

УДК 536.2

EDN: SOUWMW DOI: 10.31429/vestnik-23-3-44-54

Влияние контактного термосопротивления между включениями и матрицей на эффективную теплопроводность полимерных композитов с ориентированными стеклянными волокнами и дисперсными включениями политетрафторэтилена

И. В. Лавров ¹, В. В. Бардушкин ¹, А. П. Сычев ²✉, А. А. Кочетыгов ¹

¹ Национальный исследовательский университет «МИЭТ», пл. Шокина, 1, Зеленоград, Москва, 124498, Россия

² Федеральный исследовательский центр Южный научный центр РАН, пр-кт Чехова, 41, Ростов-на-Дону, 344006, Россия

✉ Сычев Александр Павлович; ORCID 0000-0001-6344-108X; SPIN 8249-2575; e-mail: alekc_sap@mail.ru

Аннотация. Разработан метод вычисления тензора эффективной теплопроводности многокомпонентного матричного композита с включениями различной формы и ориентации с учетом контактного термосопротивления на границе между включениями и матрицей. Для учета контактного термосопротивления используется модель матричного композита с оболочкой, толщина и теплопроводность которой согласованы с величиной контактного термосопротивления. Вычисления производятся на основе обобщенного приближения эффективного поля. Метод применен для композита с полимерной матрицей ЭД-20 и включениями трех видов. Первые два вида включений — параллельные фиксированной плоскости и взаимно перпендикулярные цилиндрические волокна Е-стекла, третий вид — антифрикционные сферические включения политетрафторэтилена. Выведены расчетные соотношения, с помощью которых проведены модельные расчеты. Получены зависимости главных компонент тензора эффективной теплопроводности от величины контактного термосопротивления, а также от объемной доли стеклянных волокон. Определены значения контактного термосопротивления, при которых эффективная теплопроводность композита не зависит от объемных долей стеклянных волокон или включений политетрафторэтилена. При этом если контактное термосопротивление ниже данных значений, то увеличение объемной доли политетрафторэтилена или стеклянных волокон приводит к увеличению эффективной теплопроводности композита, а если выше, то к уменьшению перпендикулярной к волокнам компоненты тензора теплопроводности.

Ключевые слова: эффективная теплопроводность, контактное термосопротивление, композит, матрица, включение с оболочкой, обобщенное приближение эффективного поля.

Финансирование. Работа выполнена в рамках реализации ГЗ ЮНЦ РАН на 2026 г., № госрегистрации 125011200153-3.

Цитирование: Лавров И. В., Бардушкин В. В., Сычев А. П., Кочетыгов А. А. Влияние контактного термосопротивления между включениями и матрицей на эффективную теплопроводность полимерных композитов с ориентированными стеклянными волокнами и дисперсными включениями политетрафторэтилена // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2026. Т. 23, № 3. С. 44–54. EDN: SOUWMW. DOI: 10.31429/vestnik-23-3-44-54

Поступила 11 июня 2026 г. После доработки 21 августа 2026 г. Принято 7 августа 2026 г. Публикация 25 сентября 2026 г.

Авторы внесли одинаковый вклад в подготовку рукописи. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Автор(ы), 2026. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Effect of Contact Thermal Resistance Between Inclusions and Matrix on Effective Thermal Conductivity of Composites with Oriented Glass Fibers and Dispersed Inclusions of Polytetrafluoroethylene

I. V. Lavrov ¹, V. V. Bardushkin ¹, A. P. Sychev ²✉, A. A. Kochetygov ¹

¹ National Research University of Electronic Technology, Shokina sq., 1, Zelenograd, Moscow, 124498, Russia

² Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Prospekt Chekhova, 41, Rostov-on-Don, 344006, Russia

✉ Aleksandr P. Sychev; ORCID 0000-0001-6344-108X; e-mail: alekc_sap@mail.ru

Abstract. A method has been developed for calculating the effective thermal conductivity tensor of a multicomponent matrix composite with inclusions of various shapes and orientations, taking into account the contact thermal resistance at the boundary between inclusions and the matrix. To take into account the contact thermal resistance, a model of a matrix composite with inclusions with a shell is used, the thickness and thermal conductivity of which are consistent with the value of the contact thermal resistance. The calculations are based on a generalized effective-field approximation. The method is used for a composite with a polymer matrix of ED-20 and inclusions of three types. The first two types of inclusions are parallel to a fixed plane and mutually perpendicular cylindrical fibers of E-glass, the third type is antifriction spherical inclusions of polytetrafluoroethylene. Calculated ratios were derived, with the help of which model calculations were carried out. Dependences of the principal components of the tensor of effective thermal conductivity on the value of contact thermal resistance, as well as on the volume fraction of glass fibers, were obtained. The values of contact thermal resistance are determined, at which the effective thermal conductivity of the composite does not depend on the volume fractions of fibers of E-glass or polytetrafluoroethylene inclusions. Moreover, if the contact thermal resistance is lower than these values, an increase in the volume fraction of polytetrafluoroethylene or fibers of E-glass leads to an increase in the effective thermal conductivity of the composite, and if higher, then to a decrease in the thermal conductivity component perpendicular to the fibers.

Keywords: effective thermal conductivity, contact thermal resistance, composite, matrix, inclusions with shell, generalized effective-field approximation.

Funding. The work was carried out as part of the implementation of the SSC RAS for 2026, state registration number 125011200153-3.

