УДК 539.3 EDN: IEYEBS DOI: 10.31429/vestnik-23-3-27-34

Исследование гармонических воздействий на резервуар с жидкостью на деформируемом слое

А. В. Павлова [1]✉, **И. С. Телятников** [1,2]

[1] Кубанский государственный университет, ул. Ставропольская, 149, Краснодар, 350040, Россия
[2] Федеральный исследовательский центр Южный научный центр РАН, пр-кт Чехова, 41, Ростов-на-Дону, 344006, Россия

✉ Павлова Алла Владимировна; ORCID 0000-0002-7729-2860; SPIN 3700-3682; e-mail: pavlova@math.kubsu.ru

Аннотация. В работе представлены результаты применения полуаналитического метода решения контактной задачи, описывающей совместные колебания упругой среды и ограниченного в двух измерениях объема жидкости под действием протяженного вдоль одной из осей поверхностного генератора возмущений. Рассмотрена двумерная постановка задачи. Для решения интегрального уравнения применен интегральный метод факторизации, получено аналитическое представление его решения. Рассчитаны распределения амплитуд контактных напряжений на границе раздела сред при различных частотах. Разработанная методика обеспечивает возможность количественной оценки влияния частотных, физико-механических и геометрических характеристик системы на распределение контактных напряжений, позволяет выявлять критические моды, угрожающие структурной целостности объекта, и определять их частотные диапазоны с учетом ключевых параметров системы.

Ключевые слова: упругий слой, резервуар с жидкостью, вибрационные воздействия, интегральный метод факторизации.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ и КНФ в рамках проекта № 26-21-20032.

Цитирование: Павлова А. В., Телятников И. С. Исследование гармонических воздействий на резервуар с жидкостью на деформируемом слое // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2026. Т. 23, № 3. С. 27–34. EDN: IEYEBS. DOI: 10.31429/vestnik-23-3-27-34

Поступила 9 августа 2026 г. После доработки 10 сентября 2026 г. Принято 14 сентября 2026 г. Публикация 25 сентября 2026 г.

Авторы внесли одинаковый вклад в подготовку рукописи. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Автор(ы), 2026. Статья открытого доступа, распространяется по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY).

Investigation of Harmonic Effects on a Liquid-Filled Reservoir Resting on a Deformable Layer

A. V. Pavlova [1]✉, **I. S. Telyatnikov** [1,2]

[1] Kuban State University, Stavropolskaya str., 149, Krasnodar, 350040, Russia
[2] Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Prospekt Chekhova, 41, Rostov-on-Don, 344006, Russia

✉ Alla V. Pavlova; ORCID 0000-0002-7729-2860; e-mail: pavlova@math.kubsu.ru

Abstract. This paper presents results obtained using a semi-analytical method to solve a contact problem describing the coupled oscillations of an elastic medium and a two-dimensionally bounded fluid volume under the action of a surface disturbance generator extending along one of the axes. We have considered a two-dimensional formulation of the problem. An integral factorization method was employed to solve the integral equation, and an analytical representation of the solution was derived. The amplitude distributions of contact stresses at the medium interface were calculated for various frequencies. Modeling fluid oscillations on an elastic foundation is essential for understanding how prolonged vibrations from transport and industrial activities affect structural stability and induce resonance effects. The developed methodology enables the quantitative assessment of how the system's frequency, physico-mechanical, and geometric characteristics influence contact stress distribution; it also allows for the identification of critical modes that threaten structural integrity and the determination of their frequency ranges based on key system parameters. The practical significance of the findings lies in their applicability to the design of hydraulic structures, the development of vibration isolation methods, and the implementation of seismic exploration technologies in marine and offshore areas.

Keywords: elastic layer, fluid reservoir, vibration effects, integral factorization method.

Funding. The study was supported by the Russian Science Foundation (RSF) and the Krasnoyarsk Regional Science Foundation (KNF) under project No. 26-21-20032.

