УДК 539.3 EDN: LYTAZM DOI: 10.31429/vestnik-23-1-49-55

Определение термоупругого состояния цилиндра эллиптического сечения с внутренним источником теплоты при внешнем теплообмене и лучистым тепловым потоке, поступающим с одной внешней стороны

А. И. Канарейкин✉

Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе (МГРИ), ул. Миклухо-Маклая, 23, 117997, Москва, Россия

✉ Канарейкин Александр Иванович; ORCID 0000-0001-9108-7495; SPIN 1939-9504; e-mail: kanareykins@mail.ru

Аннотация. Работа посвящена вопросам термоупругости термоупругого цилиндра эллиптического сечения. В ней рассматривается задача о распределении температурного поля тела эллиптического сечения с внутренним источником теплоты при внешнем теплообмене и поступающим тепловым потоком с другой стороны. Для её решения в работе рассматривается решение уравнения Лапласа в эллиптической системе координат. Основным методом является метод Фурье. Полученное выражение температурного поля цилиндра позволило определить возникающие внутренние термонапряжения. Полученный результат может быть использован в инженерных расчётах теплообменных аппаратов и солнечных коллекторов.

Ключевые слова: теплообмен, эллипс, термонапряжённость, уравнение Лапласа, конвективный теплообмен, лучистый тепловой поток, метод Фурье, гипергеометрические функции.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Цитирование: Канарейкин А. И. Определение термоупругого состояния цилиндра эллиптического сечения с внутренним источником теплоты при внешнем теплообмене и лучистым тепловым потоке, поступающим с одной внешней стороны // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2026. Т. 23, № 1. С. 49–55. EDN: LYTAZM. DOI: 10.31429/vestnik-23-1-49-55

Поступила 7 ноября 2025 г. После доработки 6 марта 2026 г. Принято 17 марта 2026 г. Публикация 23 марта 2026 г.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Determination of the Thermoelastic State of an Elliptical Cylinder with an Internal Heat Source During External Heat Exchange and a Radiant Heat Flow Coming from One External Side

A. I. Kanareykin✉

Russian State Geological University named after Sergo Ordzhonikidze (MGRI), Miklukho-Maklaya st., 23, 117997, Moscow, Russia

✉ Alexandr I. Kanareykin; ORCID 0000-0001-9108-7495; e-mail: kanareykins@mail.ru

Abstract. The work is devoted to the issues of thermoelasticity of the state of an elliptical cylinder. It considers the problem of the distribution of the temperature field of an elliptical body with an internal heat source during external heat exchange and the incoming heat flow from the other side. To solve it, the paper considers the solution of the Laplace equation in an elliptic coordinate system. The main method is the Fourier method. The obtained expression of the temperature field of the cylinder made it possible to determine the resulting internal thermal stresses. The result obtained can be used in engineering calculations of heat exchangers and solar collectors.

Keywords: heat transfer, ellipse, thermal stress, Laplace equation, convective heat transfer, radiant heat flow, Fourier method, hypergeometric functions.

Funding. The study did not have sponsorship.

Cite as: Kanareykin, A. I., Determination of the thermoelastic state of an elliptical cylinder with an internal heat source during external heat exchange and a radiant heat flow coming from one external side. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2026, vol. 23, no. 1, pp. 49–55. DOI: 10.31429/vestnik-23-1-49-55

Received 7 November 2025. Revised 6 March 2026. Accepted 17 March 2026. Published 23 March 2026.
The author declare no competing interests.

Введение

Цилиндрические оболочки широко используются в качестве ответственных элементов различных промышленных сооружений (нефте- и газопроводов, топливных резервуаров, газовых баллонов и т.п.). Специфическая длительная эксплуатация таких конструкций способствует их повреждению, которое возникает как под воздействием внешних условий среды (например, коррозии), так и под влиянием механических факторов. Все эти повреждения можно рассматривать как эффективные концентраторы напряжений, которые могут спровоцировать деформацию, выпучивание и, как следствие, привести к разрушению конструкций. Особого внимания заслуживают цилиндрические оболочки с эллиптическим сечением в связи с их возросшим использованием [1–4].