Cite as: Lavrov, I. V., Bardushkin, V. V., Sychev, A. P., Kochetygov, A. A., Effect of contact thermal resistance between inclusions and matrix on effective thermal conductivity of composites with oriented glass fibers and dispersed inclusions of polytetrafluoroethylene. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2026, vol. 23, no. 3, pp. 44–54. DOI: 10.31429/vestnik-23-3-44-54

Received 11 June 2026. Revised 21 August 2026. Accepted 7 August 2026. Published 25 September 2026. The authors contributed equally. The authors declare no competing interests.

© The Author(s), 2026. The article is open access, distributed under [Creative Commons Attribution 4.0 \(CC BY\) license](#).

Введение

Исследования показывают, что теплопроводность композиционных материалов зависит не только от их компонентного состава и структуры, но и от качества теплового контакта на границе между различными компонентами материала, в частности, между включениями и матрицей [1–5]. Как правило, тепловой контакт между компонентами неидеальный, проявляющийся в том, что при прохождении теплового потока через композит на границе сред с различными материальными свойствами имеется скачок температуры, объясняющийся наличием теплового контактного сопротивления, или сопротивления Капицы [6], на данной границе. Плохой тепловой контакт между компонентами неоднородного материала ($R_c > 10^{-5} \text{ К} \cdot \text{м}^2/\text{Вт}$ [5]) может существенно уменьшать теплопроводящие свойства материала. Вследствие этого в процессе эксплуатации деталей, узлов трения и сопряжения механизмов, выполненных из композиционных материалов, в них могут возникать большие градиенты температуры, приводящие к усилению диффузионных или сегрегационных процессов в материале [7] и, как следствие, ухудшению их функциональных характеристик. В связи с этим большое значение приобретает прогнозирование теплопроводящих свойств неоднородных материалов с учетом контактного сопротивления на границах раздела компонентов.

Имеются два подхода для теоретического прогнозирования эффективной теплопроводности. Первый основан на непосредственном учете контактного сопротивления посредством видоизмененных граничных условий на поверхностях раздела компонентов. Данный подход реализован, например, в работах [8–11]. Уравнения, получающиеся при использовании данного подхода, довольно сложны, что делает весьма проблематичной возможность учета структурных особенностей композитов, таких как многокомпонентность, различие в ориентациях и формах включений. В работе [8] предложен вариант обобщения приближения Максвелла–Гарнетта [12] для вычисления эффективной проводимости матричной среды со сферическими проводящими

включениями, учитывающий контактное сопротивление на границе включений и матрицы. В [9] вычисляется эффективная теплопроводность матричных композитов с шарообразными или одинаково ориентированными цилиндрическими включениями. В [10] предлагается метод вычисления эффективной теплопроводности матричных композитов с однонаправленными или хаотически ориентированными включениями одного вида в форме вытянутых или сжатых сфероидов, причем предполагается, что объемная доля включений очень мала, что, с одной стороны, существенно упрощает процедуру решения, а с другой — делает результат данной работы практически малозначимым. В [11] предложен метод вычисления эффективной теплопроводности матричного композита со сферическими включениями конечной концентрации.

Второй подход состоит в моделировании контактного сопротивления между матрицей и включениями на основе модели неоднородной среды с включениями с оболочкой. При этом неидеальный контакт на границе включения и матрицы моделируется посредством добавления виртуального слоя оболочки включения со специально подобранными толщиной и теплопроводностью. Вычисления эффективных теплопроводящих характеристик неоднородного материала выполняются с помощью обобщенного приближения эффективного поля (ОПЭП), предложенного в [13]. Данный подход реализован для вычисления эффективной теплопроводности матричных композитов со сферическими [14] или однонаправленными цилиндрическими [15] включениями с учетом контактного сопротивления между включениями и матрицей. При этом показано соответствие расчетных результатов [14, 15] с результатами для соответствующих видов композитов, полученными в [9] с помощью первого подхода.

В настоящей работе развивается второй подход для прогнозирования эффективной теплопроводности матричного композита с тремя видами включений. Включения 1-го и 2-го видов — цилиндрические из Е-стекла без разброса в ориентациях. Причем оси включений 1-го и 2-го видов параллельны фиксированной плоскости и перпендикулярны друг другу. Включения 3-го вида — сферические из политетрафторэтилена (ПТФЭ). Тем самым в работе демонстрируется преимущество второго подхода по сравнению с первым, поскольку он позволяет вычислять с учетом контактного сопротивления характеристики многокомпонентного материала с включениями различной формы и ориентации.

1. Постановка задачи и ее решение в обобщенном приближении эффективного поля

Рассмотрим статистически однородный образец матричного композита объемом V с однородной изотропной матрицей из эпоксидной системы ЭД-20, в которую погружены включения трех видов. Включения 1-го вида — сонаправленные длинные цилиндры из Е-стекла одинакового радиуса. Включения 2-го вида — такие же по материальным характеристикам и форме длинные цилиндры, сонаправленные друг другу и перпендикулярные цилиндрам 1-го вида. Включения 3-го вида — равномерно распределенные по объему матрицы сферические частицы из ПТФЭ, радиус которых будем считать много меньшим радиусов цилиндров. Теплопроводность матрицы обозначим k_m , цилиндрических включений 1-го и 2-го видов — $k_2^{(1)}$ и $k_2^{(2)}$ соответственно, сферических включений 3-го вида — $k_2^{(3)}$. Материальные характеристики всех компонентов композита являются изотропными. Объемные доли включений каждого вида обозначим как f_1, f_2, f_3 , причем будем считать, что объемные доли включений 1-го и 2-го видов одинаковы, т.е. $f_1 = f_2$. Для учета контактного термосопротивления (или теплосопротивления [16]) между включениями и матрицей введем виртуальные оболочки для всех включений, толщина h и теплопроводность k_1 которых согласована с величиной термосопротивления R_c по следующей формуле:

