллиптической формы для случая лучистого теплового потока с одной внешней стороны и конвективном теплообмене с внутренней

А. И. Канарейкин   

Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе (МГРИ),
ул. Миклухо-Маклая, 23, 117997, Москва, Россия

✉ Канарейкин Александр Иванович; ORCID 0000-0001-9108-7495; SPIN 1939-9504; e-mail: kanareykins@mail.ru

Аннотация. Работа посвящена вопросам термоупругости трубы эллиптической формы при неравномерном её нагревании. В ней рассматривается вопрос о распределении температурного поля трубы эллиптического сечения для случая неравномерного нагрева с внешней стороны за счёт излучения и при граничном условии третьего рода с внутренней стороны. Для её решения в работе рассматривается решение уравнения Лапласа в эллиптической системе координат. Основным методом является метод Фурье. Полученное выражение температурного поля трубы имеет аналитический вид, содержащий ряд Фурье. На основании полученной зависимости установлено, что температурное поле меняется по закону синуса. Что позволило определить возникающие напряжения в стенке цилиндра. Полученный результат может быть использован в инженерных расчётах теплообменных аппаратов.

Ключевые слова: теплообмен, эллипс, термонаржёйность, уравнение Лапласа, конвективный теплообмен, лучистый тепловой поток, метод Фурье, гипергеометрические функции.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Цитирование: Канарейкин А. И. Определение термоупругого состояния поверхности трубы эллиптической формы для случая лучистого теплового потока с одной внешней стороны и конвективном теплообмене с внутренней // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2025. Т. 22, № 4. С. 24–30. EDN: CXLMHD. DOI: 10.31429/vestnik-22-4-24-30

Поступила 29 июля 2025 г. После доработки 23 октября 2025 г. Принято 31 октября 2025 г. Публикация 2 декабря 2025 г.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

© Автор(ы), 2025. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY).

Determination of the Thermoelastic State of an Elliptical Pipe Surface for the Case of a Radiant Heat Flow from One External Side and Convective Heat Exchange from the Internal Side

A. I. Kanareykin   

Russian State Geological University named after Sergo Ordzhonikidze (MGRI), Miklukho-Maklaya st., 23, 117997, Moscow, Russia

✉ Александр И. Канарейкин; ORCID 0000-0001-9108-7495; e-mail: kanareykins@mail.ru

Abstract. The paper is devoted to the issues of thermoelasticity of an elliptical-shaped pipe during uneven heating. It deals with the distribution of the temperature field of an elliptical tube for the case of uneven heating from the outside due to radiation and under a boundary condition of the third kind from the inside. To solve it, the paper considers the solution of the Laplace equation in an elliptic coordinate system. The main method is the Fourier method. The resulting expression of the temperature field of the pipe has an analytical form containing a Fourier series. Based on the obtained dependence, it is established that the temperature field varies according to the sine law. This made it possible to determine the stresses that occur in the cylinder wall. The result obtained can be used in engineering calculations of heat exchangers.

Keywords: heat transfer, ellipse, thermal stress, Laplace equation, convective heat transfer, radiant heat flux, Fourier method, hypergeometric functions.

Funding. The study did not have sponsorship.

Cite as: Kanareykin, A. I., Determination of the thermoelastic state of an elliptical pipe surface for the case of a radiant heat flow from one external side and convective heat exchange from the internal side. *Ecological*

Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation, 2025, vol. 22, no. 4, pp. 24–30. DOI: 10.31429/vestnik-22-4-24-30

Received 29 July 2025. Revised 23 October 2025. Accepted 31 October 2025. Published 2 December 2025. The author declare no competing interests.

© The Author(s), 2025. The article is open access, distributed under Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY) license.

Введение

Цилиндрические оболочки используются в многочисленных аэрокосмических, морских, инженерных и энергетических конструкциях. Их способность выдерживать высокие уровни осевого сжатия является полезной во многих случаях, когда большая часть конструкции нагружена в мембранным состоянии, а ее эффективность обусловлена отсутствием сквозных градиентов напряжений по толщине. Цилиндрические оболочки являются одним из наиболее широко используемых конструктивных элементов, встречающихся в теплотехнике, механике и ядерной энергетике [1–9].

