

УДК 539.3

EDN: PDJMDC DOI: 10.31429/vestnik-23-2-54-60

## Определение термоупругого состояния цилиндра эллиптического сечения с внутренним источником теплоты при адиабатической изоляции половины его поверхности

А. И. Канарейкин  

Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе (МГРИ), ул. Миклухо-Маклая, 23, 117997, Москва, Россия

✉ Канарейкин Александр Иванович; ORCID 0000-0001-9108-7495; SPIN 1939-9504; e-mail: [kanareykins@mail.ru](mailto:kanareykins@mail.ru)

*Аннотация.* Работа посвящена вопросам термоупругости цилиндра эллиптической формы с внутренним источником тепла. В ней рассматривается вопрос о распределении температурного поля самого цилиндра при граничных условиях третьего рода. При этом присутствует адиабатическая изоляция половины поверхности. Основными методами являются метод подстановки, метод интегрирования, дифференцирования и разложение в ряд. Полученное выражение температурного поля цилиндра представляет собой тригонометрический ряд, содержащий гипергеометрические функции, что позволило определить возникающие внутренние напряжения в стенке цилиндра. Также было получено соотношение полуосей эллипса, при котором величина внутреннего давления принимает минимальное значение. Полученный результат может быть использован в инженерных расчётах теплообменников.

*Ключевые слова:* теплообмен, эллипс, термонапряженность, адиабатическая изоляция, граничные условия третьего рода, уравнение Пуассона, гиперболические функции.

*Финансирование.* Исследование не имело спонсорской поддержки.



*Цитирование:* Канарейкин А. И. Определение термоупругого состояния цилиндра эллиптического сечения с внутренним источником теплоты при адиабатической изоляции половины его поверхности // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2026. Т. 23, № 2. С. 54–60. EDN: PDJMDC. DOI: 10.31429/vestnik-23-2-54-60

Поступила 17 марта 2026 г. После доработки 29 мая 2026 г. Принято 2 июня 2026 г. Публикация 24 июня 2026 г.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

© Автор(ы), 2026. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

## Determination of the Thermoelastic State of an Elliptical Cylinder with an Internal Heat Source with Adiabatic Insulation of Half of Its Surface

А. И. Kanareykin  

Russian State Geological University named after Sergo Ordzhonikidze (MGRI), Miklukho-Maklaya st., 23, 117997, Moscow, Russia

✉ Alexandr I. Kanareykin; ORCID 0000-0001-9108-7495; e-mail: [kanareykins@mail.ru](mailto:kanareykins@mail.ru)

*Abstract.* The paper is devoted to the thermoelasticity of an elliptical cylinder with an internal heat source. It examines the distribution of the temperature field of the cylinder itself under boundary conditions of the third kind. At the same time, there is an adiabatic insulation of half of the surface. The main methods are substitution method, integration method and series expansion. The resulting expression of the temperature field of the pipe is a trigonometric series containing hypergeometric functions. This made it possible to determine the emerging internal stresses in the pipe wall. The result obtained can be used in engineering calculations of heat exchangers.

*Keywords:* heat transfer, ellipse, thermal stress, adiabatic insulation, boundary conditions of the third kind, Poisson equation, hyperbolic functions.

*Funding.* The study did not have sponsorship.

*Cite as:* Kanareykin, A. I., Determination of the thermoelastic state of an elliptical cylinder with an internal heat source with adiabatic insulation of half of its surface. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2026, vol. 23, no. 2, pp. 54–60. DOI: 10.31429/vestnik-23-2-54-60

Received 17 March 2026. Revised 29 May 2026. Accepted 2 June 2026. Published 24 June 2026.

The author declare no competing interests.

© The Author(s), 2026. The article is open access, distributed under [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) license.

