УДК 539.3 EDN: HIKYJA DOI: 10.31429/vestnik-23-1-30-36

Изучение контактных задач о действии остроугольного клиновидного в плане штампа на анизотропный композит

В. С. Евдокимов ✉

Кубанский государственный университет, ул. Ставропольская, 149, Краснодар, 350040, Россия

✉ Евдокимов Владимир Сергеевич; ORCID 0000-0002-9511-2210; e-mail: evdok_vova@mail.ru

Аннотация. В работе впервые строится точное решение контактных задач о действии остроугольных клиновидных в плане штампов на анизотропную композитную многослойную среду. Применяется метод блочного элемента в сочетании с топологическими и факторизационными подходами, позволившими преодолеть проблему решения контактных задач в двумерной клиновидной области. Достижение этого результате достигается путем предварительного построения точного решения двумерного интегрального уравнения Винера–Хопфа, с последующим построением гомеоморфизмов клиновидных носителей. Построенное решение открыло возможность не только для изучения конструкционных свойств многокомпонентных анизотропных композитов, контактирующих с жесткими штампами указанной формы, но также и для исследования прочности и разрушения блочных структур разно размерных блоков и включений, возникающих в сейсмологии. Кроме этого, решение поставленной задачи открыло возможность создания нового типа излучателей и преобразователей поверхностных волн, ранее не описанных, для клиновидных областей, что может оказаться полезным в проблемах электроники акустики и наноматериалах.

Ключевые слова: контактные задачи, клиновидный остроугольный в плане штамп, анизотропный композит, факторизация.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда и Кубанского научного фонда, региональный проект 24-11-20006.

Цитирование: Евдокимов В. С. Изучение контактных задач о действии остроугольного клиновидного в плане штампа на анизотропный композит // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2026. Т. 23, № 1. С. 30–36. EDN: HIKYJA. DOI: 10.31429/vestnik-23-1-30-36

Поступила 26 января 2026 г. После доработки 27 февраля 2026 г. Принято 17 марта 2026 г. Публикация 23 марта 2026 г.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Learning of Contact Problems on the Effect of an Acute-Angled Wedge-Shaped Stamp on an Anisotropic Composite

V. S. Evdokimov ✉

Kuban State University, 149 Stavropolskaya Str., Krasnodar, 350040, Russia

✉ Vladimir S. Evdokimov; ORCID 0000-0002-9511-2210; e-mail: evdok_vova@mail.ru

Abstract. For the first time, an accurate solution of contact problems on the effect of acute-angled wedge-shaped stampson an anisotropic composite multilayer medium is constructed. The block element method is used in combination with topological and factorization approaches, which made it possible to overcome the problem of solving contact problems in a two-dimensional wedge-shaped domain. This result is achieved by first constructing an exact solution of the two-dimensional Wiener–Hopf integral equation, followed by constructing wedge-shaped carrier homeomorphisms. The constructed solution opened up the possibility not only to study the structural properties of multicomponent anisotropic composites in contact with dies of the specified shape, but also to study the strength and fracture of block structures of different sized blocks and inclusions that occur in seismology. In addition, the solution of this problem has opened up the possibility of creating a new type of surface wave emitters and transducers not previously described for wedge-shaped regions, which may be useful in problems of electronics, acoustics and nanomaterials.

Keywords: contact problems, wedge-shaped, acute-angled stamp, anisotropic composite, factorization.

Funding. This work was supported by the Russian Science Foundation and the Kuban Science Foundation, regional project no. 24-11-20006.

Cite as: Evdokimov, V. S., Learning of contact problems on the effect of an acute-angled wedge-shaped stamp on an anisotropic composite. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2026, vol. 23, no. 1, pp. 30–36. DOI: 10.31429/vestnik-23-1-30-36

Received 26 January 2026. Revised 27 February 2026. Accepted 17 March 2026. Published 23 March 2026.

The author declare no competing interests.

Введение

Контактные задачи играют важную роль в самых разных прикладных областях. Они возникают в проблемах прочности и разрушения [1], распространения волн в упругих телах [2], акустике [3], неразрушающих методах контроля [4], теории рассеивания электромагнитных волн и создании элементной базы электроники [5], теории волн в жидкости [6,7], геофизике [8], трибологии [9,10]. Исследования анизотропных задач, в том числе для композитов и контактных задач, выполнялись как аналитическими, так и численными методами в работах [9–20].