Актуальность данной статьи связана с возросшим использованием оболочек с эллиптическим сечением. Их способность выдерживать высокие уровни осевого сжатия является полезной во многих случаях, когда большая часть конструкции нагружена в мембранном состоянии, а ее эффективность обусловлена отсутствием сквозных градиентов напряжений по толщине. Также цилиндрические оболочки являются одним из наиболее широко используемых конструктивных элементов, встречающихся в теплотехнике, механике и ядерной энергетике [5–11].

Целью данной работы является определение термоупругого состояния поверхности цилиндра эллиптического сечения с внутренним источником теплоты при внешнем теплообмене и лучистым тепловым потоком, поступающим с одной внешней стороны. Задачами исследования был анализ методов решения уравнения Пуассона в эллиптической системе координат [12–19].

Научная новизна исследования заключается в том, что в работе был рассмотрен несимметричный случай распределения температурного поля при смешанных граничных условиях.

1. Постановка задачи

Рассмотрим цилиндр эллиптического сечения с полуосями a и b, внутри которого действует одинаковый источник теплоты мощностью q_v. Сама задача об определении двумерного стационарного температурного поля по сечению цилиндра сводиться к решению краевой задачи для уравнения Пуассона

$$\Delta T + \frac{q_v}{\lambda} = 0, \tag{1.1}$$

где q_v — удельная мощность внутреннего источника, λ — коэффициент теплопроводности материала цилиндра. При этом граничные условия на поверхности цилиндра неоднородны: на поверхности происходит теплообмен и сверху падает лучистый тепловой поток максимальной мощностью q_0

$$\lambda \operatorname{grad} T = q_0 \sin\beta - \alpha(T - T_0), \tag{1.2}$$

где α — коэффициент теплоотдачи между средой и поверхностью цилиндра, T_0 — температура окружающей среды.

2. Построение решения задачи

Уравнение Пуассона (1.1) в эллиптических координатах (μ, ν) имеет вид

$$\frac{1}{c^2(\operatorname{ch}^2\mu - \cos^2\nu)}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial\mu^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial\nu^2}\right) = -\frac{q_v}{\lambda}, \quad c = \sqrt{a^2 - b^2}, \tag{2.1}$$

а само граничное условие (1.2) при $\mu = \mu_0$ примет вид

$$\lambda \frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu}}\frac{\partial T}{\partial\alpha} = q_0 \sin\beta - \alpha(T - T_0). \tag{2.2}$$

Подстановка вида [20]

$$T = U(\mu,\nu) - \frac{q_v c^2}{4\lambda}\left(\operatorname{sh}^2\mu + \cos^2\nu\right) \tag{2.3}$$

преобразует уравнение (2.1) в уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial\mu^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial\nu^2} = 0. \tag{2.4}$$

В этом случае граничное условие (2.2) примет вид

$$\frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu}}\left(\frac{\partial U}{\partial\mu} - \frac{q_v}{4\lambda}c^2\operatorname{sh}2\mu_0\right) = \frac{q_0}{\lambda}\sin\nu + \mathrm{Bi}\left[\frac{q_v}{4\lambda}c^2(\operatorname{sh}^2\mu_0 + \cos^2\nu) + T_0 - U\right], \tag{2.5}$$

где $\mathrm{Bi} = hc/\lambda$ — число Био.

Решение уравнения (2.4) имеет вид

$$U(\mu,\nu) = \sum_{n=0}^{\infty}(A_n\operatorname{ch}n\mu\cos n\nu + B_n\operatorname{sh}n\mu\sin n\nu). \tag{2.6}$$