Актуальность данной статьи заключается в том, что особое место занимают цилиндрические оболочки эллиптического сечения. Цилиндрические трубы эллиптического сечения применяются в теплообменниках для улучшения теплопередачи по сравнению с круглыми трубами [10–13].

Целью данной работы является определение температурного поля трубы эллиптического сечения для случая лучистого теплового потока с одной внешней стороны и конвективного теплообмена с внутренней стороны, а также термонапряжённого его состояния. Задачами исследования был анализ методов решения уравнения Лапласа в эллиптической системе координат [14–16].

Научная новизна исследования заключается в том, что в работе была рассмотрена труба эллиптического сечения.

1. Постановка задачи

Рассмотрим трубу эллиптической формы, на которую с одной стороны падает лучистый тепловой поток плотностью Q (рис. 1), а внутри трубы происходит конвективный теплообмен.

Облучаемая сторона поверхности трубы будет воспринимать тепловой поток по углу неравномерно. Проведём аппроксимацию закона подведенного потока следующей зависимостью

$$q = q_0 \sin \beta. \quad (1.1)$$

Задача теплообмена сводится к решению уравнения [17, 18]

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \beta^2} = 0. \quad (1.2)$$

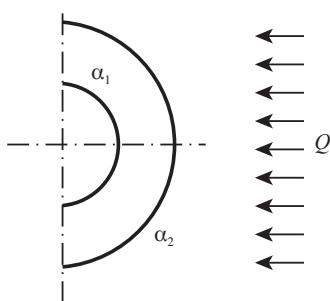


Рис. 1. Труба эллиптического сечения с заданными геометрическими размерами

Fig. 1. A pipe of elliptical cross-section with given geometric dimensions

Данное уравнение должно удовлетворять следующим граничным условиям

$$\frac{\partial T}{\partial \beta} \Big|_{\beta=0} = 0, \quad (1.3)$$

$$-\lambda \frac{1}{c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_1 - \cos^2 \beta}} \frac{\partial T}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_1} = h(T - T_0), \quad (1.4)$$

$$-\lambda \frac{1}{c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_2 - \cos^2 \beta}} \frac{\partial T}{\partial \alpha} \Big|_{\substack{\alpha=\alpha_2 \\ -\pi/2 \leq \beta \leq \pi/2}} = q \sin \beta. \quad (1.5)$$

где λ — коэффициент теплопроводности трубы, T_0 — температура окружающей среды, h — коэффициент теплоотдачи.

2. Построение решения задачи

Согласно методу Фурье, будем искать решение искомого уравнения (1.2) в виде дискретной совокупности нескольких функций

$$T(\alpha, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\beta + B_n \sin n\beta) (C_n e^{\alpha n} + D_n e^{-\alpha n}) + E\alpha + F. \quad (2.1)$$

Из условия симметрии (1.3) следует, что $A_n = 0$, тогда

$$T(\alpha, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \sin n\beta (C_n e^{\alpha n} + D_n e^{-\alpha n}) + E\alpha + F \quad (2.2)$$

или

$$T(\alpha, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} (M_n e^{\alpha n} + N_n e^{-\alpha n}) \sin n\beta + E\alpha + F. \quad (2.3)$$

Далее воспользуемся граничными условиями (1.4) и (1.5)

$$-\frac{\lambda}{q c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_2 - \cos^2 \beta}} \sum_{n=0}^{\infty} (n M_n e^{\alpha_2 n - 1} - n N_n e^{-\alpha_2 n - 1}) \sin n\beta = \sin \beta, \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\lambda}{h c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_1 - \cos^2 \beta}} \sum_{n=0}^{\infty} (n M_n e^{\alpha_1 n - 1} - n N_n e^{-\alpha_1 n - 1}) \sin n\beta = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} (M_n e^{\alpha n} + N_n e^{-\alpha n}) \sin n\beta + E\alpha + F - T_0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Разложим иррациональные выражения в ряды

$$\sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_2 - \cos^2 \beta} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} \cos 2n\beta, \quad (2.6)$$

$$\sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_1 - \cos^2 \beta} = \frac{b_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} \cos 2n\beta, \quad (2.7)$$