В работах [21,22] строится решение контактной задачи в четверти плоскости. Этот подход оказался полезным для построения решения рассматриваемой контактной задачи для клина с острым углом.

1. Постановка задачи

Рассматриваются контактные задачи о действии абсолютно жесткого штампа на многослойную среду в области четверти плоскости. Предполагается, что многослойная среда представляет собой анизотропный композит, для которого построена функция Грина. С ее помощью получается интегральное уравнение контактной задачи. Методы построения функций Грина для анизотропных сред достаточно детально изложены в работах [12–17]. Рассматривается интегральное уравнение Винера–Хопфа, заданное в первом квадранте, [21,22]. Оно имеет вид

$$\mathrm{K}q = \int_0^\infty \int_0^\infty k(x-\xi, y-\eta) q(\xi,\eta)\,\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta = f(x,y), \quad 0 \leqslant x \leqslant \infty, \quad 0 \leqslant y \leqslant \infty,$$
$$k(x,y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} K(\alpha,\beta) e^{-i(\alpha x + \beta y)}\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}\beta. \tag{1.1}$$

Функция $K(\alpha,\beta)$, в общем случае комплекснозначная, порождается решением анизотропной граничной задачи в многослойной среде, является непрерывной и суммируемой на осях по обоим аргументам, с поведением на бесконечности вида

$$K(\alpha,\beta) = O(\alpha^{-1}), \quad \beta = \mathrm{const}; \quad K(\alpha,\beta) = O(\beta^{-1}), \quad \alpha = \mathrm{const}, \quad |\alpha|\,,\ |\beta| \to \infty, \tag{1.2}$$

Здесь Γ_1, Γ_2 — непрерывные контуры в комплексных плоскостях α, β соответственно, лежащие на вещественных осях и отклоняющиеся от них, обходя особенности, описанные в [14]. В этой публикации приведены теоремы единственности интегрального уравнения (1.1).

2. Решение интегрального уравнения для штампа с прямым углом клина

Исследование, выполненное в работах [21,22], дало возможность методом факторизации и блочного элемента построить точное решение двумерного интегрального уравнения Винера–Хопфа (1.1), которое имеет вид

$$q(x,y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\alpha,\beta) e^{-i(\alpha x + \beta y)}\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}\beta. \tag{2.1}$$

Здесь принято обозначение

$$Q(\alpha,\beta) = K^{-1}F - \frac{1}{2}\Big[K_{+\alpha}^{-1}\left\{K_{-\alpha}^{-1}F\right\}_{-\alpha} + K_{+\beta}^{-1}\left\{K_{-\beta}^{-1}F\right\}_{-\beta} +$$
$$+ K_{+\alpha+\beta}^{-1}\left\{K_{+\alpha-\beta}^{-1}\left\{K_{-\alpha}^{-1}F\right\}_{+\alpha}\right\}_{-\beta} + K_{+\beta+\alpha}^{-1}\left\{K_{+\beta-\alpha}^{-1}\left\{K_{-\beta}^{-1}F\right\}_{+\beta}\right\}_{-\alpha}\Big]. \quad (2.2)$$

Операторы в фигурных скобках детально описаны в [14] и имеют вид

$$\{G(\alpha,\beta)\}_{+\alpha} = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma_1}\frac{G(\xi,\beta)}{\xi-\alpha}\,\mathrm{d}\xi,\ \alpha\in\Pi_\alpha^+,\quad \{G(\alpha,\beta)\}_{-\alpha} = -\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma_1}\frac{G(\xi,\beta)}{\xi-\alpha}\,\mathrm{d}\xi,\ \alpha\in\Pi_\alpha^-,$$

$$\{G(\alpha,\beta)\}_{+\beta} = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma_2}\frac{G(\alpha,\eta)}{\eta-\beta}\,\mathrm{d}\eta,\ \beta\in\Pi_\beta^+,\quad \{G(\alpha,\beta)\}_{-\beta} = -\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma_2}\frac{G(\alpha,\eta)}{\eta-\beta}\,\mathrm{d}\eta,\ \beta\in\Pi_\beta^-,$$