$$R_c \approx \frac{h}{k_1}.$$

Контактным термосопротивлением со стороны торцов цилиндрических включений в случае их достаточно большой длины можно пренебречь, поскольку термосопротивление цилиндра вдоль его оси на несколько порядков больше, чем контактное термосопротивление. В частности, теплопроводность Е-стекла $k_{gl} = 1,3 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ [17], при длине стеклянного волокна $l = 1 \text{ см}$

для термосопротивления вдоль длины волокна получим

$$R_{gl} = \frac{l}{k_{gl}} = \frac{0,01}{1,3} \approx 7,7 \cdot 10^{-3} \text{ К} \cdot \text{м}^2 / \text{Вт},$$

в то время как контакт считается плохим при $R_c \geq 3 \cdot 10^{-5} \text{ К} \cdot \text{м}^2 / \text{Вт}$ [5], т.е. термосопротивление вдоль волокна более, чем на 2 порядка превышает контактное термосопротивление.

Таким образом, в качестве модели данного композита, учитывающей контактное термосопротивление, примем матричный композит с тремя видами включений с оболочкой. У цилиндрических включений 1-го и 2-го видов цилиндрическая оболочка со стороны боковой поверхности. Внешний радиус цилиндрической оболочки обозначим как $b^{(c)}$, внутренний радиус — как $a^{(c)}$, тогда ее толщина $h^{(c)} = b^{(c)} - a^{(c)}$, будем считать эти параметры одинаковыми для включений 1-го и 2-го видов. Теплопроводность цилиндрической оболочки обозначим как $k_1^{(c)}$, тогда теплопроводности оболочек включений 1-го и 2-го видов $k_1^{(1)} = k_1^{(2)} = k_1^{(c)}$. Включения 3-го вида имеют сферическую оболочку, ее внешний радиус обозначим как $b^{(s)}$, внутренний радиус — $a^{(s)}$, ее толщину $h^{(s)} = b^{(s)} - a^{(s)}$. Теплопроводность сферической оболочки обозначим как $k_1^{(s)}$, тогда теплопроводности оболочек включений 3-го вида $k_1^{(3)} = k_1^{(s)}$.

Пусть к поверхности S данного образца приложено стационарное однородное температурное поле $u_0(\mathbf{r})$ с напряженностью $\mathbf{H}_0 = -\nabla u_0(\mathbf{r}) = \text{const}$. Тогда в образце данного композита установится стационарное температурное поле $u(\mathbf{r})$ и стационарное распределение тепловых потоков, векторы плотности $\mathbf{q}(\mathbf{r})$ которых определяются по закону Фурье ($\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки неоднородной среды):

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}) = k(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r}),$$

где $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\nabla u(\mathbf{r})$ — напряженность температурного поля, $k(\mathbf{r})$ — теплопроводность данного композита, являющаяся случайной кусочно-постоянной функцией точки. Тензор эффективной теплопроводности $\mathbf{k}^*$ данного образца композита определяется соотношением, связывающим средние по объему образца векторы плотности теплового потока $\mathbf{q}$ и напряженности $\mathbf{H}$ температурного поля:

$$\langle \mathbf{q} \rangle = \mathbf{k}^* \langle \mathbf{H} \rangle.$$

Введем правую систему координат xyz , согласованную со структурой данного образца композита следующим образом: ось x направим перпендикулярно плоскости, параллельной осям цилиндрических включений 1-го и 2-го видов; ось y — вдоль осей включений 1-го вида, ось z — вдоль осей включений 2-го вида. Тогда в силу структурной симметрии в системе координат xyz тензор $\mathbf{k}^*$ будет иметь следующий диагональный одноосный вид:

$$\mathbf{k}^* = \begin{pmatrix} k_1^* & 0 & 0 \\ 0 & k_2^* & 0 \\ 0 & 0 & k_2^* \end{pmatrix}.$$

С учетом изотропии материальных свойств компонентов композита в ОПЭП для тензора $\mathbf{k}^*$ может быть записано выражение [15]

$$\mathbf{k}^* = \langle ((1-v)k_1\lambda_{12} + vk_2)\lambda_{20} \rangle \langle ((1-v)\lambda_{12} + v\mathbf{I})\lambda_{20} \rangle^{-1}, \quad (1.1)$$

где k_1 и k_2 — теплопроводности оболочек и ядер включений, v — относительная объемная доля ядра во включении (матрицу также можно считать состоящей из отдельных однородных включений); λ_{12} и λ_{20} — тензоры 2-го ранга, связанные с конкретным включением: λ_{12} связывает средние напряженности температурного поля в оболочке и ядре, для k -го включения он определяется соотношением

$$\langle \mathbf{H} \rangle_{1k} = \lambda_{12,k} \langle \mathbf{H} \rangle_{2k};$$

тензор λ_{20} связывает среднюю напряженность поля в ядре включения со средней напряженностью эффективного поля в этом же включении, компоненты данных тензоров для каждого вида включений будут приведены ниже.

