

УДК 539.3

EDN: MRJJAT DOI: 10.31429/vestnik-22-4-37-44

Колебания протяженного основания с планарными дефектами, обладающего электромеханическими свойствами

И. С. Телятников^{1,2✉}, А. В. Павлова¹

¹ Федеральный исследовательский центр Южный научный центр РАН, пр-кт Чехова, 41, Ростов-на-Дону, 344006, Россия

² Кубанский государственный университет, ул. Ставропольская, 149, Краснодар, 350040, Россия

✉ Телятников Илья Сергеевич; ORCID 0000-0001-8500-2133; SPIN 5501-1491; e-mail: ilux_t@list.ru

Аннотация. Рассмотрена задача об установившиеся колебаниях пьезоэлектрического пакета однородных слоев, вызванных действием локальных поверхностных и/или внутренних гармонические механических и/или электрических нагрузок. Представлен один аналитический подход к изучению связанных полей, возбуждаемых гармоническими нагрузками различной природы и локализации для отдельного класса геофизических сред, моделируемых слоистыми структурами, обладающими электроупругими свойствами, и содержащими дефекты. Этот подход позволит изучать свойства, в том числе локализационные, физических полей, генерируемых поверхностными источниками и интерфейсными дефектами в электроупругих слоистых структурах. Основу подхода составляют метод блочного элемента и теория «вирусов» вибропрочности. Приведены результаты модельных расчетов для анизотропного электроупругого слоя с осесимметричной трещиной.

Ключевые слова: электроупругая среда, гармонические нагрузки, плоские дефекты, осесимметричная трещина.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ и КНФ в рамках проекта № 24-21-20032.

Цитирование: Телятников И. С., Павлова А. В. Колебания протяженного основания с планарными дефектами, обладающего электромеханическими свойствами // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2025. Т. 22, № 4. С. 37–44. EDN: MRJJAT. DOI: 10.31429/vestnik-22-4-37-44

Поступила 16 октября 2025 г. После доработки 15 ноября 2025 г. Принято 20 ноября 2025 г. Публикация 2 декабря 2025 г.

Авторы внесли одинаковый вклад в подготовку рукописи. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Автор(ы), 2025. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY).

Vibrations of an Extended Foundation with Electromechanical Properties and Containing Planar Defects

I. S. Telyatnikov^{1,2✉}, A. V. Pavlova¹

¹ Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Prospekt Chekhova, 41, Rostov-on-Don, 344006, Russia

² Kuban State University, Stavropolskaya str., 149, Krasnodar, 350040, Russia

✉ Ilya S. Telyatnikov; ORCID 0000-0001-8500-2133; e-mail: ilux_t@list.ru

Abstract. The authors considered the problem of steady-state vibrations of a piezoelectric package of homogeneous layers caused by local surface and/or internal harmonic mechanical and/or electrical loads. We presented an analytical approach to studying coupled fields excited by harmonic loads of varying nature and localization for a specific class of geophysical media modeled by layered structures with electroelastic properties and containing defects. This approach will allow us to study the properties, including localization, of physical fields generated by surface sources and interface defects in electroelastic layered structures. The approach is based on the block element method and the theory of vibration-strength “viruses”. The results of model calculations for an anisotropic electroelastic layer with an axisymmetric crack are presented.

Keywords: electroelastic medium, harmonic loads, planar defects, axisymmetric crack.

Funding. The study was carried out with financial support from the Russian Science Foundation and the Kuban Science Foundation under project No. 24-21-20032.

Cite as: Telyatnikov, I. S., Pavlova, A. V., Vibrations of an extended foundation with electromechanical properties and containing planar defects. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2025, vol. 22, no. 4, pp. 37–44. DOI: 10.31429/vestnik-22-4-37-44

Received 16 October 2025. Revised 15 November 2025. Accepted 20 November 2025. Published 2 December 2025.

The authors contributed equally. The authors declare no competing interests.

© The Author(s), 2025. The article is open access, distributed under Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY) license.