$$\begin{aligned}
K_{+\alpha}(\alpha,\beta) &= \exp\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma_1}\frac{\ln K(\xi,\beta)}{\xi-\alpha}\,\mathrm{d}\xi, \quad \alpha\in\Pi_\alpha^+,\\
K_{-\alpha}(\alpha,\beta) &= \exp\left(-\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma_1}\frac{\ln K(\xi,\beta)}{\xi-\alpha}\,\mathrm{d}\xi\right), \quad \alpha\in\Pi_\alpha^-,\\
K_{+\beta}(\alpha,\beta) &= \exp\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma_2}\frac{\ln K(\alpha,\eta)}{\eta-\beta}\,\mathrm{d}\eta, \quad \beta\in\Pi_\beta^+,\\
K_{-\beta}(\alpha,\beta) &= \exp\left(-\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma_2}\frac{\ln K(\alpha,\eta)}{\eta-\beta}\,\mathrm{d}\eta\right), \quad \beta\in\Pi_\beta^-.
\end{aligned} \quad (2.3)$$

Функция $G(\alpha,\eta)$ принята для обозначения операторов, символы Π_α^+, Π_α^- обозначают комплексные области выше, плюс, и ниже, минус, контура Γ_1, а символы Π_β^+, Π_β^- — области выше, плюс, и ниже, минус, контура Γ_2 соответственно.

Построенное решение (2.1), (2.2) обращает уравнение (1.1) в тождество. В [21] исследованы свойства решения. Доказано, что в вершине клина решение имеет степенную особенность. Она построена аналитически в [21]. Ранее это особенность была исследована приближенно в [17].

Покажем, что интегральное уравнение (1.1) точно удовлетворяется функцией $q(x,y)$ вида (2.1), (2.2). Внесем функцию (2.1) в интегральное уравнение (1.1), и учтем свойства (2.2), получим соотношение вида

$$\mathrm{K}q = \frac{1}{4\pi^2}\int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty\int\limits_{-\infty}^\infty\int\limits_{-\infty}^\infty K(\alpha,\beta)e^{-i[\alpha(x-\xi)+\beta(y-\eta)]}q(\xi,\eta)\,\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}\beta = f(x,y).$$

После несложных преобразований с учетом свойств (2.2) получим представление

$$\mathrm{K}q = \frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^\infty\int\limits_{-\infty}^\infty K(\alpha,\beta)Q(\alpha,\beta)e^{-i(\alpha x+\beta y)}\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}\beta = f(x,y).$$

Внесем в эту формулу $Q(\alpha,\beta)$ из (2.2) и исследуем интеграл слева. В результате анализа факторизованных функций, исключения членов, обращающих интеграл в ноль, убеждаемся, что получается требуемое соотношение

$$\mathrm{K}q = \frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^\infty\int\limits_{-\infty}^\infty e^{-i(\alpha x+\beta y)}F(\alpha,\beta)\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}\beta = f(x,y).$$

Соотношения (2.1), (2.2) принимаются за основу для построения решений контактных задач для штампов остроугольной формы.

3. Теория остроугольных клиновидных штампов на анизотропном композите

Вводятся для остроугольных клиновидных областей Ω_ν координаты вида

$$\Omega_\nu(\rho,\nu), \quad \rho=\sqrt{x^2+y^2}, \quad x=\rho\cos\nu, \quad y=\rho\sin\nu, \quad 0\leqslant\rho<\infty, \quad 0<\nu\leqslant\pi/2.$$

Здесь ν — угол раствора штампа.

Очевидно, при $\nu=\pi/2$ клиновидный штамп приобретает прямой угол.

Применением гомеоморфизмов носителей, операторов и решений уравнений (1.1), (2.1), (2.2) для разных ν оказывается возможным построить точные решения для всей совокупности штампов с острыми углами $0<\nu\leqslant\pi/2$. при наличии точного решения интегрального уравнения для одного из значений угла ν.

В результате гомеоморфных преобразований получается следующий результат, приведенный в [21].