Из соображений симметрии следует положить $B_n = 0$, тогда

$$U(\mu,\nu) = \sum_{n=0}^{\infty}A_n\operatorname{ch}n\mu\cos n\nu. \tag{2.7}$$

Постоянные A_n найдём из граничного условия (2.5)

$$\frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu}}\left(\sum_{n=0}^{\infty}nA_n\operatorname{sh}n\mu_0\cos n\nu - \frac{q_\nu}{4\lambda}c^2\operatorname{sh}2\mu_0\right) = \\ + \mathrm{Bi}\left[\frac{q_v}{4\lambda}c^2(\operatorname{sh}^2\mu_0 + \cos^2\nu) + T_0 - \sum_{n=0}^{\infty}A_n\operatorname{ch}n\mu\cos n\nu\right]. \tag{2.8}$$

Так как

$$\sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}a_{2n}\cos n\nu, \tag{2.9}$$

то выражение (2.8) примет вид

$$\sum_{n=0}^{\infty}nA_n\operatorname{sh}n\mu_0\cos n\nu - \frac{q_\nu}{4\lambda}\pi c^2\operatorname{sh}2\mu_0 = \frac{q_0}{\lambda}\left(\frac{a_0}{2}\cos\nu + \sum_{n=1}^{\infty}a_{2n}\cos 2n\nu\cos\nu\right) + \\ + \mathrm{Bi}\,\frac{c^2 q_\nu}{4\lambda}\left(\operatorname{sh}^2\mu_0\sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu} + \sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu}\cos^2\nu\right) + \mathrm{Bi}\,T_0\sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu} - \\ - \mathrm{Bi}\left(\frac{a_0}{2}\sum_{n=0}^{\infty}A_n\operatorname{ch}n\mu_0\cos n\nu + \sum_{n=1}^{\infty}a_{2n}\cos 2n\nu\sum_{n=0}^{\infty}A_n\operatorname{ch}n\mu_0\cos n\nu\right) \tag{2.10}$$

и, интегрируя по ν от 0 до π, получим

$$-\frac{q_\nu\pi}{4\lambda}c^2\operatorname{sh}2\mu_0 = \frac{q_0}{\lambda}\left(a_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{a_{2n}}{1-4n^2}\right) + \\ + \mathrm{Bi}\,\frac{c^2 q_\nu}{4\lambda}\left(\operatorname{sh}^2\mu_0\int_0^\pi\sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu}\,\mathrm{d}\nu + \int_0^\pi\sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu}\cos^2\nu\,\mathrm{d}\nu\right) + \\ + \mathrm{Bi}\,T_0\int_0^\pi\sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu}\,\mathrm{d}\nu - \frac{\pi}{2}\mathrm{Bi}(a_0A_0 + \operatorname{ch}2n\mu_0 a_{2n}A_{2n}). \tag{2.11}$$

Откуда

$$A_{2n} = \left\{ \frac{4T_0 \operatorname{ch}\alpha_0}{\mathrm{Bi}} E\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\mu_0}, \frac{\pi}{2}\right) + \frac{2q_0}{\lambda\,\mathrm{Bi}} \frac{a_{2n}}{1-4n^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{q_v c^2 \operatorname{ch}\mu_0}{2\lambda} \left[\operatorname{sh}^2\alpha_0 E\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\mu_0}, \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\operatorname{sh}^2\mu_0}{3} F\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\mu_0}, \frac{\pi}{2}\right) + \left(\frac{2-\operatorname{ch}^2\mu_0}{3}\right) E\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\mu_0}, \frac{\pi}{2}\right)\right]\right\} :$$
$$\pi \operatorname{ch} 2n\mu_0 a_{2n}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots. \tag{2.12}$$

Коэффициенты a_{2n} определяются по формуле

$$a_{2n} = \frac{2}{\pi} \int\limits_0^\pi \sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu}\, \cos n\nu \,\mathrm{d}\nu =$$
$$= \frac{2\operatorname{ch}\mu_0}{\pi} \left[B\left(\frac{2n+1}{2}, \frac{1}{2}\right) \times F_1\left(\frac{2n+1}{2}, -\frac{1}{2}, n+1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2\mu_0}\right) - \right.$$
$$\left. - C_{2n}^2 B\left(\frac{2n-1}{2}, \frac{3}{2}\right) \times F_1\left(\frac{2n-1}{2}, -\frac{1}{2}, n+1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2\mu_0}\right) + \ldots \right], \tag{2.13}$$