Введение

В настоящее время аппаратурные комплексы геофизических обсерваторий обеспечивают регистрацию колебаний локальных образований горной породы практически на всех этапах развития очагов сейсмических событий, масштаб которых определяется активностью сформировавшихся сейсмотектонических «резонаторов» [1]. В работах [2, 3 и др.] представлены результаты изучения откликов геосреды на воздействия электромагнитных и механических импульсов и вибраций, позволившие заключить, что для изучения механизма процессов разрядки избыточных напряжений и решения проблемы высвобождения энергии в земной коре перспективным является использование нагружения с помощью вибраций и электромагнитных полей [2]. Особый интерес вызывает исследование сейсмических процессов и сопутствующих гравито-магнитных возмущений, предваряющих развитие сейсмических катастроф [1–4].

Осадочные толщи платформенных областей, умеренно неоднородные по вертикали, зачастую моделируются слоистыми структурами. В последние десятилетия в сейсморазведке в связи с возрастанием детальностью исследований используются все более сложные модели, разработаны новые подходы и методики по источникам зондирующих сигналов, а также обработке и интерпретации данных [3]. Массивы горной породы, вовлеченные в колебательное движение, обладают сложными физико-механическими свойствами. Для выбора адекватной модели необходимо исследовать процессы в разных моделях сред, в том числе электро-, поро- и термоупругих [5, 6 и др.]. Представленный в работе подход позволяет изучить генерируемые источниками различной природы, реально существующими в геофизической среде, волновые поля в слоистых средах, обладающих электромеханическими свойствами. Широкий круг задач для таких сред представлен в монографиях [7, 8].

Применяемые механико-математические модели всегда идеализируют те или иные свойства геологической среды, однако результаты исследования электроупругих задач для слоистых структур с планарными дефектами могут найти приложения в решении проблемы оценки влияния механических вибраций и электрических воздействий на микросейсмичность. Использование таких моделей дает возможность произвести оценку характеристик происходящих деформационных процессов, недоступных для прямых измерений и способствует пониманию различных проявлений сейсмичности, в частности наведенной гармоническими механическими и/или электрическими воздействиями.

1. Постановка задачи и метод решения

Рассмотрим задачу об установившиеся колебаниях пьезоэлектрического пакета однородных слоев ($-H \leq x_3 \leq 0$, $-\infty \leq x_1, x_2 \leq \infty$), вызванных действием локальных поверхностных (в области Ω плоскости $x_3 = 0$) гармонических механических и/или электрических нагрузок. Кроме того, колебания могут возбуждаться внутренними плоскими дефектами.

Электроупругие колебания каждого слоя $\{-\infty \leq x_1, x_2 \leq \infty; h_n \leq x_3 \leq h_{n+1}; n = \overline{1, N}\}$, $h_{N+1} = 0$, $h_1 = -H$ с плотностью $\rho^{(n)}$ и упругими, электроупругими, диэлектрическими тензорами $C_{ijkl}^{(n)}$, $e_{ijk}^{(n)}$, $\varepsilon_{ij}^{(n)}$, соответственно, в квазистатическом приближении описываются уравнениями [9]

$$\frac{\partial \sigma_{jk}^{(n)}}{\partial x_k} + \rho^{(n)} \omega^2 u_j^{(n)} = 0, \quad \sigma_{ij}^{(n)} = C_{ijkl}^{(n)} s_{kl}^{(n)} - e_{ijk}^{(n)} E_k^{(n)}, \quad \frac{\partial D_j^{(n)}}{\partial x_j} = 0,$$

$$D_j^{(n)} = e_{jkl}^{(n)} s_{kl}^{(n)} + \varepsilon_{jk}^{(n)} E_k^{(n)}, \quad s_{ij}^{(n)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(n)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(n)}}{\partial x_i} \right), \quad E_j^{(n)} = -\frac{\partial \varphi^{(n)}}{\partial x_j}, \quad i, j, k, l = \overline{1, 3}.$$

Здесь все соотношения записаны для амплитудных характеристик, при этом использованы обозначения: $\sigma_{ij}^{(n)}$ — элементы тензора напряжений, ω — круговая частота, $\mathbf{u}^{(n)} = \{u_j^{(n)}\}$ — вектор перемещений, $C_{ijkl}^{(n)}$ — компоненты тензора упругости, $D_j^{(n)}$ — составляющие вектора электрической индукции, $e_{ijk}^{(n)}$ — пьезоэлектрические постоянные, e_{kji} — компоненты вектора напряженности электрического поля, $\varphi^{(n)}$ — электрический потенциал. Временной множитель $e^{-i\omega t}$ всюду опущен.