Точные решения $q_\nu(x,y)$ интегральных уравнений (1.1) в областях Ω_ν, $0<\nu\leqslant\pi/2$ описываются решениями уравнения (1.1), формулы (2.1), (2.2) при $\nu=\pi/2$, построенными при измененных ядрах, где вместо $K(\alpha,\beta)$ берется $K(\alpha,\alpha\cos\nu+\beta\sin\nu)$ и заданных функциях, где вместо $f=f(x,y)$ берется функция $\sin\nu f[x-y\operatorname{ctg}\nu,\ y(\sin\nu)^{-1}]$. Решения для каждого $0<\nu\leqslant\pi/2$ даются формулами

$$q_\nu(x,y)=\frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}Q_\nu(\alpha,\beta)e^{-i(\alpha\xi+\beta\eta)}\,\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}\beta, \quad \xi=x-y\operatorname{ctg}\nu, \quad \eta=y(\sin\nu)^{-1}. \tag{3.1}$$

Здесь приняты обозначения, где произведены упомянутые замены

$$Q_\nu(\alpha,\beta)=K^{-1}F-\frac{1}{2}\Big[K^{-1}_{+\alpha}\left\{K^{-1}_{-\alpha}F\right\}_{-\alpha}+K^{-1}_{+\beta}\left\{K^{-1}_{-\beta}F\right\}_{-\beta}+ \\ +K^{-1}_{+\alpha+\beta}\left\{K^{-1}_{+\alpha-\beta}\left\{K^{-1}_{-\alpha}F\right\}_{+\alpha}\right\}_{-\beta}+K^{-1}_{+\beta+\alpha}\left\{K^{-1}_{+\beta-\alpha}\left\{K^{-1}_{-\beta}F\right\}_{+\beta}\right\}_{-\alpha}\Big]. \tag{3.2}$$

Пример. Используя приведенные способы нахождения особенностей концентрации контактных напряжений в угловой точке штампа [21], осуществим их аналитическое описание у штампов, занимающих области Ω_ν.

Применив использованный алгоритм [21, 23], получаем для функции

$$q_\nu(x,y)=O(r^{-\lambda}) \tag{3.3}$$

поведение концентрации контактных напряжений, даваемое в диапазоне $0\leqslant\nu\leqslant\pi/2$ выражением

$$\lambda=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{(1+\cos^2\nu)}}{\sin\nu}. \tag{3.4}$$

На рис. 1 построен график этой функции, а в табл. 1 приведены высокоточные значения для ряда значений острых углов. При вычислении арктангенс брался в диапазоне углов от 45° до 90°.

Вычисленное по этой формуле значение параметра особенностей λ практически точно совпадает с кривой рис. 2 на интервале $(0, 0{,}25]$, что соответствует углам раствора штампа $0<\nu\leqslant\pi/2$.

Таблица 1. Высокоточные значения λ с шагом 10° для углов ν остроугольного штампа

Table 1. Highly accurate λ values in 10° increments for the ν angles of an acute-angled stamp

ν, градусы	10	20	30	40	50	60	70	80	90
λ	0,9608	0,9222	0,8850	0,8498	0,8178	0,7902	0,7687	0,7548	0,7500