Cite as: Pavlova, A. V., Telyatnikov, I. S., Investigation of harmonic effects on a liquid-filled reservoir resting on a deformable layer. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2026, vol. 23, no. 3, pp. 27–34. DOI: 10.31429/vestnik-23-3-27-34

Received 9 August 2026. Revised 10 September 2026. Accepted 14 September 2026. Published 25 September 2026.

The authors contributed equally. The authors declare no competing interests.

© The Author(s), 2026. The article is open access, distributed under Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY) license.

Введение

Исследование колебаний жидкости на упругом основании имеет важное прикладное значение, так как позволяет оценить влияние длительных внешних воздействий (вибраций от промышленного оборудования или транспортных потоков), способных провоцировать резонансные явления в подобных системах. Существует обширная литература, посвященная методам моделирования систем «жидкость – упругая среда» и анализу вибрационных процессов в резервуарах [1–5 и др.]. Тем не менее, динамическое взаимодействие конструкций с жидкостью и деформируемым основанием остается недостаточно изученной областью, что обусловлено необходимостью комплексного решения взаимосвязанных задач гидродинамики, гидроупругости и теории упругости.

Моделирование поведения жидкости на упругом основании в последнее время активно используется для разработки систем экранирования внешних воздействий. Традиционные методы сейсмо- и виброзащиты подробно освещены в литературе [1,6–10]. В частности, в работе [10] предложена концепция защиты объектов посредством наземных резервуаров, выступающих в роли барьеров для поверхностных волн. Авторы [10] разработали математическую модель взаимодействия волн с резервуаром на упругом полупространстве, приняв допущения о слабой сжимаемости жидкости, отсутствии вязкости и двумерном характере задачи. Такой подход [10] применим для барьеров, чья протяженность существенно превосходит длину волны Рэлея.

В данной статье представлены результаты применения полуаналитического метода решения контактной задачи, описывающей совместные колебания упругой среды и ограниченного в двух измерениях объема жидкости под действием протяженного вдоль одной из осей поверхностного генератора возмущений. Разработанная методика обеспечивает возможность количественной оценки влияния частотных, физико-механических и геометрических характеристик системы на распределение контактных напряжений. Практическая значимость полученных данных заключается в их применимости при проектировании гидротехнических объектов, разработке методов виброизоляции, а также при реализации технологий сейсморазведки в акваториях и шельфовых зонах.

1. Постановка задачи

Рассматривается двумерная постановка задачи о вибрационном воздействии на упругий слой с резервуаром, заполненным идеальной жидкостью, на поверхности. В декартовой системе координат с осью Ox в плоскости контакта резервуара с основанием $\{-\infty < x < \infty;\ z < 0\}$ и осью Oz, направленной вертикально вверх, резервуар занимает область $\{0 \leqslant x \leqslant a;\ 0 < z < h\}$. На поверхности упругого основания в области Ω_0: $x \in [-d-l,\ -d]$ присутствует генератор возмущений. Авторами [10] поверхностные волны рассматриваются как совокупность гармонических воздействий. В представляемой работе полагается, что внешнее возмущение может быть описано гармоническим рядом Фурье, поэтому в Ω_0 вводится гармоническая вертикальная нагрузка $\mathbf{F} = \{0,\ q_0(x)\exp(-\mathrm{i}\omega t)\}$ с заданной частотой ω. Тогда для описанной системы можно сформулировать следующую гармоническую задачу в комплексных амплитудах.

Для жидкости в резервуаре с плотностью ρ_0 амплитудные значения потенциала скоростей $\varphi(x,z)$ описываются уравнением

$$\Delta\varphi + \gamma_0^2\varphi = 0, \tag{1.1}$$

$\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа, $\gamma_0 = \omega / c_0$, c_0 — скорость звука в жидкости.