Следуя [7], введем в рассмотрение четырехмерные расширенные вектора смещений $\mathbf{w}^{(k)}$ и напряжений $\boldsymbol{\tau}^{(k)}$. Кроме составляющих вектора перемещений четвертым компонентом $\mathbf{w}^{(k)}$ вводится потенциал электрического поля $\varphi^{(k)}$. При этом компоненты вектора механических напряжений и нормальная составляющая вектора электрической индукции $d^{(k)}$ полагаются элементами расширенного вектора напряжений $\boldsymbol{\tau}^{(n)}$.

Кроме того, в дальнейшем для $\mathbf{w}^{(k)}$ и $\boldsymbol{\tau}^{(k)}$ использованы также дополнительные обозначения: $\mathbf{w}_k^\pm, \boldsymbol{\tau}_k^\pm$, где для \mathbf{w}_k^\pm :

$$\mathbf{w}_k^- (x_1, x_2) = \lim_{x_3 \rightarrow h_k} \mathbf{w}^{(k-1)} (x_1, x_2, x_3), \quad \mathbf{w}_k^+ (x_1, x_2) = \lim_{x_3 \rightarrow h_k} \mathbf{w}^{(k)} (x_1, x_2, x_3);$$

для $\boldsymbol{\tau}_k^\pm$:

$$\boldsymbol{\tau}_k^- (x_1, x_2) = \lim_{x_3 \rightarrow h_k} \boldsymbol{\tau}^{(k-1)} (x_1, x_2, x_3), \quad \boldsymbol{\tau}_k^+ (x_1, x_2) = \lim_{x_3 \rightarrow h_k} \boldsymbol{\tau}^{(k)} (x_1, x_2, x_3).$$

Тогда на поверхности электроупругой среды можно сформулировать, например, следующие граничные условия, считая, что в области Ω заданы механические условия в перемещениях, а поверхность электродирована. При этом вне Ω диэлектрическая проницаемость контактирующей с пакетом среды мала (задано граничное условие, указывающее на нулевую нормальную компоненту вектора электрической индукции) и механические напряжения отсутствуют:

$$x_3 = h_{N+1} : \mathbf{w}_{N+1}^- = \mathbf{w}_{N+1}^0 (x_1, x_2), \quad (x_1, x_2) \in \Omega, \quad (1.1)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{N+1}^- = \mathbf{0}, \quad (x_1, x_2) \notin \Omega.$$

На нижней грани пакета можно сформулировать различные электромеханические условия. Будем полагать, что нижняя поверхность сцеплена с недеформируемым основанием и закорочена:

$$x_3 = h_1 : \mathbf{w}_1^+ = \mathbf{0}, \quad -\infty < x_1, x_2 < \infty. \quad (1.2)$$

Для слоистой структуры необходимо задать граничные условия для описания различных типов взаимодействий между ее составляющими. На границах раздела слоев при отсутствии дефектов задаются условия непрерывности смещений, потенциала, нормальных и касательных напряжений и нормальной компоненты электрической индукции (идеальный контакт или жесткое сцепление сред). При наличии интерфейсных трещин или включений (неидеальный контакт) приходим к задаче с разрывными условиями в плоскостях дефектов, так как в областях неоднородностей возникают скачки $\mathbf{w}^* = \mathbf{w}^+ - \mathbf{w}^-$ или $\boldsymbol{\tau}^* = \boldsymbol{\tau}^+ - \boldsymbol{\tau}^-$.

В силу линейности задачи в случае присутствия в среде планарных дефектов различных типов (трещин и жестких включений) можно рассматривать отдельно задачи с однотипными неоднородностями. Тогда при наличии трещин, занимающих односвязные области Ω_{jn} , на межслойных границах ($x_3 = h_n$) задаются следующие условия:

$$x_3 = h_n : \quad \boldsymbol{\tau}_{jn} = \boldsymbol{\tau}_{jn}^- = \boldsymbol{\tau}_{jn}^+, \quad (x_1, x_2) \in \Omega_{jn}, \quad (1.3)$$

$$\mathbf{w}_{jn}^* = \mathbf{w}_{jn}^+ - \mathbf{w}_{jn}^- = \mathbf{0}, \quad (x_1, x_2) \notin \bigcup_{j=1}^{M_n} \Omega_{jn}.$$