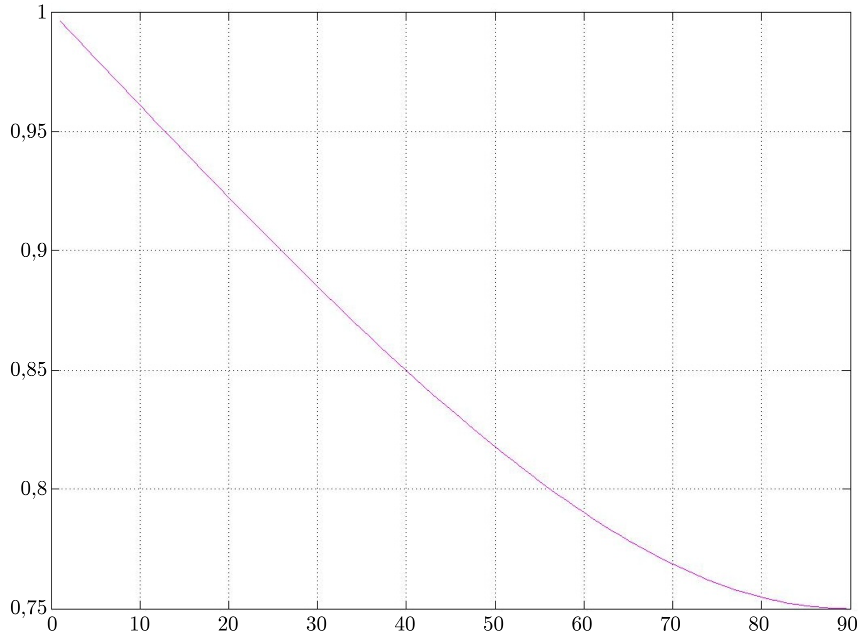

Рис. 1. График функции λ при изменении угла ν от $1°$ до $90°$. Первое значение функции λ посчитано для угла $\nu = 1{,}001°$

Fig. 1. The graph of the function λ as the angle ν varies from 1° to 90°. The first value of the function λ is calculated for an angle $\nu = 1.001°$

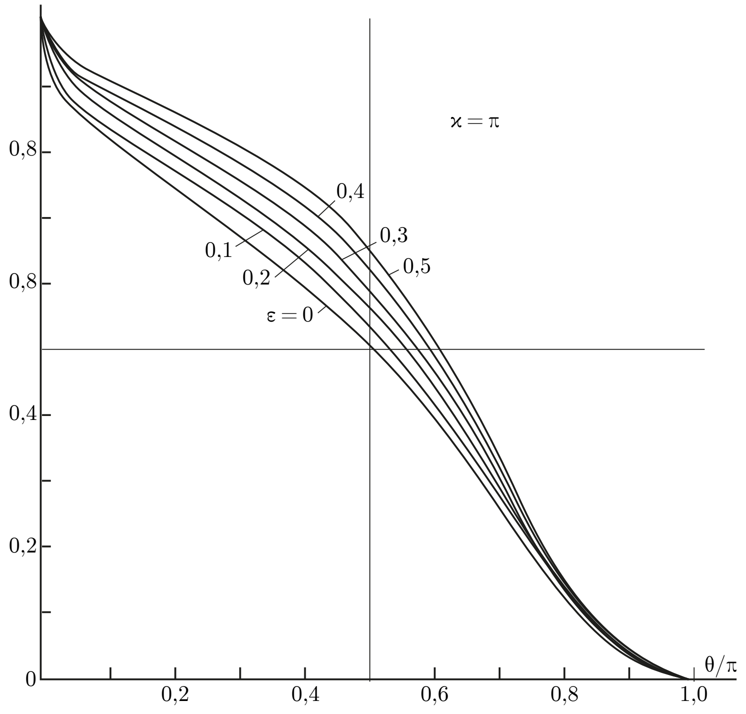

Рис. 2. Поведение параметра особенности γ в угловой точке штампа для разных коэффициентов трения ε. Для сравнения с результатом статьи необходимо брать $\varepsilon = 0$, $\theta/\pi = 0{,}25$

Fig. 2. Behavior of the singularity parameter γ at the corner point of the stamp for different friction coefficients ε. For comparison with the results of the article, it is necessary to take $\varepsilon = 0$, $\theta/\pi = 0.25$

Из него получаются близкая кривая особенностей, вычисленная приближенным методом в [17, стр. 129] в указанном диапазоне $0 < \theta/0{,}25$.

При $\nu \to 0$ особенность концентрации контактных напряжений становится сингулярной, $\lambda \to 1$. В результате, функция $q_1(x, y) = O(r^{-1})$ описывает уравнение ножа, разрезающего композит. Таким образом, формулы (2.1), (2.2), (3.3), (3.4) при $0 < \nu \leqslant \pi/2$ впервые дают решение в аналитическом виде задачи о остроугольного штампа в анизотропный композит. Нужно иметь в виду, что решение, полученное этим подходом, применимо в задачах для интеллектуальных материалов, динамических и нестационарных задач.