тогда формулы (2.4) и (2.5) примут вид

$$-\frac{\lambda}{qc} \left[\sum_{n=0}^{\infty} (n M_n e^{\alpha_2 n - 1} - n N_n e^{-\alpha_2 n - 1}) \sin n\beta + E \right] = \frac{a_0}{2} \sin \beta + \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} \cos 2n\beta \sin \beta, \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{\lambda}{hc} \left[\sum_{n=0}^{\infty} (nM_n e^{\alpha_1 n - 1} - nN_n e^{-\alpha_1 n - 1}) \sin n\beta + E \right] = \\
 = \frac{b_0}{2} \left[\sum_{n=0}^{\infty} (M_n e^{\alpha_1 n} + N_n e^{-\alpha_1 n}) \sin n\beta + E\alpha + F - T_0 \right] + \\
 + \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n} (M_n e^{\alpha_1 n} + N_n e^{-\alpha_1 n}) \sin n\beta \cos 2n\beta + (E\alpha_1 + F - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} \cos 2n\beta \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

и, интегрируя по углу β от 0 до π , получим

$$-\frac{2\lambda}{qc} \sum_{n=0}^{\infty} (M_n e^{\alpha_2 n - 1} - N_n e^{-\alpha_2 n - 1}) - \frac{\lambda\pi}{qc} E = a_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{2n}}{1 - 4n^2}, \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{2\lambda}{hc} \sum_{n=0}^{\infty} (M_n e^{\alpha_1 n - 1} - N_n e^{-\alpha_1 n - 1}) - \frac{\lambda\pi}{hc} E = \\
 = \frac{\pi b_0}{2} (E\alpha_1 + F - T_0) + 2 \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n} (M_n e^{\alpha_1 n} + N_n e^{-\alpha_1 n}). \quad (2.11)
 \end{aligned}$$

Коэффициенты a_{2n} и b_{2n} определяются по формулам

$$\begin{aligned}
 a_{2n} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_2 - \cos^2 \beta} \cos 2n\beta d\beta = \\
 = \frac{2 \operatorname{ch} \alpha_2}{\pi} \left[B \left(\frac{2n+1}{2}, \frac{1}{2} \right) \times F_1 \left(\frac{2n+1}{2}, -\frac{1}{2}, n+1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \alpha_2} \right) - \right. \\
 \left. - C_{2n}^2 B \left(\frac{2n-1}{2}, \frac{3}{2} \right) \times F_1 \left(\frac{2n-1}{2}, -\frac{1}{2}, n+1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \alpha_2} \right) + \dots \right], \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_{2n} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_1 - \cos^2 \beta} \cos 2n\beta d\beta = \\
 = \frac{2 \operatorname{ch} \alpha_1}{\pi} \left[B \left(\frac{2n+1}{2}, \frac{1}{2} \right) \times F_1 \left(\frac{2n+1}{2}, -\frac{1}{2}, n+1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \alpha_1} \right) - \right. \\
 \left. - C_{2n}^2 B \left(\frac{2n-1}{2}, \frac{3}{2} \right) \times F_1 \left(\frac{2n-1}{2}, -\frac{1}{2}, n+1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \alpha_1} \right) + \dots \right], \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

где $B(y, z)$ — бэта-функция, $F_1(y, z, m, k)$ — гипергеометрическая функция.

Найдём по формулам (2.12) и (2.13) коэффициенты a_0 и b_0

$$a_0 = \frac{2 \operatorname{ch} \alpha_2}{\pi} \left[B \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \times F_1 \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \alpha_2} \right) \right] = 2 \operatorname{ch} \alpha_2, \quad (2.14)$$

$$b_0 = \frac{2 \operatorname{ch} \alpha_1}{\pi} \left[B \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \times F_1 \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \alpha_1} \right) \right] = 2 \operatorname{ch} \alpha_1. \quad (2.15)$$

Из выражения (2.10) определим коэффициент E

$$E = -\frac{qca_0}{\pi\lambda}. \quad (2.16)$$

С учётом формулы (2.14) получим

$$E = -\frac{2qc \operatorname{ch} \alpha_2}{\pi \lambda}. \quad (2.17)$$

Подставив найденное значение коэффициента E в (2.11), найдём коэффициент F

$$F = T_0 + \frac{2q}{\pi h} \frac{a_0}{b_0} + \frac{qc \alpha_1 b_0}{\pi \lambda} \quad (2.18)$$