Угловые скобки в (1.1) обозначают усреднение по всем включениям образца, в том числе включениям, составляющим матрицу. Для рассматриваемого матричного композита с тремя видами включений соотношение (1.1) можно переписать в виде

$$\mathbf{k}^* = \left[(1-f)k_m\lambda_{20,m} + \sum_{i=1}^3 f_i((1-v_i)k_1^{(i)}\lambda_{12}^{(i)} + v_ik_2^{(i)})\lambda_{20}^{(i)} \right] \times \\ \times \left[(1-f)\lambda_{20,m} + \sum_{i=1}^3 f_i((1-v_i)\lambda_{12}^{(i)} + v_i)\lambda_{20}^{(i)} \right]^{-1}, \quad (1.2)$$

где $\lambda_{20,m}$ и $\lambda_{20}^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$ — тензоры λ_{20} , относящиеся к матрице и включениям каждого вида соответственно; v_i , $\lambda_{12}^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$ — объемная доля ядра и тензор λ_{12} каждого вида включений соответственно; f — полная объемная доля включений в композите. Заметим, что

$$v_1 = v_2 = \left(\frac{a^{(c)}}{b^{(c)}} \right)^2, \quad v_3 = \left(\frac{a^{(s)}}{b^{(s)}} \right)^3.$$

Включения, составляющие матрицу, будем считать шарообразными без оболочки, тогда для них получим [15]

$$\lambda_{20,m} = \frac{3k_c}{2k_c + k_m} \mathbf{I}, \quad (1.3)$$

где $\mathbf{I}$ — единичный тензор 2-го ранга, k_c — теплопроводность тела сравнения [13, 15], которое будем считать изотропным.

Для включений 3-го вида тензоры λ_{12} и λ_{20} изотропные [18]:

$$\lambda_{12}^{(3)} = \frac{2k_1^{(3)} + k_2^{(3)}}{3k_1^{(3)}} \mathbf{I}, \\ \lambda_{20}^{(3)} = \frac{9k_ck_1^{(3)}}{(2k_c + k_1^{(3)})(2k_1^{(3)} + k_2^{(3)})} \left[1 + 2 \left(\frac{a^{(s)}}{b^{(s)}} \right)^3 h_1^{(s)} h_2^{(s)} \right] \mathbf{I}, \quad (1.4)$$

где

$$h_1^{(s)} = \frac{k_1^{(3)} - k_c}{2k_c + k_1^{(3)}}, \quad h_2^{(s)} = \frac{k_2^{(3)} - k_1^{(3)}}{2k_1^{(3)} + k_2^{(3)}}.$$

Введем правые системы координат $x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ и $x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$, связанные с включениями 1-го и 2-го видов. Оси $z^{(1)}$ и $z^{(2)}$ направим вдоль осей цилиндров 1-го и 2-го видов соответственно, оси $x^{(1)}$ и $y^{(1)}$ направим перпендикулярно друг другу и оси $z^{(1)}$; оси $x^{(2)}$ и $y^{(2)}$ направим аналогично по отношению к оси $z^{(2)}$. Поскольку системы $x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ и xyz совпадают, то матрицы поворотов $\mathbf{T}_1$ и $\mathbf{T}_2$ от системы координат xyz к системам $x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ и $x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ будут иметь вид

$$\mathbf{T}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_2 = \mathbf{I}. \quad (1.5)$$

Тензоры $\lambda_{20}^{(1)}$, $\lambda_{12}^{(1)}$ в системе координат $x^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ имеют следующий вид:

$$\lambda'_{20}^{(1)} = \begin{pmatrix} (\lambda_{20}^{(c)})_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda_{20}^{(c)})_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

$$\lambda'_{12}^{(1)} = \begin{pmatrix} (\lambda_{12}^{(c)})_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda_{12}^{(c)})_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.7)$$

где (см. [18])

$$(\lambda_{20}^{(c)})_{\perp} = \frac{4k_c k_1^{(c)}}{(k_c + k_1^{(c)})(k_1^{(c)} + k_2^{(c)})(1 + v_1 h_1^{(c)} h_2^{(c)})}, \quad (1.8)$$

$$(\lambda_{12}^{(c)})_{\perp} = \frac{k_1^{(c)} + k_2^{(c)}}{2k_1^{(c)}}, \quad (1.9)$$

$$h_1^{(c)} = \frac{k_1^{(c)} - k_c}{k_c + k_1^{(c)}}, \quad h_2^{(c)} = \frac{k_2^{(c)} - k_1^{(c)}}{k_1^{(c)} + k_2^{(c)}}. \quad (1.10)$$

Тензоры $\lambda_{20}^{(2)}$, $\lambda_{12}^{(2)}$ в системе координат $x^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ имеют такой же вид, как (1.6) и (1.7). Для вычисления по формуле (1.2) нужно найти вид этих тензоров в системе координат xyz , который найдем, учитывая вид (1.5) матриц поворотов $\mathbf{T}_1$ и $\mathbf{T}_2$:

$$\lambda_{20}^{(1)} = \begin{pmatrix} (\lambda_{20}^{(c)})_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda_{20}^{(c)})_{\perp} \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

$$\lambda_{12}^{(1)} = \begin{pmatrix} (\lambda_{12}^{(c)})_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda_{12}^{(c)})_{\perp} \end{pmatrix}, \quad (1.12)$$

$$\lambda_{20}^{(2)} = \begin{pmatrix} (\lambda_{20}^{(c)})_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda_{20}^{(c)})_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.13)$$

$$\lambda_{12}^{(2)} = \begin{pmatrix} (\lambda_{12}^{(c)})_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda_{12}^{(c)})_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.14)$$