Выводы

В работе впервые приведены общие свойства точного решения контактной задаче для клиновидного штампа с острым углом. Этот результат, благодаря топологическим преобразованиям, позволяет точно описывать особенности в угловых точках границы штампов с острым углом. Решение может быть использовано как в сейсмологии для выявления новых предвестников сейсмического роста в горных районах с анизотропными свойствами окружающей среды. В частности, полученные значения концентрации напряжений дают области повышенной сейсмичности в зонах перехода горных территорий в равнинные, при наличии изломов границ. Результаты могут быть полезны в инженерной практике при проектировании изделий с использованием конструкционных материалов, в том числе, интеллектуальных.

Автор благодарит своего научного руководителя, А.В. Павлову, за ценные советы.

Литература [References]

1. Freund, L.B., *Dynamic Fracture Mechanics.* Cambridge, UK, Cambridge University Press, 1998.
2. Achenbach, J.D., *Wave propagation in Elastic Solids. North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics.* Amsterdam, North-Holland, 1973.
3. Abrahams, I.D., Wickham, G.R. General Wiener-Hopf factorization matrix kernels with exponential phase factors. *Journal of Applied Mathematics*, 1990, vol. 50, pp. 819–838.
4. Norris, A.N., Achenbach, J.D., Elastic wave diffraction by a semi infinite crack in a transversely isotropic material. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1984, vol. 37, pp. 565–580.
5. Нобл, Б., *Метод Винера–Хопфа.* Москва, Иностранная литература, 1962. [Noble, B., *Metod Vinera–Khopfa = The Wiener-Hopf Method.* Moscow, Foreign Literature, 1962. (in Russian)]
6. Ткачева, Л.А., Плоская задача о колебаниях плавающей упругой пластины под действием периодической внешней нагрузки. *Прикладная механика и техническая физика*, 2004, т. 45, № 5 (273), с. 136–145. [Tkacheva, L.A., A plane problem of oscillations of a floating elastic plate under the action of a periodic external load. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika = Applied Mechanics and Technical Physics*, 2004, vol. 45, no. 5 (273), pp. 136–145. (in Russian)]
7. Chakrabarti, A., George, A.J., Solution of a singular integral equation involving two intervals arising in the theory of water waves. *Applied Mathematics Letters*, 1994, vol. 7, pp. 43–47.
8. Davis, A.M.J., Continental shelf wave scattering by a semi-infinite coastline. *Geophysics, Astrophysics, Fluid Dynamics*, 1987, vol. 39, pp. 25–55.
9. Горячева, И.Г., *Механика фрикционного взаимодействия.* Москва, Наука, 2001. [Goryacheva, I.G., *Mekhanika friktsionnogo vzaimodeystviya = Mechanics of Frictional Interaction.* Moscow, Nauka, 2001. (in Russian)]
10. Горячева, И.Г., Мещерякова, А.Р., Моделирование накопления контактно-усталостных повреждений и изнашивания в контакте неидеально гладких поверхностей. *Физическая мезомеханика*, 2022, т. 25, № 4, с. 44–53. [Goryacheva, I.G., Meshcheryakova, A.R., Modeling the accumulation of contact fatigue damage and wear in the contact of imperfectly smooth surfaces. *Fizicheskaya mezomekhanika = Physical Mesomechanics*, 2022, vol. 25, no. 4, pp. 44–53. (in Russian)]
11. Баженов, В.Г., Игумнов, Л.А., *Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов.* Москва, Физматлит, 2008. [Bazhenov, V.G., Igumnov, L.A., *Metody granichnykh integral'nykh uravneniy i granichnykh elementov = Methods of boundary integral equations and boundary elements.* Moscow, Fizmatlit, 2008. (in Russian)]