или

$$F = T_0 + \frac{2q}{\pi h} \frac{\operatorname{ch} \alpha_1}{\operatorname{ch} \alpha_2} + \frac{2q \alpha_1 c \operatorname{ch} \alpha_2}{\pi \lambda}. \quad (2.19)$$

Далее определим коэффициенты ряда M_n и N_n . Из выражения (2.10) коэффициент N_n равен

$$N_n = M_n + \frac{qc}{\lambda e^{\alpha_2 n - 1}} \frac{a_{2n}}{4n^2 - 1}. \quad (2.20)$$

Подставив выражение (2.20) в (2.11), найдём коэффициент M_n

$$M_n = q \frac{\frac{1}{h e^{\alpha_1 n + \alpha_2 n}} - \frac{b_{2n} c}{\lambda e^{\alpha_1 n + \alpha_2 n - 1}}}{b_{2n} (e^{\alpha_1 n} + e^{-\alpha_1 n}) - \frac{\lambda}{h c e^{\alpha_1 n - 1}}} \frac{a_{2n}}{4n^2 - 1}. \quad (2.21)$$

С учётом найденных коэффициентов M_n и N_n получим искомое температурное поле трубы

$$T(\alpha, \beta) = T_0 + q \left\{ \frac{2}{\pi h} \frac{\operatorname{ch} \alpha_1}{\operatorname{ch} \alpha_2} - \frac{2c \operatorname{ch} \alpha_2}{\pi \lambda} (\alpha - \alpha_1) + \sum_{n=0}^{\infty} \left(M_n (e^{\alpha n} + e^{-\alpha n}) - \frac{c}{\lambda e^{\alpha_2 n - 1}} \frac{a_{2n}}{1 - 4n^2} e^{-\alpha n} \right) \sin n\beta \right\}. \quad (2.22)$$

Теперь перейдём к вопросу определения внутренних напряжений в стенке цилиндра. Распределение внутренней нагрузки найдём по формуле

$$p = \alpha_T E \chi \int_L \frac{\partial T}{\partial n} dl, \quad (2.23)$$

где α_T — коэффициент линейного расширения, E — модуль Юнга, χ — коэффициент размерности, $dl = r d\varphi$.

Воспользуемся формулой для нахождения площади сегмента эллипса

$$S = \frac{\pi ab}{2} - \frac{b}{a} \left(x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a} \right), \quad (2.24)$$

где a, b — полуоси эллипса. При переходе к полярным координатам можно получить

$$S = \frac{\pi c^2 \operatorname{sh} \alpha \operatorname{ch} \alpha}{2} - \frac{c^2 \operatorname{sh} 2\alpha}{2} \left(\frac{\sin 2\beta}{2} + \beta + \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.25)$$

откуда

$$dS = -\frac{c^2 \operatorname{sh} 2\alpha}{2} (\cos 2\beta + 1) d\beta = -c^2 \operatorname{sh} 2\alpha \cos^2 \beta d\beta. \quad (2.26)$$

Из полученного выражения (2.22) находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial T}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_1} &= -\frac{q}{c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_1 - \cos^2 \beta}} \left\{ \frac{2c \operatorname{ch} \alpha_2}{\pi \lambda} - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{n=0}^{\infty} \left(n M_n (e^{\alpha_1 n - 1} - e^{-\alpha_1 n - 1}) + \frac{cn}{\lambda e^{\alpha_2 n - 1}} \frac{a_{2n}}{1 - 4n^2} e^{-\alpha_1 n - 1} \right) \sin n\beta \right\}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Тогда, подставив всё в (2.23), с применением численных методов получим

$$p = \alpha_T E \chi q c \operatorname{sh} 2\alpha_1 \left\{ \frac{2c \operatorname{ch} \alpha_2}{\pi \lambda} J_1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(n M_n (e^{\alpha_1 n - 1} - e^{-\alpha_1 n - 1}) + \frac{cn}{\lambda e^{\alpha_2 n - 1}} \frac{a_{2n}}{1 - 4n^2} e^{-\alpha_1 n - 1} \right) J_2 \right\}, \quad (2.28)$$

где

$$J_1 = \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \beta d\beta}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_1 - \cos^2 \beta}}, \quad (2.29)$$

$$J_2 = \int_0^{2\pi} \frac{\sin n\beta \cos^2 \beta d\beta}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_1 - \cos^2 \beta}}. \quad (2.30)$$

Интегралы (2.29) и (2.30) находятся с применением численных методов в зависимости от линейных размеров эллиптической оболочки a и b .