2. Некоторые результаты модельных расчетов

На основе ОПЭП по формуле (1.2) с учетом выражений (1.3), (1.4), (1.8)–(1.14) были проведены расчеты главных компонент k_1^* , k_2^* тензора эффективной теплопроводности рассматриваемого матричного композита с эпоксидным связующим ЭД-20 в качестве матрицы ($k_m \approx 0,2$ Вт/(м·К) [19]) и тремя видами включений. Коэффициент теплопроводности для Е-стекла $k_{gl} \approx 1,3$ Вт/(м·К), для ПТФЭ $k_2^{(3)} \approx 0,25$ Вт/(м·К) [17]. Внешний радиус $b^{(c)}$ всех цилиндров принимался равным 5 мкм; внешний радиус $b^{(s)}$ сферических включений ПТФЭ — 0,5 мкм. Толщина оболочек и цилиндрических и сферических включений принималась равной 0,5 нм. Величина контактного термосопротивления R_c между включениями всех видов и матрицей считалась одинаковой и варьировалась в диапазоне от 10^{-8} К·м²/Вт (хороший контакт) до $1 \cdot 10^{-4}$ К·м²/Вт (плохой контакт [5]).

Некоторые результаты модельных расчетов приведены на рис. 1–3. Вычисления проводились в двух вариантах ОПЭП: 1) при выборе параметра среды сравнения $k_c = k_m$, что на рисунках соответствует обобщенному приближению Максвелла-Гарнетта (MG); 2) $k_c = \max\{k_1^*, k_2^*\}$, что на рисунках представляет собой изотропную модификацию метода самосогласования (self-consist.).

Приведенные на рис. 1 зависимости показывают, что увеличение контактного термосопротивления приводит к уменьшению всех главных компонент тензора эффективной теплопроводности данного композита, причем особенно быстро происходит убывание при изменении R_c от 10^{-6} до 10^{-5} К·м²/Вт. Также следует заметить, что заметней уменьшается компонента k_1^* , соответствующая направлению перпендикулярно плоскости, которой параллельны стеклянные

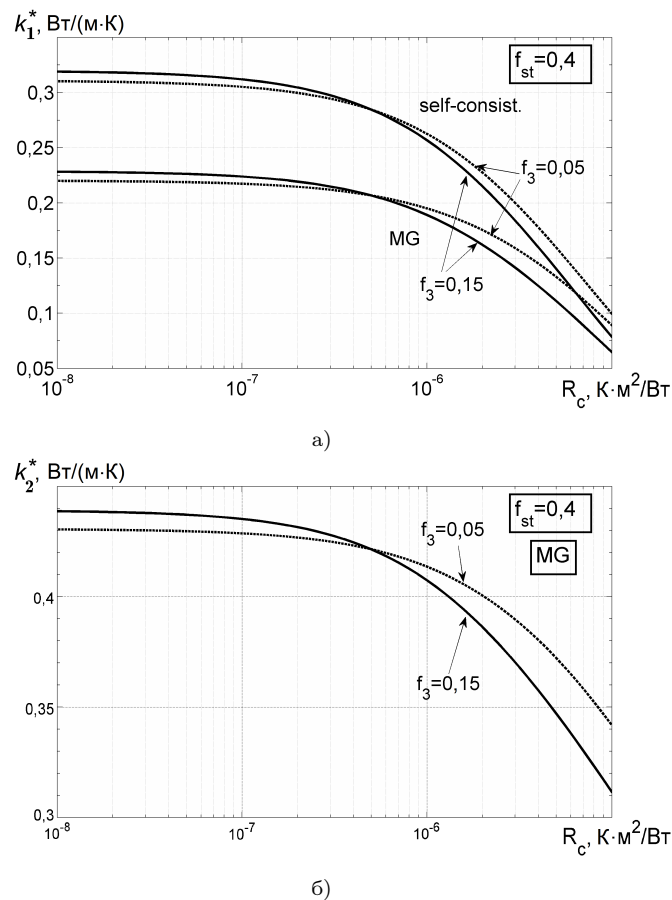


Рис. 1. Зависимости главных компонент k_1^* (а) и k_2^* (б) тензора эффективной теплопроводности композита от величины контактного сопротивления R_c , полученные с помощью двух вариантов ОПЭП при различных объемных долях f_3 включений ПТФЭ, суммарная объемная доля стеклянных волокон равна 0,4

Fig. 1. Dependence of the principal components k_1^* (a) and k_2^* (б) of the composite's effective thermal conductivity tensor on the contact resistance R_c , obtained using two versions of the OPEP method for various volume fractions f_3 of PTFE inclusions (the total volume fraction of glass fibers is 0.4)