## Введение

Цилиндрические оболочки широко используются в качестве ответственных элементов различных промышленных сооружений (нефте- и газопроводов, топливных резервуаров, газовых баллонов и т.п.). Специфическая длительная эксплуатация таких конструкций способствует их повреждению, которое возникает как под воздействием внешних условий среды (например, коррозии), так и под влиянием механических факторов. Все эти повреждения можно рассматривать как эффективные концентраторы напряжений, которые могут спровоцировать деформацию, выпучивание и, как следствие, привести к разрушению конструкций. Особого внимания заслуживают цилиндрические оболочки с эллиптическим сечением в связи с их возросшим использованием [1–5].

В некоторых работах авторами были рассмотрены термоупругости оболочек сложного сечения. Например, Чибя [2] аналитически получил статистику второго порядка о температуре и термических напряжениях в кольцевом диске с пространственно случайными коэффициентами теплопередачи на верхней и нижней поверхностях. Василенко и Урусов [7] рассмотрели задачу о напряженном состоянии эллиптических пластин для жесткого закрепления контура. Василенко [8] предложил подход к решению задачи определения температурных полей и напряжений в ортотропных эллиптических пластинах, главные оси упругости и теплопроводности которых не совпадают с осями эллипса.

Актуальность данной статьи обусловлена возросшим использованием оболочек с эллиптическим сечением. Их способность выдерживать высокие уровни осевого сжатия является полезной во многих случаях, когда большая часть конструкции нагружена в мембранном состоянии, а ее эффективность обусловлена отсутствием сквозных градиентов напряжений по толщине. Цилиндрические оболочки являются одним из наиболее широко используемых конструктивных элементов, встречающихся в теплотехнике, механике и ядерной энергетике [9–15].

Целью данной работы является определение термоупругого состояния цилиндра эллиптического сечения с внутренним источником теплоты при адиабатической изоляции половины его поверхности. Задачами исследования был анализ методов решения уравнения Пуассона в эллиптической системе координат [16–23].

Научная новизна исследования заключается в том, что в работе были рассмотрены граничные условия второго и третьего рода, что приводит к несимметричности самой задачи. В отличие от [23], здесь на основании полученного температурного поля цилиндра получено выражение для определения внутренних напряжений, вызванных перепадом температур. При этом у рассматриваемой модели есть ограничения. Процесс нагревания является стационарным, отсутствует температурная зависимость физических свойств цилиндра, а также отсутствует внешняя механическая нагрузка.

## 1. Постановка задачи

Для определения термонапряжённого состояния необходимо сначала решить задачу по определению температурного поля. Для этого рассмотрим цилиндр, сечение которого представляет собой эллипс с полуосями  $a$  и  $b$ , половина поверхности которого адиабатически изолирована. Внутри действует одинаковый источник тепла объёмной мощностью  $q_v$ . Сама задача сводится к решению дифференциального уравнения Пуассона [23]

$$\Delta T + \frac{q_v}{\lambda} = 0.$$

При решении данной задачи необходимо учесть следующие граничные условия:

- на первой половине происходит теплообмен с окружающей средой

$$-\lambda \operatorname{grad} T = \alpha(T - T_0) \quad (1.1)$$

- на второй половине теплообмен отсутствует

$$-\lambda \operatorname{grad} T = 0 \quad (1.2)$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности материала цилиндра,  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи между средой и поверхностью цилиндра,  $T_0$  — температура окружающей среды,  $K$ .

## 2. Построение решения задачи

Для решения теплофизической задачи перейдём к эллиптической системе координат. Уравнение Пуассона в эллиптических координатах имеет вид [24]

$$\frac{1}{c^2(\operatorname{ch}^2 \mu - \cos^2 \nu)} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial \mu^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \nu^2} \right) = -\frac{q_v}{\lambda}, \quad 0 \leq \mu \leq \infty, \quad 0 \leq \nu \leq 2\pi, \quad (2.1)$$

где  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ ,  $a$  и  $b$  — полуоси эллипса,  $e = c/a$  — эксцентриситет.