где $B(y,z)$ — бэта-функция, $F_1(y,z,m;k)$ — гипергеометрическая функция. Откуда

$$a_0 = \frac{2\operatorname{ch}\mu_0}{\pi} \left[B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \times F_1\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2\mu_0}\right)\right] = 2\operatorname{ch}\mu_0. \tag{2.14}$$

Окончательно искомое распределение температуры описывается уравнением

$$T(\mu,\nu) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} \operatorname{ch} 2n\mu \cos 2n\nu - \frac{q_v c^2}{4\lambda}\left(\operatorname{sh}^2\mu + \cos^2\nu\right). \tag{2.15}$$

Теперь перейдём к вопросу определения внутренних напряжений в стенке цилиндра. Распределение внутренней нагрузки найдём по формуле [21]

$$p = \alpha_T E \chi \int\limits_L \frac{\partial T}{\partial n}\,\mathrm{d}S, \tag{2.16}$$

где α_T — коэффициент линейного расширения, E — модуль Юнга, χ — коэффициент размерности.

Воспользуемся формулой для нахождения площади сегмента эллипса

$$S = \frac{\pi ab}{2} - \frac{b}{a}\left(x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin\frac{x}{a}\right), \tag{2.17}$$

где a, b — полуоси эллипса. При переходе к эллиптическим координатам можно получить

$$S = \frac{\pi c^2 \operatorname{sh}\mu \operatorname{ch}\mu}{2} - \frac{c^2 \operatorname{sh}2\mu}{2}\left(\frac{\sin 2\nu}{2} + \nu + \frac{\pi}{2}\right), \tag{2.18}$$

откуда

$$\mathrm{d}S = -\frac{c^2 \operatorname{sh}2\mu}{2}(\cos 2\mu + 1)\,\mathrm{d}\nu = -c^2 \operatorname{sh}2\mu \cos^2\nu\,\mathrm{d}\nu. \tag{2.19}$$

Из полученного выражения (2.15) находим производную по направлению

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \left.\frac{\partial T}{\partial \mu}\right|_{\mu=\mu_0} = -\frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\mu_0 - \cos^2\nu}} \left[\sum_{n=0}^{\infty} 2nA_{2n} \operatorname{sh} 2n\mu_0 \cos 2n\nu + \frac{q_v c}{4\lambda}\operatorname{sh}(2\mu_0)\right]. \tag{2.20}$$

Тогда, подставив всё в выражение (2.21), получим

$$p = \alpha_T E \chi \left[\frac{q_v c^3}{4\lambda} \operatorname{sh}^2(2\mu_0) J + \sum_{n=0}^{\infty} 2nA_{2n} \operatorname{sh} 2n\mu_0 J_{2n} \right], \tag{2.21}$$

где

$$J = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 \nu d\nu}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu}}, \tag{2.22}$$

$$J_{2n} = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos 2n\nu \cos^2 \nu \, d\nu}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu}}. \tag{2.23}$$

При этом интегралы (2.22) и (2.23) находятся с применением численных методов в зависимости от линейных размеров эллиптической оболочки a и b.

3. Анализ полученного решения

Как следует из полученного выражения (2.21), величина возникающих термонапряжений определяется геометрическими размерами рассматриваемого цилиндра, интенсивностью теплообмена и интенсивностью внешнего излучения.

Выводы

1. В приведённой работе на основе метода Фурье была решена задача по определению температурного поля цилиндра эллиптического сечения с внутренним источником теплоты при внешнем теплообмене и лучистым тепловым потоком, поступающим с одной внешней стороны. Что позволило определить возникающие внутренние напряжения.

2. Как следует из полученного выражения величина возникающих термонапряжений определяется геометрическими размерами рассматриваемого цилиндра, интенсивностью теплообмена и интенсивностью внешнего излучения.

3. Полученный результат может быть использован в инженерных расчётах теплообменных аппаратов и солнечных коллекторов.