волокна. На рис. 1а приведены зависимости, полученные двумя вариантами ОПЭП, при этом значения k_1^* , полученные в варианте самосогласования, имеют заметно большие значения, чем полученные в обобщенном приближении MG. Зависимости k_2^* , полученные данными двумя методами, имеют достаточно близкие значения, поэтому на рис. 1б приведены расчеты, полученные только в приближении MG. Также следует отметить, что зависимости каждого варианта приближений, полученные при объемных долях 3-го вида включений 0,05 и 0,15, пересекаются между собой при $R_c \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ К} \cdot \text{м}^2/\text{Вт}$. А значит, при данном значении R_c , теплопроводность композита не зависит от объемной доли включений ПТФЭ. При этом если $R_c < 5 \cdot 10^{-7}$, то увеличение объемной доли ПТФЭ в композите (при условии фиксированной объемной доли стеклянных волокон в нем) приводит к некоторому увеличению теплопроводности композита, а при $R_c > 5 \cdot 10^{-7}$ — к ее уменьшению. Это имеет довольно прозрачный физический смысл: поскольку теплопроводность ПТФЭ немного больше теплопроводности матрицы ЭД-20, то при достаточно малом контактном сопротивлении добавление ПТФЭ в композит приводит к увеличению эффективной теплопроводности. При достаточно большом контактном сопротивлении пограничный слой между матрицей и включениями сильно

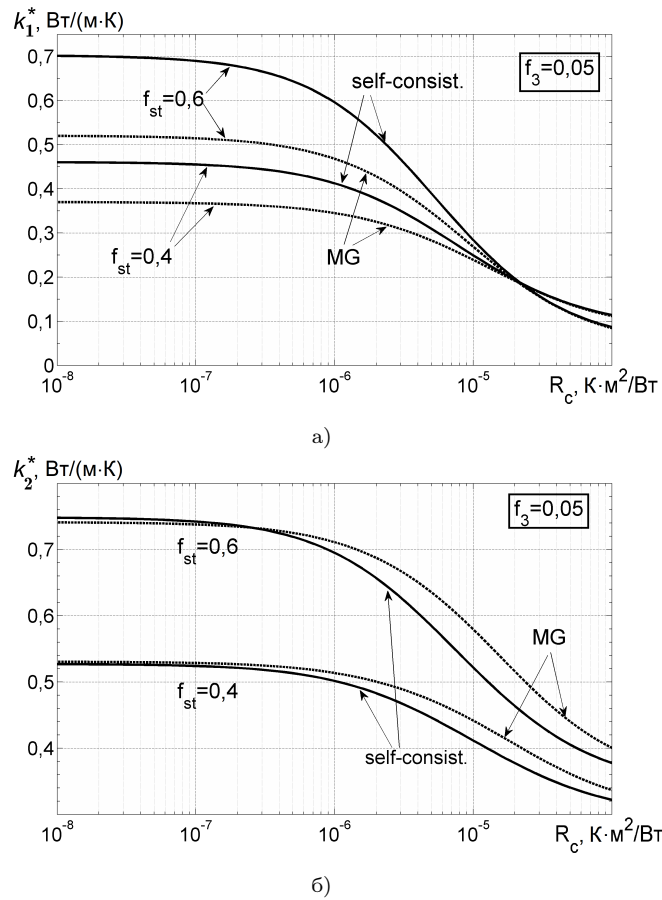


Рис. 2. Зависимости главных компонент k_1^* (а) и k_2^* (б) тензора эффективной теплопроводности композита от величины контактного сопротивления R_c , полученные с помощью двух вариантов ОПЭП при различных суммарных объемах f_{st} стеклянных волокон; объемная доля ПТФЭ равна 0,05

Fig. 2. Dependence of the principal components k_1^* (a) and k_2^* (б) of the composite's effective thermal conductivity tensor on the contact resistance R_c , obtained using two variants of the OPEP method at various total volume fractions f_{st} of glass fibers; the PTFE volume fraction is 0.05

препятствует прохождению теплового потока через включения, что приводит к уменьшению эффективной теплопроводности материала в целом.

На рис. 2 приведены аналогичные зависимости k_1^* и k_2^* при различных суммарных объемных долях стеклянных волокон. Все имеющиеся зависимости на рис. 2а пересекаются при $R_c \approx 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ К} \cdot \text{м}^2/\text{Вт}$, т. е. при данном значении R_c компонента k_1^* не зависит от объемной доли стеклянных волокон. Для зависимостей k_2^* такой особенности в промежутке $10^{-8} \leq R_c \leq 10^{-4}$ не наблюдается, увеличение объемной доли стеклянных волокон стабильно приводит к увеличению эффективной теплопроводности композита. Такие особенности значений величин k_1^* и k_2^* в зависимости от контактного сопротивления и объемной доли стеклянных волокон подтверждаются графиками, приведенными на рис. 3. В частности, величина компоненты k_1^* при $R_c \approx 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ К} \cdot \text{м}^2/\text{Вт}$ остается постоянной при различных значениях полной объемной доли стеклянных волокон (рис. 3а).

Заключение

В работе развивается метод прогнозирования эффективной теплопроводности неоднородных материалов с учетом контактного термосопротивления на границе между включениями и мат-