В тех случаях, когда в плоскостях $x_3 = h_n$ присутствуют жесткие включения, занимающие области $\tilde{\Omega}_{jn}$, используются граничные условия

$$x_3 = h_n : \quad \mathbf{w}_{jn} = \mathbf{w}_{jn}^- = \mathbf{w}_{jn}^+, \quad (x_1, x_2) \in \tilde{\Omega}_{jn},$$

$$\boldsymbol{\tau}_{jn}^* = \boldsymbol{\tau}_{jn}^+ - \boldsymbol{\tau}_{jn}^- = \mathbf{0}, \quad (x_1, x_2) \notin \bigcup_{j=1}^{M_n} \tilde{\Omega}_{jn}.$$

Задача может быть решена методом блочного элемента с применением теории «вирусов» вибропрочности [10]. Принимая в качестве границ блоков интерфейсные плоскости и плоскости дефектов и основываясь на формализме работы [11] для совокупности плоских трещин, задача приводится к матрично-функциональной системе

$$\mathbf{K}\mathbf{U}^* = \tilde{\mathbf{T}}.$$

Здесь \mathbf{K} — блочная матрица, элементы которой зависят от частоты, упругих, электроупругих свойств слоев,

$$\tilde{\mathbf{T}} = \{\mathbf{T}_2, \dots, \mathbf{T}_N, \mathbf{W}_{N+1}^0\}, \quad \mathbf{U}^* = \{\mathbf{W}_2^*, \dots, \mathbf{W}_N^*, \mathbf{T}_{N+1}\},$$

где

$$\mathbf{T}_j(\alpha_1, \alpha_2) = V^2 \boldsymbol{\tau}_j(x_1, x_2), \quad \mathbf{W}_{N+1}^0(\alpha_1, \alpha_2) = V^2 \mathbf{w}_{N+1}^0(x_1, x_2), \quad \mathbf{W}_j^*(\alpha_1, \alpha_2) = V^2 \mathbf{w}_j^*(x_1, x_2),$$

V^2 — оператор двумерного интегрального преобразования Фурье.

Последняя система в свою очередь может быть сведена к системе интегральных уравнений (СИУ) относительно неизвестных скачков компонент расширенного вектора перемещений в областях трещин и компонент расширенного вектора напряжений в области контакта поверхности источника с электроупругой средой:

$$\sum_{l=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M_{l+1}} K_{nl}(\Omega_{jl+1}) \mathbf{w}_{jl+1}^* + K_{n,N}(\Omega) \boldsymbol{\tau}_{N+1}^- = \boldsymbol{\tau}_{mn+1}, \quad x_3 = h_{n+1}, \quad (x_1, x_2) \in \Omega_{mn+1},$$

$$m = \overline{1, M_{n+1}}, \quad n = \overline{1, N-1};$$

$$\sum_{l=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M_{l+1}} K_{nl}(\Omega_{jl+1}) \mathbf{w}_{jl+1}^* + K_{N,N}(\Omega) \boldsymbol{\tau}_{N+1}^- = \mathbf{w}_{N+1}^0, \quad x_3 = h_{N+1}, \quad (x_1, x_2) \in \Omega.$$

Введенные операторы имеют представление

$$K_{nl}(\Omega_{jl+1}) \mathbf{w}_{jl+1}^* = \iint_{\Omega_{jl+1}} \mathbf{k}_{nl}(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) \mathbf{w}_{jl+1}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2,$$

$$\mathbf{k}_{ij}(x_1, x_2) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\Gamma_1 \Gamma_2} \mathbf{K}_{ij}(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)} d\alpha_1 d\alpha_2.$$

Вид контуров Γ_j ($j = 1, 2$) соответствует принципу предельного поглощения [7], различные способы построения Фурье-символов \mathbf{K}_{ij} описаны в [12–14].

СИУ задач с разрывными граничными условиями можно решать с помощью интегрального метода факторизации и метода фиктивного поглощения с различными вариантами выбранных вспомогательных базисных функций [15]. Подходы к решению построенных СИУ для

множественных трещин изложены, например, в работе [11]. Решению задач для одиночного дефекта в различных постановках посвящено большое количество публикаций, однако при решении проблем сейсмологии в некоторых случаях особое внимание следует уделить локальным структурам, формирующими источники возмущений в колебательном процессе больших объемов горной породы [3].

2. Результаты модельных расчетов

В качестве простейшей модели рассмотрен слой пьезоэлектрика с осесимметричной трещиной. Поля смещений поверхности рассчитаны для локальных вертикальных источников.