При этом в данной системе координат граничные условия (1.1) и (1.2) примут следующий вид:

– при  $\mu = \mu_0, 0 \leq \nu \leq \pi$

$$-\lambda \frac{1}{c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu}} \frac{\partial T}{\partial \mu} \Big|_{\mu=\mu_0} = \alpha(T - T_0); \quad (2.2)$$

– при  $\mu = \mu_0, -\pi \leq \nu \leq 0$

$$\frac{\partial T}{\partial \mu} \Big|_{\mu=\mu_0}, \quad (2.3)$$

где  $\mu = \mu_0$  — уравнение поверхности исследуемого тела в рассматриваемой системе координат.

Для получения искомой абсолютной стационарной температуры воспользуемся подстановкой вида [24]

$$T = U - \frac{q_v c^2}{4\lambda} (\operatorname{sh}^2 \mu + \cos^2 \nu),$$

которая преобразует уравнение Пуассона (2.1) в уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \mu^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \nu^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \beta^2} = 0, \quad (2.4)$$

а само граничное условие (2.2) примет вид

$$\frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu}} \left( \frac{\partial U}{\partial \mu} - \frac{q_v}{4\lambda} c^2 \operatorname{sh} 2\mu_0 \right) = \operatorname{Bi} \left[ \frac{q_v}{4\lambda} c^2 (\operatorname{sh}^2 \mu_0 + \cos^2 \nu) + T_0 - U \right], \quad \operatorname{Bi} = \frac{\alpha c}{\lambda}, \quad (2.5)$$

где  $\operatorname{Bi}$  — число Био, которое является одним из критериев подобия стационарного теплообмена между нагретым или охлаждённым твёрдым телом и окружающей средой.

Условие (2.3) будет преобразовано следующим образом:

$$\frac{\partial U}{\partial \mu} - \frac{q_v}{4\lambda} c^2 \operatorname{sh} 2\mu_0. \quad (2.6)$$

Тогда решение уравнения (2.4) примет вид

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \operatorname{ch} n\mu \cos n\nu + B_n \operatorname{sh} n\mu \sin n\nu).$$

Постоянные  $B_n$  определим из граничного условия (2.6)

$$\sum_{n=0}^{\infty} (nA_n \operatorname{sh} n\mu_0 \cos n\nu - nB_n \operatorname{ch} n\mu_0 \sin n\nu) = \frac{q_v}{4\lambda} c^2 \operatorname{sh} 2\mu_0$$

и, интегрируя по углу  $\nu$  от  $-\pi$  до  $0$ , получим

$$2B_{2n+1} \operatorname{ch}(2n+1)\mu_0 = \frac{\pi q_v}{4\lambda} c^2 \operatorname{sh} 2\mu_0,$$

откуда

$$B_{2n+1} = \frac{q_v}{8\lambda} \frac{\pi c^2 \operatorname{sh} 2\mu_0}{\operatorname{ch}(2n+1)\mu_0}. \quad (2.7)$$

Постоянные  $A_n$  найдём из граничного условия (2.5)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu}} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} (nA_n \operatorname{sh} n\mu_0 \cos n\nu - nB_n \operatorname{ch} n\mu_0 \sin n\nu) - \frac{q_v}{4\lambda} c^2 \operatorname{sh} 2\mu_0 \right] = \\ & = \operatorname{Bi} \left[ \frac{q_v}{4\lambda} c^2 (\operatorname{sh}^2 \mu_0 + \cos^2 \nu) + T_0 - \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \operatorname{ch} n\mu \cos n\nu + B_n \operatorname{sh} n\mu \sin n\nu) \right]. \quad (2.8) \end{aligned}$$

Далее воспользуемся следующим разложением иррационального выражения в ряд

$$\sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} \cos n\nu. \quad (2.9)$$