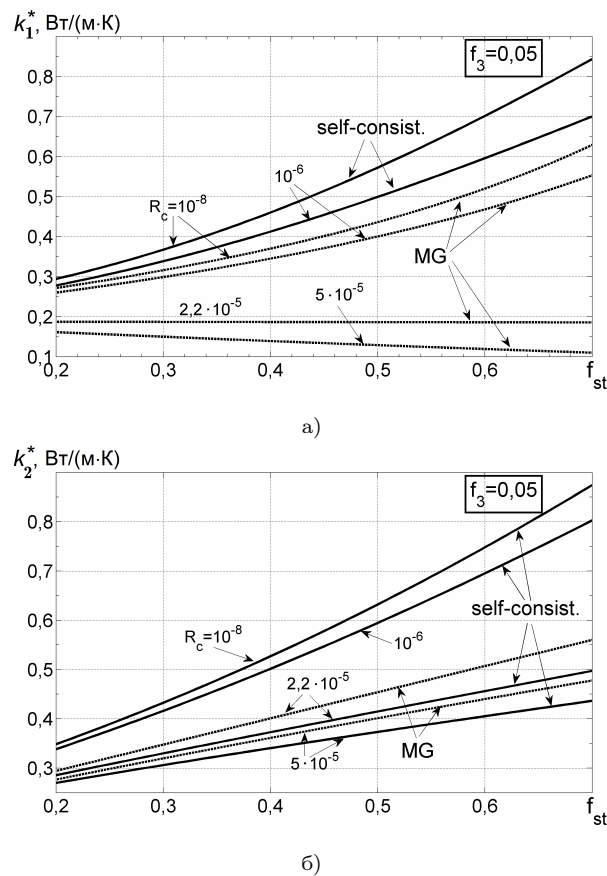


Рис. 3. Зависимости главных компонент k_1^* (а) и k_2^* (б) тензора эффективной теплопроводности композита от суммарной объемной доли f_{st} стеклянных волокон, полученные с помощью двух вариантов ОПЭП при различных значениях контактного сопротивления R_c ; объемная доля ПТФЭ равна 0,05

Fig. 3. Dependence of the principal components k_1^* (a) and k_2^* (б) of the composite's effective thermal conductivity tensor on the total volume fraction f_{st} of glass fibers, obtained using two variants of the OPEP method at various values of contact resistance R_c ; the volume fraction of PTFE is 0.05

рицей, основанный на модели композита с включениями с оболочкой и ОПЭП. Данный метод применен для матричного композита с матрицей ЭД-20 и тремя видами включений: первые два вида включений — параллельные фиксированной плоскости и взаимно перпендикулярные армирующие волокна Е-стекла, третий вид — антифрикционные сферические включения ПТФЭ. На основе данного метода получены расчетные формулы (1.2)–(1.4), (1.8)–(1.14) для вычисления тензора эффективной теплопроводности данного композита. Моделирование по полученным формулам показало следующее.

1. Увеличение контактного термосопротивления приводит к уменьшению всех главных компонент тензора эффективной теплопроводности композита.

2. При величине контактного термосопротивления $R_c < 5 \cdot 10^{-7} \text{ К}\cdot\text{м}^2/\text{Вт}$ увеличение объемной доли ПТФЭ приводит к увеличению всех главных компонент эффективной теплопроводности композита, а при $R_c > 5 \cdot 10^{-7} \text{ К}\cdot\text{м}^2/\text{Вт}$ — к их уменьшению.

3. При величине $R_c < 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ К}\cdot\text{м}^2/\text{Вт}$ увеличение объемной доли стеклянных волокон приводит к увеличению обеих главных компонент k_1^* и k_2^* тензора эффективной теплопроводности композита, а при $R_c > 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ К}\cdot\text{м}^2/\text{Вт}$ — к увеличению k_2^* и уменьшению k_1^* .

Предложенный подход может быть обобщен и для композитов с более сложной структурой, например, с вероятностным распределением ориентаций включений.

Литература [References]