Для модельных расчетов выбран слой LiTaO_3 , физико-механических характеристики которого приведены в [16], единичной толщины, содержащий планарную круглую трещину единичного радиуса в срединной плоскости. На верхней границе среды ($x_3 = h_3 = 0$) задавались осесимметричные механические и электрические нагрузки $\tau_3^0(x_1, x_2)$ при $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$, $\tau_3^0(x_1, x_2) = 0$, $x_1^2 + x_2^2 > 1$. На нижнем основании ($x_3 = h_1 = -1$) смещения и электрический потенциал нулевые $\mathbf{w}_1 = \mathbf{0}$. В электроупругом слое на глубине $x_3 = h_2 = -0,5$ имеется трещина.

Применительно к проблеме идентификации интерфейсных трещин решение прямой задачи для слоя с трещиной можно рассматривать в качестве первого приближения наблюдаемых на поверхности среды явлений. Поэтому наряду с описанной выше постановкой задачи с условиями (1.1)–(1.3) можно считать заданными характеристики неоднородности (скакок расширенного вектора смещения), рассматривая при этом условия

$$\begin{aligned} x_3 = h_3 : \quad \tau_3^- = \tau_3^0(x_1, x_2), \quad (x_1, x_2) \in \Omega, \quad \tau_3^- = \mathbf{0}, \quad (x_1, x_2) \notin \Omega; \\ x_3 = h_n : \quad \mathbf{w}_2^* = \mathbf{w}_2^+ - \mathbf{w}_2^-, \quad (x_1, x_2) \in \Omega_2; \\ x_3 = h_1 : \quad \mathbf{w}_1^+ = \mathbf{0}, \quad -\infty < x_1, x_2 < \infty. \end{aligned}$$

На рис. 1 представлены результаты модельных расчетов (для приведенной частоты $\bar{\omega} = 2,5$) нормированных вертикальных смещений поверхности $1/l_0 |u_{33}(x_1, x_2)|_{x_3=0}$ (рис. 1a), вызванных механическими нагрузками $\tau_3^0 = \{0, 0, \sigma_3^0, 0\}$, $\sigma_3^0 = f(r)$ вида

$$f(r) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} (1 - r^2), & r < 1; \\ 0, & r > 1, \end{cases} \quad (2.1)$$

(слева) и при известном векторе скажков $\mathbf{w}_2^* = \{0, 0, u_{23}^*, 0\}$ на трещине (справа), а также значений потенциала $1/\phi_0 |\varphi(x_1, x_2)|_{x_3=0}$ (рис. 1б) для заданных поверхностных нагрузок $\tau_3^0 = \{0, 0, 0, d^0\}$ вида (2.1) (слева) и $\mathbf{w}_2^* = \{0, 0, 0, \varphi_2^*\}$ на трещине (справа). Пространственные координаты x, y на всех рисунках также нормированы: $x = x_1/l_0$, $y = x_2/l_0$. Использованы следующие характеристические параметры: $l_0 = 10^{-3}$ м, $m_0 = 10^4$ кг, $\phi_0 = 10^8$ В.

Заключение

Экспериментальные исследования изменений напряженно-деформированного состояния, происходящих в локальных областях нагружаемой геофизической среды, нередко нуждаются в теоретическом обосновании, обеспечить которое может развитие применяемых математических моделей и методов их исследования.

В работе описан подход к изучению связных полей, возбуждаемых гармоническими нагрузками различной природы и локализации для отдельного класса геофизических сред, моделируемых слоистыми структурами, обладающими электроупругими свойствами, и содержащими дефекты.