3. Анализ полученного решения

Как следует из полученного выражения (2.28), термоапряженность трубы определяется её геометрическими размерами, интенсивностью внешнего излучения и не обусловлено конвективным теплообменом.

Выводы

1. В приведённой работе на основе метода Фурье была решена задача теплообмена по определению температурного поля трубы эллиптического сечения для случая лучистого теплового потока с одной внешней стороны и при конвективном теплообмене с внутренней.
2. Термоапряженность трубы определяется её геометрическими размерами, интенсивностью внешнего излучения и не обусловлено конвективным теплообменом.
3. Полученный результат может быть использован в инженерных расчётах теплообменных аппаратов, содержащих теплообменные трубы эллиптического сечения.

Литература [References]

1. Apostolos, N., Karamanos, S., Papanicopulos, S., *Non-Associative Plasticity for Structural Instability of Cylindrical Shells in the Inelastic Range*. University of Edinburgh, 2022.
2. Fajuyitan, O.K., Sadowski, A., Wadee A., *Length Effects in Elastic Imperfect Cylindrical Shells under Uniform Bending*. University of London, 2018.
3. Локтева, Н.А., Нестационарное деформирование анизотропной круговой цилиндрической оболочки. *Труды МАИ*, 2021, № 120, с. 139–145. [Lokteva, N.A., Unsteady deformation of an anisotropic circular cylindrical shell. *Trudy MAI = Proc. of MAI*, 2021, no. 120, pp. 139–145. (in Russian)]
4. Fage A., Warsap J.H., The Effects of Turbulence and Surface Roughness on the Drag of Circular Cylinders. *ARC RM1283*, 1930, pp. 36–47.
5. Kanareykin, A.I., Mathematical modeling of the fuel element of a nuclear reactor taking into account the temperature dependence of the thermal conductivity of the fuel element made of uranium oxide. In *IOP Conference Series. Ser. 4. Earth and Environmental Science. IV International Scientific and Practical Conference “Actual Problems of the Energy Complex: Physical Processes, Mining, Production, Transmission, Processing and Environmental Protection”*, 2022, p. 012012. DOI: [10.1088/1755-1315/990/1/012012](https://doi.org/10.1088/1755-1315/990/1/012012)
6. Kanareykin, A., Analysis of the thermally stressed state of the heat-generating element in the form of an ellipsoid. In *E3S Web of Conferences*, 2024, vol. 549, p. 05006. DOI: [10.1051/E3SCONF/202454905006](https://doi.org/10.1051/E3SCONF/202454905006)
7. Kanareykin, A., Modeling of the temperature field and thermal stresses of a fuel element with variable volumetric heat release. In *E3S Web of Conferences*, 2024, vol. 592, p. 03009. DOI: [10.1051/E3SCONF/202459203009](https://doi.org/10.1051/E3SCONF/202459203009)