1. Every, A.G., Tzou, Y., Hasselman, D.P.H., Raj, R., The effect of particle size on the thermal conductivity of ZnS/diamond composites. *Acta Metall. Mater.*, 1992, vol. 40, no. 1, pp. 123–129. DOI: [10.1016/0956-7151\(92\)90205-S](https://doi.org/10.1016/0956-7151(92)90205-S)
2. Devpura, A., Phelan, P.E., Prasher, R.S., Size effects on the thermal conductivity of polymers laden with highly conductive filler particles. *Microscale Thermophysical Engineering*, 2001, vol. 5, iss. 3, pp. 177–189. DOI: [10.1080/108939501753222869](https://doi.org/10.1080/108939501753222869)
3. Kidalov, S.V., Shakhov, F.M., Thermal conductivity of diamond composites. *Materials*, 2009, vol. 2, pp. 2467–2495. DOI: [10.3390/ma2042467](https://doi.org/10.3390/ma2042467)
4. Pietrak, K., Wiśniewski, T.S., Methods for experimental determination of solid-solid interfacial thermal resistance with application to composite materials. *J. of Power Technologies*, 2014, vol. 94, no. 4, pp. 270–285.
5. Pietrak, K., Kubiś, M., Langowski, M., Kropielnicki, M., Wultański, P., Effect of particle shape and imperfect filler-matrix interface on effective thermal conductivity of epoxy-aluminum composite. *Composites Theory and Practice*, 2017, no. 4, pp. 183–188. DOI: [10.5281/zenodo.1188082](https://doi.org/10.5281/zenodo.1188082)
6. Капица, П.Л., Исследование механизма теплопередачи в гелии-II. *ЖЭТФ*, 1941, т. 11, с. 1. [Kapitza, P.L., The study of heat transfer in Helium-II. *J. Phys. USSR*, 1941, vol. 4, p. 181. (in Russian)]
7. Колесников, В.И., *Теплофизические процессы в металлополимерных трибосистемах*. Наука, Москва, 2003. [Kolesnikov, V.I., *Teplofizicheskiye protsessy v metallopolimernykh tribosistemakh* = *Thermophysical Processes in Metal-Polymer Tribosystems*. Nauka, Moscow, 2003. (in Russian)]
8. Wait, J.R., *Geo-Electromagnetism*. Academic Press, New-York, London, 1982.
9. Hasselman, D.P.H., Johnson, L.F., Effective thermal conductivity of composites with interfacial thermal barrier resistance. *J. Compos. Mater.*, 1987, vol. 21, iss. 6, pp. 508–515. DOI: [10.1177/002199838702100602](https://doi.org/10.1177/002199838702100602)
10. Benveniste, Y., Miloh, T., The effective conductivity of composites with imperfect thermal contact at constituent interfaces. *Int. J. Eng. Sci.*, 1986, vol. 24, no. 9, pp. 1537–1552. DOI: [10.1016/0020-7225\(86\)90162-X](https://doi.org/10.1016/0020-7225(86)90162-X)
11. Benveniste, Y., Effective thermal conductivity of composites with a thermal contact resistance between the constituents: nondilute case. *J. Appl. Phys.*, 1987, vol. 61, no. 8, pp. 2840–2843.
12. Maxwell Garnett, J.C., Colours in metal glasses and in metallic films. *Phil. Trans. R. Soc.*, 1904, vol. 203, pp. 385–420.
13. Колесников, В.И., Бардушкин, В.В., Лавров, И.В., Сычев, А.П., Яковлев, В.Б., Обобщенное приближение эффективного поля для неоднородной среды с включениями в оболочке. *Доклады Академии наук*, 2017, т. 476, № 3, с. 280–284. [Kolesnikov, V.I., Bardushkin, V.V., Lavrov, I.V., Sychev, A.P., Yakovlev, V.B., A generalized effective-field approximation for an inhomogeneous medium with coated inclusions. *Doklady Physics*, 2017, vol. 62, no. 9, pp. 415–419. DOI: [10.1134/S1028335817090087](https://doi.org/10.1134/S1028335817090087)] EDN: [10.7868/S0869565217270081](https://www.edn.ru/10.7868/S0869565217270081)
14. Лавров, И.В., Кочетыгов, А.А., Бардушкин, В.В., Сычев, А.П., Яковлев, В.Б., Прогнозирование эффективной теплопроводности многокомпонентных трибокомпозигов с учетом контактного термосопротивления между включениями и матрицей. *Вестник машиностроения*, 2020, № 5, с. 36–40. [Lavrov, I.V., Kochetygov, A.A., Bardushkin, V.V., Sychev, A.P., Yakovlev, V.B., Effective thermal conductivity of composites with contact thermal resistance between the inclusions and the matrix. *Russian Engineering Research*, 2020, vol. 40, no. 8, pp. 622–627. DOI: [10.3103/S1068798X20080134](https://doi.org/10.3103/S1068798X20080134)] EDN: [10.36652/0042-4633-2020-5-36-40](https://www.edn.ru/10.36652/0042-4633-2020-5-36-40)
15. Лавров, И.В., Кочетыгов, А.А., Бардушкин, В.В., Яковлев, В.Б., Моделирование эффективной теплопроводности волокнистых композитов с учетом контактного термосопротивления между включениями и матрицей. *Тепловые процессы в технике*, 2021, т. 13, № 3, с. 135–144. [Lavrov, I.V., Kochetygov, A.A., Bardushkin, V.V., Yakovlev, V.B., Simulation of the effective thermal conductivity of fibrous composites taking into account contact thermal resistance between inclusions and matrix. *Teplovyye protsessy v tekhnike* = *Thermal Processes in Engineering*, 2021, vol. 13, no. 3, pp. 135–144. (in Russian)] EDN: [10.34759/tpt-2021-13-3-135-144](https://www.edn.ru/10.34759/tpt-2021-13-3-135-144)
16. Карташов, Э.М., Кудинов, В.А., *Аналитические методы теории теплопроводности и ее приложений*. ЛЕНАНД, Москва, 2018. [Kartashov, E.M., Kudinov, V.A., *Analiticheskiye metody teorii teploprovodnosti i yeye prilozheniy* = *Analytical Methods of the Theory of Heat Conduction and its Applications*. LENAND, Moscow, 2018. (in Russian)]

17. Григорьева, И.С., Мейлихова, Е.З. (под ред.), *Физические величины: Справочник*. Энергоатомиздат, Москва, 1991. [Grigor'ev, I.S., Meilikhov, E.Z. (eds.), *Fizicheskie velichiny = Physical Quantities*. Energoatomizdat, Moscow, 1991. (in Russian)]
18. Сычев, А.П., Лавров, И.В., Бардушкин, В.В., *Физические и механические свойства неоднородных сред с вложенной микроструктурой (теория и моделирование)*. ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, 2022. [Sychev, A.P., Lavrov, I.V., Bardushkin, V.V., *Fizicheskiye i mekhanicheskiye svoystva neodnorodnykh sred s vlozhennoy mikrostrukturoy (teoriya i modelirovaniye) = Physical and Mechanical Properties of Inhomogeneous Media with Embedded Microstructure (Theory and Modeling)*. SSC RAS, Rostov-on-Don, 2022. (in Russian)] EDN: [UEVQJA](#)
19. Ли, Г., Невилл, К., *Справочное руководство по эпоксидным смолам*. Энергия, Москва, 1973. [Lee, H., Neville, K., *Handbook of Epoxy Resins*. McGraw-Hill, New-York, 1967, XXXVIII.]