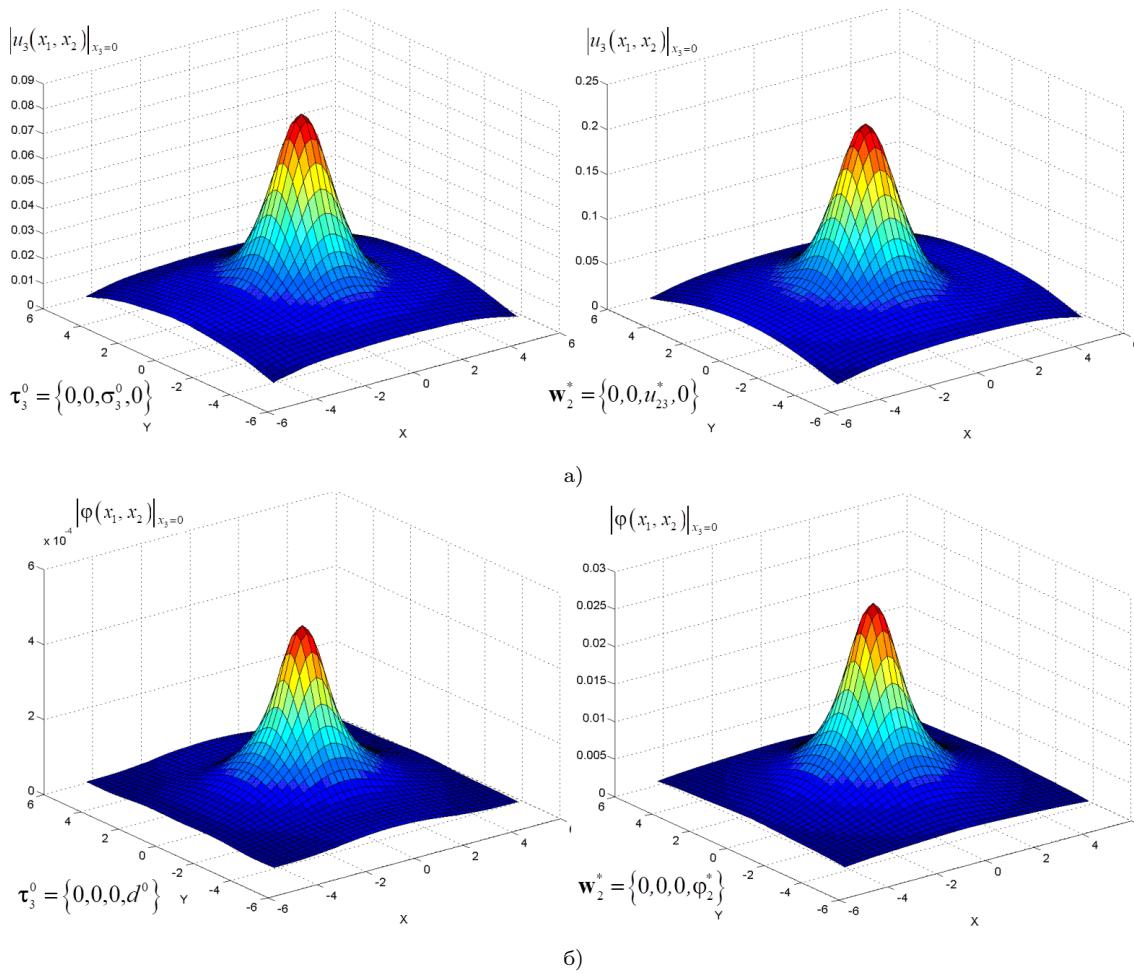


Рис. 1. Абсолютные величины вертикального смещения (а) и электрического потенциала (б) поверхности

Fig. 1. Absolute values of vertical displacement (a) and electric potential (b) of the surface

Рассмотренный подход актуален для анализа волновых процессов в многослойных упругих анизотропных и электроупругих средах: в сейсмологии, акустоэлектронике, вибросейсморазведке, геофизике, фундаментостроении, неразрушающем контроле и интегральной оптике, разработке композитных материалов и т.д. [2–4, 17–19].

Литература [References]

- Собисевич, А.Л., Собисевич, Л.Е., Канониди, К.Х., УНЧ возмущения в вариациях магнитного поля Земли (результаты обсерваторских наблюдений). Москва, ИФЗ РАН, 2019. [Sobisevich, A.L., Sobisevich, L.E., Kanonidi, K.Kh., *UNCh vozmushcheniya v variatsiyakh magnitnogo polya Zemli (rezul'taty observatorskikh nablyudenii)* = *ULF disturbances in variations of the Earth's magnetic field (results of observatory observations)*. Moscow, IPE RAS, 2019. (in Russian)]
- Богомолов, Л.М., О механизме электромагнитного влияния на кинетику микротрещин и электростимулированных вариациях акустической эмиссии породных образцов. *Физическаяmezomechanika*, 2010, т. 13, № 3, с. 39–56. [Bogomolov, L.M., On the mechanism of electromagnetic influence on the kinetics of microcracks and electrically stimulated variations in the acoustic emission of rock samples. *Fizicheskaya mezomechanika* = *Physical Mesomechanics*, 2010, vol. 13, no. 3, pp. 39–56. (in Russian)]
- Собисевич, Л.Е., Собисевич, А.Л., Фатъянов, А.Г., Длиннопериодные сейсмогравитационные процессы в литосфере. Москва, ИФЗ РАН, 2020. [Sobisevich, L.E., Sobisevich, A.L., Fatyanov, A.G.,