Гидродинамическое давление на поверхности жидкости равно нулю, дно резервуара взаимодействует с упругим основанием, а его вертикальные стенки непроницаемы:

$$\varphi(x,h) = 0, \quad -\mathrm{i}\omega\rho_0\varphi(x,0) = q(x) \quad (0 \leqslant x \leqslant a), \tag{1.2}$$

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{x=a} = 0, \quad 0 \leqslant z \leqslant h. \tag{1.3}$$

Для деформируемого слоя с упругими модулями λ, μ и плотностью ρ вектор амплитуд перемещений $\mathbf{u}(x,z) = \{u_1, u_3\}$ удовлетворяет уравнениям Ляме:

$$(\lambda+\mu)\operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{u}) + \Delta\mathbf{u} = -\rho\omega^2\mathbf{u}. \tag{1.4}$$

На верхней грани упругого слоя заданы следующие граничные условия:

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial u_3}{\partial x}\right)\Big|_{z=0} = 0, \quad -\infty < x < +\infty, \quad \left(\lambda\frac{\partial u_1}{\partial x} + 2\mu\frac{\partial u_3}{\partial z}\right)\Big|_{z=0} = f(x), \tag{1.5}$$

$$f(x) = \begin{cases} q(x), & x \in [0,a]; \\ q_0(x), & x \in [-d-l,-d]; \\ 0, & x \notin [0,a] \cup [-d-l,-d]. \end{cases} \tag{1.6}$$

Нижняя граница деформируемого слоя жестко соединена с недеформируемым основанием, т.е.

$$u_1(x,-H) = u_3(x,-H) = 0, \quad -\infty < x < +\infty. \tag{1.7}$$

В области контакта упругого основания и жидкости ($x \in [0,a]$, $z = 0$) вертикальная составляющая скорости сохраняет непрерывность

$$\left(\mathrm{i}\omega u_3 - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)\Bigg|_{\substack{z=0 \\ x\in[0,a]}} = 0. \tag{1.8}$$

Для обеспечения единственности решения в качестве дополнительного условия, сужающего класс допустимых решений, использован принцип предельного поглощения [11, 12].

2. Интегральное уравнение контактной задачи

Решение задачи (1.1)–(1.3) легко строится применением метода Фурье разделения переменных

$$\varphi(x,z) = \frac{1}{a}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Phi_n(z)\exp\left(-\frac{\mathrm{i}\pi n x}{a}\right), \quad \Phi_n(z) = -\frac{\mathrm{i}Q_n K_1(n,z)}{\rho_0\omega},$$

$$K_1(n,z) = \frac{\operatorname{sh}(\sigma_{0n}(h-z))}{\operatorname{sh}(\sigma_{0n}h)},$$

$$Q_n = \int_0^a q(x)\cos\frac{\pi n x}{a}\,\mathrm{d}x, \quad \sigma_{0n} = \sqrt{\left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 - \gamma_0^2}.$$

Использование интегрального подхода [11] позволяет получить аналитические выражения для трансформант Фурье компонент вектора $\mathbf{u}(x,z)$ — решения задачи (1.4)–(1.7)

$$U_k(\alpha,z) = R_k(\alpha,z)\left(Q(\alpha) + Q_0(\alpha)\right),$$

$$R_k = 2H_k(\alpha,z)\,\Delta^{-1}(\alpha), \quad k = 1,3.$$

Здесь введены обозначения:

$$U_k(\alpha,z)=\mathrm{V}u_k(x,z)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}u_k(x,z)\exp(\mathrm{i}\alpha x)\,\mathrm{d}x,\quad k=1{,}3,$$

$$Q(\alpha)=\int\limits_0^a q(x)\exp(\mathrm{i}\alpha x)\,\mathrm{d}x,\quad Q_0(\alpha)=\int\limits_{-d-l}^{-d}q_0(x)\exp(\mathrm{i}\alpha x)\,\mathrm{d}x,$$