Литература [References]

1. Nasikas, A., Karamanos, S., Papanicolopulos, S., *Non-Associative Plasticity for Structural Instability of Cylindrical Shells in the Inelastic Range*. University of Edinburgh, 2022.
2. Fajuyitan, O.K., Sadowski, A., Wadee, A., *Length Effects in Elastic Imperfect Cylindrical Shells under Uniform Bending*. University of London, 2018.
3. Локтева Н.А. Нестационарное деформирование анизотропной круговой цилиндрической оболочки. *Труды МАИ*, 2021, № 120, с. 139–145. [Lokteva, N.A., Unsteady deformation of an anisotropic circular cylindrical shell. *Trudy MAI = Proc. of the Moscow Aviation Institute*, 2021, no. 120, pp. 139–145. (in Russian)]
4. Fage, A., Warsap, J.H., The Effects of Turbulence and Surface Roughness on the Drag of Circular Cylinders. *ARC RM1283*, 1930, pp. 36–47.
5. Kanareykin, A.I., Mathematical modeling of the fuel element of a nuclear reactor taking into account the temperature dependence of the thermal conductivity of the fuel element made of uranium oxide. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 4. IV International Scientific and Practical Conference "Actual Problems of the Energy Complex: Physical Processes, Mining, Production, Transmission, Processing and Environmental Protection"*, 2022, p. 012012. DOI: 10.1088/1755-1315/990/1/012012
6. Kanareykin, A., Modeling of buckling modes of laminated layered cylinders with elliptical cross section. *AIP Conf. Proc.*, 2025, vol. 3347, art. 020053. DOI: 10.1063/5.0290501
7. Kanareykin, A., Modeling of the temperature field and thermal stresses of a fuel element with variable volumetric heat release. *E3S Web of Conferences*, 2024, vol. 592, p. 03009. DOI: 10.1051/E3SCONF/202459203009

8. Kanareykin, A., Heat exchange between the heating element and its shell under the boundary condition of the fourth kind. *E3S Web of Conferences. International Scientific Siberian Transport Forum – TransSiberia 2023*, 2023, p. 07039. DOI: 10.17586/1606-4313-2023-22-3-68-73

9. Kanareykin, A., Heat exchange in fuel rods at different cross sections. *E3S Web of Conferences. XI International Scientific and Practical Conference Innovative Technologies in Environmental Science and Education (ITSE-2023). EDP Sciences*, 2023, p. 02021. DOI: 10.1051/e3sconf/202343102021

10. Канарейкин, А.И., Распределение температурного поля в теле с эллиптическим поперечным сечением. *Научные труды Калужского государственного университета им. К.Э. Циолковского. Серия «Естественные науки»*, 2016, с. 230–231. [Kanarekin, A.I., Distribution of the temperature field in a fuel element with an elliptical cross-section. *Proc. of the Kaluga State University named after K.E. Tsiolkovsky. "Natural Sciences" Series*, 2016, p. 230–231. (in Russian)]

11. Железнов, Л.П., Серьёзнов, А.Н., Нелинейное деформирование и устойчивость подкрепленной композитной цилиндрической оболочки при осевом сжатии. *Полет. Общероссийский научно-технический журнал*, 2022, № 2, с. 40–48. [Zheleznov, L.P., Serebernov, A.N., Nonlinear deformation and stability of a reinforced composite cylindrical shell under axial compression. *Polet. Obshcherossiyskiy nauchno-tekhnicheskiy zhurnal = Flight. All-Russian Scientific and Technical Journal*, 2022, no. 2, pp. 40–48. (in Russian)]

12. Петров, И.И., Фундаментальные решения для ортотропной цилиндрической оболочки. *Труды МАИ*, 2022, № 124, с. 23–29. [Petrov, I.I., Fundamental solutions for an orthotropic cylindrical shell. *Trudy MAI = Proc. of the Moscow Aviation Institute*, 2022, no. 124, pp. 23–29. (in Russian)]

13. Канарейкин, А.И., Уравнение Лапласа в теплофизике. *Наукосфера*, 2023, № 12-2, с. 241–245. [Kanarekin, A.I., Laplace equation in thermophysics. *Naukosphera = Science Sphere*, 2023, no. 12-2, pp. 241–245. (in Russian)]