8. Kanareykin, A., Heat exchange between the heating element and its shell under the boundary condition of the fourth kind. In *E3S Web of Conferences. International Scientific Siberian Transport Forum - TransSiberia 2023*, 2023, p. 07039. DOI: [10.17586/1606-4313-2023-22-3-68-73](https://doi.org/10.17586/1606-4313-2023-22-3-68-73)
9. Kanareykin, A., Heat exchange in fuel rods at different cross sections. In *E3S Web of Conferences. XI International Scientific and Practical Conference Innovative Technologies in Environmental Science and Education (ITSE-2023)*. EDP Sciences, 2023, p. 02021. DOI: [10.1051/e3sconf/202343102021](https://doi.org/10.1051/e3sconf/202343102021)
10. Железнов, Л.П., Серёзнов, А.Н., Нелинейное деформирование и устойчивость подкрепленной композитной цилиндрической оболочки при осевом сжатии. *Полет. Общероссийский научно-технический журнал*, 2022, № 2, с. 40–48. [Zheleznov, L.P., Sereznov, A.N., Nonlinear deformation and stability of a reinforced composite cylindrical shell under axial compression. *Polet. Obshcherossiyskiy nauchno-tehnicheskiy zhurnal = Flight. All-Russian Scientific and Technical Journal*, 2022, no. 2, pp. 40–48. (in Russian)]
11. Петров И.И. Фундаментальные решения для ортотропной цилиндрической оболочки. *Труды МАИ*, 2022, № 124, с. 23–29. [Petrov I.I. Fundamental solutions for an orthotropic cylindrical shell. *Trudy MAI = Proc. of MAI*, 2022, no. 124, pp. 23–29. (in Russian)]
12. Канарейкин, А.И., Уравнение Лапласа в теплофизике. *Наукосфера*, 2023, № 12-2, с. 241–245. [Kanareikin, A.I., Laplace equation in thermal physics. *Naukosfera*, 2023, no. 12-2, pp. 241–245. (in Russian)]
13. Захаров, В.А., Верификация методики численного исследования процесса теплообмена в кольцевых каналах теплообменного аппарата. *Машиностроение и машиноведение*, 2020, № 1, с. 14–16. [Zakharov, V.A., Verification of the methodology for numerical study of the heat transfer process in the annular channels of a heat exchanger. *Mashinostroenie i mashinovedenie = Mechanical Engineering and Mechanical Engineering*, 2020, no. 1, pp. 14–16. (in Russian)]
14. Канарейкин, А.И., О частном решении дифференциального уравнения в частных производных без перехода к эллиптической системе координат. В *Научные труды Калужского государственного университета имени К.Э. Циолковского. Региональная университетская научно-практическая конференция. Сер. «Естественные науки»*, Калужский государственный университет имени К.Э. Циолковского, 2015, с. 140–141. [Kanareikin, A.I., On a particular solution of a partial differential equation without transition to an elliptic coordinate system. In *Nauchnye trudy Kaluzhskogo gosudarstvennogo universiteta imeni K.E. Tsiolkovskogo. Regional'naya universitetskaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya. Ser. «Estestvennye nauki» = Scientific Works of K.E. Tsiolkovsky's Kaluga State University. Regional University Scientific and Practical Conference. Ser. «Natural Sciences»*, K.E. Tsiolkovsky Kaluga State University, 2015, pp. 140–141. (in Russian)]
15. Канарейкин, А.И., Решение краевой задачи Неймана для уравнения Пуассона в цилиндрическом стержне. *Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности*, 2023, т. 8, № 9, с. 73–78. [Kanareikin, A.I., Solution of the Neumann boundary value problem for the Poisson equation in a cylindrical rod. *Mezhdunarodnyy zhurnal informatsionnykh tekhnologiy i energoeffektivnosti = International Journal of Information Technology and Energy Efficiency*, 2023, v. 8, no. 9, pp. 73–78. (in Russian)]
16. Несис, Е.И., *Методы математической физики*. Москва, Просвещение, 1977. [Nesis, E.I., *Metody matematicheskoy fiziki = Methods of Mathematical Physics*. Moscow, Prosveshchenie, 1977. (in Russian)]
17. Канарейкин, А.И., Теплообмен трубы цилиндрической формы для случая лучистого теплового потока с одной внешней стороны и при граничном условии третьего рода с внутренней стороны. *Вестник Международной академии холода*, 2024, № 3, с. 78–83. [Kanareikin, A.I., Heat transfer of a cylindrical pipe for the case of radiant heat flux on one outer side and under a boundary condition of the third kind on the inner side. *Vestnik Mezhdunarodnoy akademii kholoda = Bull. of the Int. Academy of Refrigeration*, 2024, no. 3, pp. 78–83. (in Russian)] DOI: [10.17586/1606-4313-2024-23-3-78-83](https://doi.org/10.17586/1606-4313-2024-23-3-78-83)
18. Канарейкин, А.И., Теплообмен трубы эллиптической формы для случая лучистого теплового потока с внешней стороны и при конвективном теплообмене с внутренней. *Инженерная физика*, 2025, № 1, с. 58–64. [Kanareikin, A.I., Heat transfer of an elliptical pipe for the case of radiant heat flow from the outside and convective heat transfer from the inside. *Inzhenernaya fizika = Engineering Physics*, 2025, no. 1, pp. 58–64. (in Russian)] DOI: [10.25791/infizik.1.2025.1456](https://doi.org/10.25791/infizik.1.2025.1456)