$$H_1(\alpha,z)=-\mathrm{i}\alpha\big(\alpha^2\operatorname{ch}(\sigma_1H)-\eta\operatorname{ch}(\sigma_2H)\operatorname{ch}(\sigma_1H)+\frac{\eta\alpha^2}{\sigma_1\sigma_2}\operatorname{sh}(\sigma_2H)\operatorname{sh}\gamma_1+\eta\operatorname{ch}(\sigma_2z)+$$
$$+\sigma_1\sigma_2\operatorname{sh}(\sigma_1H)\operatorname{sh}\gamma_2+\alpha^2\operatorname{ch}(\sigma_1H)\operatorname{ch}\gamma_2\big),$$

$$H_3(\alpha,z)=\alpha^2\sigma_1\operatorname{sh}(\sigma_1H)-\sigma_2\eta\operatorname{ch}(\sigma_2H)\operatorname{sh}\gamma_1+\eta\sigma_2^{-1}\left(\alpha^2\operatorname{sh}(\sigma_2H)\operatorname{ch}\gamma_1+\alpha^2\operatorname{sh}(\sigma_2z)\right)-$$
$$-\alpha^4\sigma_2^{-1}\operatorname{ch}(\sigma_1H)\operatorname{sh}\gamma_2+\alpha^2\sigma_1\operatorname{sh}(\sigma_1H)\operatorname{ch}\gamma_2,$$

$$\Delta(\alpha)=4\mu\big(2\alpha^2-\eta+\alpha^2\sigma_1^{-1}\sigma_2^{-1}\left(\sigma_1^2\sigma_2^2+\eta^2\right)\operatorname{sh}(\sigma_1H)\operatorname{sh}(\sigma_2H)-\left(\alpha^2+\eta^2\right)\operatorname{ch}(\sigma_1H)\operatorname{ch}(\sigma_2H)\big),$$

$$\gamma_j=\sigma_j(H+z),\quad \eta=\alpha^2-0{,}5\kappa_2^2,\quad \sigma_j=\sqrt{\alpha^2-\kappa_j^2},\quad j=1,2,\quad \kappa_1^2=\frac{\rho\omega^2}{\lambda+2\mu},\quad \kappa_2^2=\frac{\rho\omega^2}{\mu}.$$

В выражения для $u_k(x,z)$, $k=1,3$, и $\varphi(x,z)$ входит неизвестное гидродинамическое давление $q(x)$, $x\in[0,a]$. Условие (1.8) дает возможность построить интегральное уравнение (ИУ) следующего вида:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int\limits_0^a k_2(x-2na,\zeta)\,q(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta-\rho\omega^2\int\limits_0^a r(x-\zeta)\,q(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta=g(x),\quad x\in[0,a],\tag{2.1}$$

$$k_2(x,\zeta)=k(x-\zeta)+k(x+\zeta),$$

$$k(x)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_\Gamma K(\alpha)\exp(-\mathrm{i}\alpha x)\,\mathrm{d}\alpha,\quad K(\alpha)=\sigma_3\operatorname{cth}(h\sigma_3),\tag{2.2}$$

$$r(x)=V^{-1}R(\alpha),\quad R(\alpha)=R_3(\alpha,0),\tag{2.3}$$

$$g(x)=\rho\omega^2u_{03}(x,0),\quad \sigma_3=\sqrt{\alpha^2-\kappa_3^2},\quad \kappa_3=\omega/c_0.$$

Выбор контура интегрирования на комплексной плоскости обоснован принципом предельного поглощения [11, 12]. Единственность решения полученного интегрального уравнения контактной задачи (2.1) для $q(x)\in L_s(0,a)$, $s>1$, обеспечивается аналитическими свойствами функций, формирующих ядра операторов [11, 12].