14. Захаров, В.А., Верификация методики численного исследования процесса теплообмена в кольцевых каналах теплообменного аппарата. *Машиностроение и машиноведение*, 2020, № 1(70), с. 14–16. [Zakharov, V.A., Verification of the methodology for numerical investigation of the heat exchange process in the annular channels of a heat exchanger. *Mashinostroenie i mashinovedenie = Mechanical Engineering and Machine Science*, 2020, no. 1 (70), pp. 14–16. (in Russian)]

15. Канарейкин, А.И., О частном решении дифференциального уравнения в частных производных без перехода к эллиптической системе координат. *Научные труды Калужского государственного университета имени К.Э. Циолковского. Региональная университетская научно-практическая конференция. Сер. «Естественные науки», Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского*, 2015, с. 140–141. [Kanarekin, A.I., On the partial solution of a partial differential equation without transition to an elliptic coordinate system. *Nauchnye trudy Kaluzhskogo gosudarstvennogo universiteta imeni K.E. Tsiolkovskogo. Regional'naya universitetskaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya. Ser. "Estestvennye nauki", Kaluzhskiy gosudarstvennyy universitet im. K.E. Tsiolkovskogo = Proc. of Kaluga State University named after K.E. Tsiolkovsky. Regional University Scientific and Practical Conference. Ser. "Natural Sciences", Kaluga State University named after K.E. Tsiolkovsky*, 2015, pp. 140–141. (in Russian)]

16. Несис, Е.И., *Методы математической физики*. Москва, Просвещение, 1977. [Nesis, E.I., *Methods of mathematical physics*. Moscow, Prosveshchenie, 1977. (in Russian)]

17. Kanareikin, A.I., Energy calculation of the temperature field of an elliptical body without internal heat sources under boundary conditions of the third kind. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2022, no. 1045, p. 012068. DOI: 10.1088/1755-1315/1045/1/012068

18. Канарейкин, А.И., Распределение температуры в теле эллиптического сечения с внутренним источником тепла при адиабатической изоляции половины поверхности. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*, 2021, № 5, с. 20–25. [Kanarekin, A.I., Temperature distribution in an elliptical body with an internal heat source during adiabatic insulation of half of the surface. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem = Forging and stamping production. Pressure treatment of materials*, 2021, no. 5. pp. 20–25. (in Russian)]

19. Канарейкин, А.И., Распределение температуры в теле эллиптического сечения с внутренним источником тепла при гранитных условиях первого рода. *Вестник Калужского университета*, 2020, № 2 (47), с. 74–76. [Kanarekin, A.I., Temperature distribution in an elliptical body with an internal heat source under boundary conditions of the first kind. *Vestnik Kaluzhskogo universiteta = Bulletin of the University of Kaluga*, 2020, no. 2 (47), pp. 74–76. (in Russian)]

20. Канарейкин, А.И., Определение термоупругого состояния поверхности трубы цилиндрической формы для случая лучистого теплового потока с одной внешней стороны и конвективном тепло-

обмене с внутренней. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2025, т. 22, № 2, с. 72–79. [Kanareikin, A.I., Determination of the thermoelastic state of the surface of a cylindrical pipe for the case of radiant heat flow from one outer side and convective heat exchange from the inner side. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of the Scientific Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2025, vol. 22, no. 2, pp. 72–79. (in Russian)] DOI: 10.31429/vestnik-22-2-72-79

21. Власов, Н.М., Иванов, С.Д., Колесов, В.С., Распространение метода пластинчатой аналогии на задачи термоупругости для тел с включением. *Тепловые напряжения в элементах конструкций*, 1974, № 14, с. 91–94. [Vlasov, N.M., Ivanov, S.D., Kolesov, V.S., Extension of the plate analogy method to thermoelasticity problems for bodies with inclusions. *Teplovye napryazheniya v elementakh konstruktsiy = Thermal stresses in structural elements*, 1974, No. 14, pp. 91–94. (in Russian)]