Dlinnoperiodnye seismogravitatsionnye protsessy v litosfere = Long-period seismogravity processes in the lithosphere. Moscow, IFZ RAS, 2020. (in Russian)]

4. Стогний, В.В., Габараев, А.Ф., Ксенофонтов, И.В., Мельков, Д.А., Тригубович, Г.М., Некоторые проблемы ЭМИ-мониторинга в Крымско-Кавказской сейсмической зоне. В *Современные проблемы геологии, геофизики и геоэкологии Северного Кавказа*. Москва, Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН, 2023, с. 400–403. [Stogniy, V.V., Gabaraev, A.F., Ksenofontov, I.V., Melkov, D.A., Trigubovich, G.M., Some problems of EMI monitoring in the Crimean-Caucasian seismic zone. In *Sovremennye problemy geologii, geofiziki i geoekologii Severnogo Kavkaza = Modern Problems of Geology, Geophysics and Geoecology of the North Caucasus*. Moscow, Vavilov's Institute of the History of Natural Science and Technology, Russian Academy of Sciences, 2023, pp. 400–403. (in Russian)]
5. Наседкина, А.А., Наседкин, А.В., Жерардо, И., Моделирование нестационарного воздействия на многослойный пороупругий пласт с нелинейными геомеханическими свойствами. *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*, 2009, № 4, с. 23–32. [Nasedkina, A.A., Nasedkin, A.V., Gerardo, I., Modeling of non-stationary impact on a multilayer poroelastic formation with nonlinear geomechanical properties. *Fiziko-tehnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh = Physical and technical problems of mineral development*, 2009, no. 4, pp. 23–32. (in Russian)]
6. Айзикович, С.М., Кренев, Л.И., Численно-аналитический метод решения осесимметричных несмешанных задач термоупругости для непрерывно-неоднородного по глубине полупространства. *Вестник Донского государственного технического университета*, 2011, т. 11, № 6(57), с. 800–811. [Aizikovich, S.M., Krenev, L.I., Numerical-analytical method for solving axisymmetric unmixed thermoelasticity problems for a continuously inhomogeneous half-space in depth. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Don State Technical University*, 2011, vol. 11, no. 6(57), pp. 800–811. (in Russian)]
7. Ворович, И.И., Бабешко, В.А., Пряхина, О.Д., *Динамика массивных тел и резонансные явления в деформируемых средах*. Москва, Научный мир, 1999. [Vorovich, I.I., Babeshko, V.A., Pryakhina, O.D., *Dinamika massivnykh tel i rezonansnye yavleniya v deformiruemnykh sredakh = Dynamics of massive bodies and resonance phenomena in deformable media*. Moscow, Nauchny Mir, 1999. (in Russian)]
8. Калинчук, В.В., Белянкова, Т.И., *Динамические контактные задачи для предварительно напряженных электроупругих сред*. Москва, Физматлит, 2006. [Kalinchuk, V.V., Belyankova, T.I., *Dinamicheskie kontaktnye zadachi dlya predvaritel'no napryazhennykh elektrouprugikh sred = Dynamic Contact Problems for Prestressed Electroelastic Media*. Moscow, Fizmatlit, 2006. (in Russian)]
9. Дильсан, Э., Руйе, Д., *Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов*. Москва, Наука, 1982. [Dielsan, E., Royer, D., *Uprugie volny v tverdykh telakh. Primenenie dlya obrabotki signalov = Elastic Waves in Solids. Application to Signal Processing*. Moscow, Nauka, 1982. (in Russian)]
10. Бабешко, В.А., Среды с неоднородностями (случай совокупности включений и трещин). *Известия РАН. МТТ*, 2000, т. 373, № 3, с. 5–9. [Babeshko, V.A., Media with inhomogeneities (the case of a set of inclusions and cracks). *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela = Izvestiya RAS. Solid State Mechanics*, 2000, vol. 373, no. 3, pp. 5–9. (in Russian)]
11. Телятников, И.С., Павлова, А.В., К задачам теории «вирусов» вибропрочности в сейсмологии. *Геология и геофизика Юга России*, т. 15, № 2, с. 116–127. [Telyatnikov, I.S., Pavlova, A.V., On the problems of the theory of vibration strength “viruses” in seismology. *Geologiya i geofizika Yuga Rossii = Geology and Geophysics of Southern Russia*, vol. 15, no. 2, pp. 116–127. (in Russian)]
12. Бабешко, В.А., Сыромятников, П.В., Метод построения символа Фурье матрицы Грина многослойного электроупругого полупространства. *Изв. РАН. МТТ*, 2002, № 5, с. 35–47. [Babeshko, V.A., Syromyatnikov, P.V., Method for constructing the Fourier symbol of the Green's matrix of a multilayer electroelastic half-space. *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela = Izvestiya RAS. Solid State Mechanics*, 2002, no. 5, pp. 35–47. (in Russian)]
13. Зарецкая, М.В., Москвичев, С.В., Павлова, А.В., Плужник, А.В., Ратнер, С.В., Сыромятников, П.В., О смешанных задачах для многослойных анизотропных материалов со множественными неоднородностями. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2007, № 1, с. 35–41. [Zaretskaya, M.V., Moskvichev, S.V., Pavlova, A.V., Pluzhnik, A.V., Ratner, S.V., Syromyatnikov, P.V., On mixed problems for multilayer anisotropic materials with multiple inhomogeneities. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of the Scientific Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2007, no. 1, pp. 35–41. (in Russian)]