С учётом формулы (2.9) перепишем выражение (2.8) в виде

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} nA_n \operatorname{sh} n\mu_0 \cos n\nu - \sum_{n=0}^{\infty} nB_n \operatorname{sh} n\mu_0 \sin n\nu - \frac{q_v}{4\lambda} c^2 \operatorname{sh} 2\mu_0 = \\ & = \operatorname{Bi} \frac{q_v}{4\lambda} c^2 \left( \operatorname{sh}^2 \mu_0 \sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu} + \sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu} \cos^2 \nu \right) - \\ & - \operatorname{Bi} \left( \frac{a_n}{2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \operatorname{ch} n\alpha_0 \cos n\beta + \frac{a_0}{2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n \operatorname{sh} \alpha_0 \sin n\beta + \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} \cos 2n\nu \sum_{n=0}^{\infty} A_n \operatorname{ch} n\mu_0 \cos n\nu + \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} \cos 2n\nu \sum_{n=0}^{\infty} B_n \operatorname{sh} n\mu_0 \cos n\nu \right). \end{aligned}$$

Опять интегрируя по  $\nu$  от  $0$  до  $\pi$ , получим

$$\begin{aligned} 2B_{2n+1} \operatorname{ch}(2n+1)\mu_0 - \frac{q_v \pi}{4\lambda} c^2 \operatorname{sh} 2\mu_0 & = \operatorname{Bi} T_0 \int_0^{\pi} \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_0 - \cos^2 \beta} d\beta + \\ & + \operatorname{Bi} \frac{q_v}{4\lambda} c^2 \left( \operatorname{sh}^2 \alpha_0 \int_0^{\pi} \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha_0 - \cos^2 \beta} d\beta + \int_0^{\pi} \sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu} \cos^2 \nu d\nu \right) - \\ & - \operatorname{Bi} \frac{\pi}{2} (a_0 A_0 + \operatorname{ch} 2n\mu_0 a_{2n} A_{2n}), \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} A_{2n} & = \left\{ 2T_0 \int_0^{\pi} \sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu} d\nu + \right. \\ & \left. + \frac{q_v}{4\lambda} c^2 \left( \operatorname{sh}^2 \mu_0 \int_0^{\pi} \sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu} d\nu + \int_0^{\pi} \sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu} \cos^2 \nu d\nu \right) \right\} / \pi \operatorname{ch} 2n\mu_0 a_{2n}, \\ & n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.10) \end{aligned}$$

Коэффициенты  $a_{2n}$  определяются по формуле

$$a_{2n} = \frac{2 \operatorname{ch} \mu_0}{\pi} \left[ B \left( \frac{2n+1}{2}, \frac{1}{2} \right) \times F_1 \left( \frac{2n+1}{2}, -\frac{1}{2}, n+1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \mu_0} \right) - C_{2n}^2 B \left( \frac{2n-1}{2}, \frac{3}{2} \right) \times F_1 \left( \frac{2n-1}{2}, -\frac{1}{2}, n+1, \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \mu_0} \right) + \dots \right].$$

Окончательно искомое распределение температуры описывается уравнением

$$T = \sum_{n=0}^{\infty} (A_{2n} \operatorname{ch} 2n\mu \cos 2n\nu + B_{2n+1} \operatorname{sh}(2n+1)\mu \sin(2n+1)\nu) - \frac{q_v c^2}{4\lambda} (\operatorname{sh}^2 \mu + \cos^2 \nu). \quad (2.11)$$

Коэффициенты ряда  $A_n$  и  $B_{n+1}$  находятся по найденным формулам (2.7) и (2.10).

Теперь перейдём к вопросу определения внутренних напряжений в стенке цилиндра. Распределение внутренней механической нагрузки найдём по формуле [25]

$$p = \alpha_T T \chi \int_L \frac{\partial T}{\partial n} dl, \quad (2.12)$$

где  $\alpha_T$  — коэффициент линейного расширения,  $E$  — модуль Юнга,  $\chi$  — коэффициент размерности [1/м], который физически устанавливает соответствие между функциями напряжения и прогиба.