12. Калинчук, В.В., Белянкова, Т.И., *Динамика поверхности неоднородных сред.* Москва, Физматлит, 2009. [Kalinchuk, V.V., Belyankova, T.I., *Dinamika poverkhnosti neodnorodnykh sred = Dynamics of the surface of inhomogeneous media.* Moscow, Fizmatlit, 2009. (in Russian)]
13. Калинчук, В.В., Белянкова, Т.И., *Динамические контактные задачи для предварительно напряженных тел.* Москва, Физматлит, 2002. [Kalinchuk, V.V., Belyankova, T.I., *Dinamicheskie kontaktnye zadachi dlya predvaritel'no napryazhennykh tel = Dynamic contact problems for prestressed bodies.* Moscow, Fizmatlit, 2002. (in Russian)]
14. Ворович, И.И., Бабешко, В.А., *Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей.* Москва, Наука, 1979. [Vorovich, I.I., Babeshko, V.A., *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey = Dynamic mixed problems of elasticity theory for non-classical domains.* Moscow, Nauka, 1979. (in Russian)]
15. Ватульян, А.О., Контактные задачи со сцеплением для анизотропного слоя. *Прикладная математика и механика*, 1977, т. 41, № 4, с. 727–734. [Vatulyan, A.O., Contact problems with adhesion for an anisotropic layer. *Prikladnaya matematika i mekhanika = Applied Mathematics and Mechanics*, 1977, vol. 41, no. 4, pp. 727–734. (in Russian)]
16. Колесников, В.И., Беляк, О.А., *Математические модели и экспериментальные исследования — основа конструирования гетерогенных антифрикционных материалов.* Москва, Физматлит, 2021. [Kolesnikov, V.I., Belyak, O.A., *Matematicheskie modeli i eksperimental'nye issledovaniya — osnova konstruirovaniya geterogennykh antifriktsionnykh materialov = Mathematical models and experimental studies — the basis for the design of heterogeneous antifriction materials.* Moscow, Fizmatlit, 2021. (in Russian)]
17. Бабешко, В.А., Глушков, Е.В., Зинченко, Ж.Ф., *Динамика неоднородных линейно-упругих сред.* Москва, Наука, 1989. [Babeshko, V.A., Glushkov, E.V., Zinchenko, Zh.F., *Dinamika neodnorodnykh lineyno-uprugikh sred = Dynamics of inhomogeneous linear-elastic media.* Moscow, Nauka, 1989. (in Russian)]
18. Кристенсен, Р., *Введение в механику композитов.* Москва, Мир, 1982. [Christensen, R., *Vvedenie v mekhaniku kompozitov = Introduction to Composite Mechanics.* Moscow, Mir, 1982. (in Russian)]
19. Kushch, V.I., *Micromechanics of composites: multipole expansion approach.* Oxford, Waltham, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2013.
20. McLaughlin, R., A study of the differential scheme for composite materials. *International Journal of Engineering Science*, 1977, vol. 15, pp. 237–244.
21. Бабешко, В.А., Евдокимова, О.В., Бабешко, О.М., Евдокимов, В.С., Точное решение двумерного интегрального уравнения Винера-Хопфа в смешанных задачах анизотропных сред. *Прикладная механика и теоретическая физика*, 2025. [Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M., Evdokimov, V.S., Exact solution of the two-dimensional Wiener-Hopf integral equation in mixed problems of anisotropic media. *Prikladnaya mekhanika i teoreticheskaya fizika = Applied Mechanics and Theoretical Physics*, 2025. (in Russian)] DOI: 10.15372/PMTF202515650
22. Бабешко, В.А., Евдокимова, О.В., Бабешко, О.М., Точное решение универсальным методом моделирования контактной задачи в четверти плоскости многослойной среды. *Прикладная математика и механика*, 2022, т. 86, № 5, с. 628–637. [Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M., Exact solution by a universal method for modeling a contact problem in a quarter plane of a multilayer medium. *Prikladnaya matematika i mekhanika = Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, vol. 86, no. 5, pp. 628–637. (in Russian)] DOI: 10.31857/S0032823522050046
23. Бабешко, В.А., Евдокимова, О.В., Бабешко, О.М., Бушуева, О.А., Топологическая дискретизация решений граничных задач механики сплошной среды. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2020, т. 16, № 3, с. 65–71. [Babeshko, V.A., Evdokimova, O.V., Babeshko, O.M., Bushueva, O.A., Topological discretization of solutions to boundary value problems in continuum mechanics. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of the Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2020, v. 16, no. 3, pp. 65–71. (in Russian)] DOI: 10.31429/vestnik-17-3-65-71