14. Пряхина, О.Д., Самойлов, М.В., Смирнова, А.В., Эффективный метод исследования динамики слоистых электроупругих сред. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*, 2011, № 4-4, с. 1719–1721. [Pryakhina, O.D., Samoilov, M.V., Smirnova, A.V., An effective method for studying the dynamics of layered electroelastic media. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo = Bulletin of the Lobachevsky's University of Nizhny Novgorod*, 2011, no. 4-4, pp. 1719–1721. (in Russian)]
15. Pavlova, A.V., Rubtsov, S.E., Telyatnikov, I.S., Modification of the fictitious absorption method. *Mechanic of Solids*, 2021, vol. 56, iss. 7, p. 1416–1428.
16. Шаскольская, М.П. (ред.), *Акустические кристаллы*: Справочник. Москва, Наука, 1982. [Shaskolskaya, M.P. (ed.), *Akusticheskie kristally = Acoustic Crystals*. Moscow, Nauka, 1982. (in Russian)]
17. Балакирев, М.К., Гилинский, И.А., *Волны в пьезокристаллах*. Новосибирск, Наука, 1982. [Balakirev, M.K., Gilinsky, I.A., *Volny v p'ezokristallakh = Waves in Piezoelectric Crystals*. Novosibirsk, Nauka, 1982. (in Russian)]
18. Гохберг, М.Б., Гуфельд, И.Л., Добровольский, И.П., и др. *Электромагнитные предвестники землетрясений*. Москва, Наука, 1982. [Gokhberg, M.B., Gufeld, I.L., Dobrovolsky, I.P., et al. *Elektromagnitnye predvestniki zemletryaseniy = Electromagnetic Precursors of Earthquakes*. Moscow, Nauka, 1982. (in Russian)]
19. Закупин, А.С., Богомолов, Л.М., Аладьев, А.В., Сычев, В.Н., и др. Влияние внешнего электромагнитного поля на активность акустической эмиссии нагруженных геоматериалов. В Гольдин С.В., Леонов Ю.Г. (ред.) *Геодинамика и геоэкологические проблемы высокогорных регионов*. Москва-Бишкек, 2003, с. 304–318. [Zakupin, A.S., Bogomolov, L.M., Aladyev, A.V., Sychev, V.N., et al. Effect of external electromagnetic field on the acoustic emission activity of loaded geomaterials. In Goldin S.V., Leonov Yu.G. (eds.) *Geodinamika i geokologicheskie problemy vysokogornykh regionov = Geodynamics and geoecological problems of high-mountain regions*. Moscow-Bishkek, 2003, pp. 304–318. (in Russian)]