Воспользуемся формулой для нахождения дифференциала дуги эллипса [17]

$$dl = \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \nu} d\nu.$$

Из полученного выражения (2.11) находим производную от температуры по нормали

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial T}{\partial \mu} \Big|_{\mu=\mu_0} = -\frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 \mu_0 - \cos^2 \nu}} \times \left[ \sum_{n=0}^{\infty} 2n A_{2n} \operatorname{sh} 2n\mu_0 \cos 2n\nu - (2n+1) B_{2n+1} \operatorname{ch}(2n-1)\mu_0 \sin 2n\nu + \frac{q_v c^2}{4\lambda} \operatorname{sh}(2\mu_0) \right],$$

тогда подставив всё в выражение (2.12) получим

$$p = \alpha_T E \chi \frac{q_v \pi c^3}{2a\lambda} \operatorname{sh}(2\mu_0). \quad (2.13)$$

### 3. Анализ полученного решения

Применяя формулу гиперболического синуса двойного аргумента, упростим выражение (2.13)

$$p = \alpha_T E \chi \frac{q_v \pi b \sqrt{a^2 - b^2}}{\lambda}. \quad (3.1)$$

Как следует из полученного выражения (3.1), внутреннее давление определяется геометрией цилиндра и имеет прямую зависимость от мощности внутреннего источника.

Проведём исследование влияния геометрии эллипса на уровень возникающих внутренних напряжений. Для этого зафиксируем периметр сечения. Для получения функциональной зависимости воспользуемся приближённой формулой для нахождения периметра эллипса

$$P \approx \pi \sqrt{2(a^2 + b^2)}.$$

Применяя метод исследования поведения функции на экстремум найдём соотношение полуосей эллипса, при котором величина внутреннего давления принимает минимум

$$a = \sqrt{3}b.$$

Сама величина будет равна

$$p_{\min} = \sqrt{6} \alpha_T E \chi \frac{q_v \pi b^2}{\lambda}.$$

## Выводы

1. В настоящей работе приведено решение задачи распределения температурного поля цилиндра с эллиптическим поперечным сечением при граничных условиях второго и третьего рода с внутренним источником теплоты.

2. В работе проведено исследование влияния геометрии эллипса на уровень возникающих термонапряжений. В результате чего было получено соотношение полуосей эллипса, при котором уровень напряжений достигает минимального значения, а также само значение этого напряжения. Таким образом, путём изменения геометрии сечения можно снизить уровень возникающих термонапряжений возникающих в стенке самого цилиндра.

3. Полученный результат может быть использован в инженерных расчётах теплообменных аппаратов, содержащих трубки эллиптического сечения.

## Литература [References]

1. Исаченко, В.П., Осипова, В.А., Сукомел, А.С., *Теплопередача*. Москва, Энергоиздат, 1981. [Isachenko, V.P., Osipova, V.A., Sukomel, A.S., Heat Transfer. Moscow, Energoizdat, 1981.]
2. Apostolos, N., Karamanos, S., Papanicolopoulos, S., *Non-Associative Plasticity for Structural Instability of Cylindrical Shells in the Inelastic Range*. University of Edinburgh, 2022.
3. Oluwole Kunle, F., Sadowski, A., Wade, A., *Length Effects in Elastic Imperfect Cylindrical Shells under Uniform Bending*. University of London, 2018.
4. Локтева, Н.А., *Нестационарное деформирование анизотропной круговой цилиндрической оболочки*. Труды МАИ, 2021, № 120, с. 139–145. [Lokteva, N.A., Non-stationary deformation of an anisotropic circular cylindrical shell. Proceedings of MAI = Proc. of MAI, 2021, no. 120, pp. 139–145. (in Russian)]
5. Fage, A., Warsap, J.H., The effects of turbulence and surface roughness on the drag of circular cylinders. In *ARC RM1283*, 1930, pp. 36–47.
6. Chiba, R., Stochastic thermal stresses in an annular disc with spatially random heat transfer coefficients on upper and lower surfaces. *Acta Mech*, 2007, vol. 194, pp. 67–82.
7. Vasilenko, A.T., Urusova, G.P., Stress state of freely supported multilayered elliptical plates of anisotropic materials. *Mechanics of Composite Materials*, 1997, vol. 33, pp. 349–355.
8. Vasilenko, A.T., Determination of the temperature and mechanical elds in anisotropic elliptic plates. *Journal of Mathematical Sciences*, 1998, vol. 88, pp. 338–341.
9. Kanareykin, A.I., Mathematical modeling of the fuel element of a nuclear reactor taking into account the temperature dependence of the thermal conductivity of the fuel element made of uranium oxide. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Ser. 4. – IV International Scientific and Practical Conference “Actual Problems of the Energy Complex: Physical Processes, Mining, Production, Transmission, Processing and Environmental Protection”*, 2022, art. 012012. DOI: [10.1088/1755-1315/990/1/012012](https://doi.org/10.1088/1755-1315/990/1/012012)
10. Kanareykin, A., Analysis of the thermally stressed state of the heat-generating element in the form of an ellipsoid. *E3S Web of Conferences*, 2024, vol. 549, art. 05006. DOI: [10.1051/E3SCONF/202454905006](https://doi.org/10.1051/E3SCONF/202454905006)
11. Kanareykin, A., Modeling of the temperature field and thermal stresses of a fuel element with variable volumetric heat release. *E3S Web of Conferences*, 2024, vol. 592, art. 03009. DOI: [10.1051/E3SCONF/202459203009](https://doi.org/10.1051/E3SCONF/202459203009)
12. Kanareykin, A., Heat exchange between the heating element and its shell under the boundary condition of the fourth kind. *E3S Web of Conferences. International Scientific Siberian Transport Forum – TransSiberia 2023*, 2023, art. 07039. DOI: [10.17586/1606-4313-2023-22-3-68-73](https://doi.org/10.17586/1606-4313-2023-22-3-68-73)
13. Kanareykin, A., Heat exchange in fuel rods at different cross sections. *E3S Web of Conferences. XI International Scientific and Practical Conference Innovative Technologies in Environmental Science and Education (ITSE-2023)*. *EDP Sciences*, 2023, art. 02021. DOI: [10.1051/e3sconf/202343102021](https://doi.org/10.1051/e3sconf/202343102021)
14. Железнов, Л.П., Серьёзов, А.Н., Нелинейное деформирование и устойчивость подкрепленной композитной цилиндрической оболочки при осевом сжатии. *Полет. Общероссийский научно-технический журнал*, 2022, № 2, с. 40–48. [Zheleznov, L.P., Sereznov, A.N., Nonlinear deformation and stability of a reinforced composite cylindrical shell under axial compression. *Polet. Obshcherossiyskiy nauchno-tehnicheskiy zhurnal = Flight. All-Russian Scientific and Technical Journal*, 2022, no. 2, pp. 40–48. (in Russian)]

15. Петров, И.И., Фундаментальные решения для ортотропной цилиндрической оболочки. *Труды МАИ*, 2022, № 124, с. 23–29. [Petrov, I.I., Fundamental solutions for an orthotropic cylindrical shell. *Trudy MAI = Proc. of MAI*, 2022, No. 124, pp. 23–29. (in Russian)]
16. Канарейкин, А.И., Уравнение Лапласа в теплофизике. *Наукосфера*, 2023, № 12-2, с. 241–245. [Kanareikin, A.I., Laplace equation in thermal physics. *Naukosfera = Science Sphere*, 2023, no. 12-2, pp. 241–245. (in Russian)]
17. Захаров, В.А., Верификация методики численного исследования процесса теплообмена в кольцевых каналах теплообменного аппарата. *Машиностроение и машиноведение*, 2020, № 1(70), с. 14–16. [Zakharov, V.A., Verification of the methodology for numerical study of the heat transfer process in the annular channels of a heat exchanger. *Mashinostroenie i mashinovedenie = Mechanical Engineering and Mechanical Engineering*, 2020, no. 1(70), pp. 14–16. (in Russian)]
18. Канарейкин, А.И., О частном решении дифференциального уравнения в частных производных без перехода к эллиптической системе координат. В *Научные труды Калужского государственного университета имени К.Э. Циолковского. Региональная университетская научно-практическая конференция. Сер. «Естественные науки»*, Калужский государственный университет имени К.Э. Циолковского, 2015, с. 140–141. [Kanareikin, A.I., On a particular solution of a partial differential equation without transition to an elliptic coordinate system. In *Nauchnye trudy Kaluzhskogo gosudarstvennogo universiteta imeni K.E. Tsiolkovskogo. Regional'naya universitetskaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya. Ser. «Estestvennye nauki» = Scientific Works of K.E. Tsiolkovsky Kaluga State University. Regional University Scientific and Practical Conference. Series «Natural Sciences»*, K.E. Tsiolkovsky Kaluga State University, 2015, pp. 140–141. (in Russian)]
19. Канарейкин, А.И., Решение краевой задачи Неймана для уравнения Пуассона в цилиндрическом стержне. *Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности*, 2023, т. 8, № 9(35), с. 73–78. [Kanareikin, A.I., Solution of the Neumann boundary value problem for the Poisson equation in a cylindrical rod. *Mezhdunarodnyy zhurnal informatsionnykh tekhnologiy i energoeffektivnosti = International Journal of Information Technology and Energy Efficiency*, 2023, v. 8, no. 9(35), pp. 73–78. (in Russian)]
20. Несис, Е.И., *Методы математической физики*. Москва, Просвещение, 1977. [Nesis, E.I., *Metody matematicheskoy fiziki = Methods of Mathematical Physics*. Moscow, Prosveshchenie, 1977. (in Russian)]
21. Канарейкин, А.И., Распределение температурного поля в теле с эллиптическим поперечным сечением. *Научные труды Калужского государственного университета им. К.Э. Циолковского. Серия «Естественные науки»*, 2016, с. 230–231. [Kanareikin, A.I., Temperature field distribution in a body with an elliptical cross-section. *Nauchnye trudy Kaluzhskogo gosudarstvennogo universiteta im. K.E. Tsiolkovskogo. Seriya «Estestvennye nauki» = Scientific works of Kaluga State University named after K.E. Tsiolkovsky. Series «Natural sciences»*, 2016, pp. 230–231. (in Russian)]
22. Канарейкин, А.И., Распределение температуры в теле эллиптического сечения с внутренним источником тепла при граничных условиях первого рода. *Вестник Калужского университета*, 2020, № 2(47), с. 74–76. [Kanareikin, A.I., Temperature distribution in a body of elliptical cross section with an internal heat source under boundary conditions of the first kind. *Vestnik Kaluzhskogo universiteta = Bulletin of Kaluga University*, 2020, no. 2 (47), pp. 74–76. (in Russian)]
23. Канарейкин, А.И., Распределение температуры в теле эллиптического сечения с внутренним источником тепла при адиабатической изоляции половины поверхности. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*, 2021, № 5, с. 20–25. [Kanareikin, A.I., Temperature distribution in a body of elliptical cross-section with an internal heat source under adiabatic insulation of half the surface. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem = Forging and stamping production. Material pressure processing*, 2021, no. 5, pp. 20–25. (in Russian)]
24. Канарейкин, А.И., Определение термоупругого состояния поверхности трубы цилиндрической формы для случая лучистого теплового потока с одной внешней стороны и конвективном теплообмене с внутренней. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2025, т. 22, № 2, с. 72–79. [Kanareikin, A.I., Determination of the thermoelastic state of the surface of a cylindrical pipe for the case of radiant heat flow from one outer side and convective heat exchange from the inner side. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Ecological Bulletin of the Scientific Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2025, vol. 22, no. 2, pp. 72–79. (in Russian)] DOI: [10.31429/vestnik-22-2-72-79](https://doi.org/10.31429/vestnik-22-2-72-79)
25. Власов, Н.М., Иванов, С.Д., Колесов, В.С., Распространение метода пластинчатой аналогии на задачи термоупругости для тел с включением. *Тепловые напряжения в элементах конструкций*, 1974, № 14, с. 91–94. [Vlasov, N.M., Ivanov, S.D., Kolesov, V.S., Extension of the plate analogy method to thermoelasticity problems for bodies with inclusions. *Teplovye napryazheniya v elementakh konstruktsiy = Thermal stresses in structural elements*, 1974, no. 14, pp. 91–94. (in Russian)]