Данное исследование является продолжением работы [13]. Для решения ИУ (2.1) применен интегральный метод факторизации, получено аналитическое представление его решения

$$q(x)=\frac{\mathrm{i}}{2}\sum_n\operatorname*{Res}_{\alpha=z_n}\Psi_1(\alpha)\left(\sum_k\operatorname*{Res}_{\alpha=-p_k}G(\alpha)\left(\frac{\Psi_2(-p_k)}{p_k-z_n}-\frac{\Psi_2(p_k)}{p_k+z_n}\right)-G(-z_n)\,\Psi_2(-z_n)+\right.$$
$$\left.+\sum_m G(-\xi_m)\frac{\operatorname*{Res}_{\alpha=-\xi_m}\Psi_2(\alpha)}{\xi_m-z_n}\right)\exp(\mathrm{i}z_nx)-$$
$$-\frac{\mathrm{i}}{2}\sum_m\operatorname*{Res}_{\alpha=\xi_m}\Psi_2(\alpha)\left(\sum_k\operatorname*{Res}_{\alpha=-p_k}G(\alpha)\left(\frac{\Psi_1(-p_k)}{p_k-\xi_m}-\frac{\Psi_1(p_k)}{p_k+\xi_m}\right)-G(-\xi_m)\,\Psi_1(\xi_m)+\right.$$
$$\left.+\sum_n G(-z_n)\,\frac{\operatorname*{Res}_{\alpha=-z_n}\Psi_1(\alpha)}{z_n-\xi_m}\right)\exp(\mathrm{i}\xi_mx).$$

Здесь

$$\Phi(\alpha,\beta)=\frac{\Psi_2(\alpha)\Psi_1(\beta)-\Psi_2(\beta)\Psi_1(\alpha)}{\alpha-\beta}+\frac{\Psi_2(\alpha)\Psi_1(-\beta)-\Psi_2(-\beta)\Psi_1(\alpha)}{\alpha+\beta},$$

$$\Psi_1(\alpha)=\left(P^+(\alpha)\right)^{-1},\quad \Psi_2(\alpha)=\frac{1}{\sqrt{2}}l^+(\alpha)P^+(\alpha)\exp(-\mathrm{i}\alpha a),$$

$$P^{\pm}(\alpha)=\frac{C_2(\alpha\pm\mathrm{i}b)^{N_\xi-N_z}\prod\limits_{k}^{N_z}\left(\alpha^2\pm z_k^2\right)\prod\limits_{j}^{N_\xi}\left(\alpha^2\pm\xi_j^2\right)^{-1}}{\sqrt{\alpha\pm\mathrm{i}b}},$$

$$l^+(\alpha)=\frac{\exp(\mathrm{i}\alpha a)}{2\pi(\alpha+\mathrm{i})^{\varepsilon}}\int\limits_{-a}^{a}\int\limits_{\Gamma}\frac{(\beta+\mathrm{i})^{\varepsilon}\exp(\mathrm{i}x(\alpha-\beta))}{P(\beta)}\,\mathrm{d}\beta\,\mathrm{d}x.$$

Здесь ξ_k и z_k — вещественные полюса и нули функции $K(\alpha)$ (2.2), p_k — вещественные полюса функции $R(\alpha)$ (2.3), N_z — количество положительных нулей, а N_ξ — количество положительных полюсов функции

$$P_1(\alpha)=\frac{\rho\omega^2R(\alpha)}{K(\alpha)-\rho\omega^2R(\alpha)},$$

$$C_2^2=\frac{\rho\omega^2\kappa_2^2}{4\mu(\kappa_2^2-\kappa_1^2)},$$

параметр b подлежит настройке в соответствии с заданной погрешностью решения ИУ, что обусловлено зависимостью порядка отбрасываемых слагаемых от величины b [11].

Требуемые для построения приближенных факторизаций функций и обращений трансформант Фурье с помощью теории вычетов [14] вещественные нули и полюсы $K(\alpha)$ и $R(\alpha)$ находятся численно.

3. Численные результаты и их обсуждение

На рис. 1–3 приведены численные результаты для модельных параметров. Все значения (h — высота резервуара, ρ — плотность, v_1, v_2 — скорости P- and S-волн упругого основания соответственно, $v_1=\sqrt{(\lambda+2\mu)\rho^{-1}}$, $v_2=\sqrt{\mu\rho^{-1}}$) безразмерны. При этом выбраны характеристические величины: $\tilde{h}=1000$ м; $\tilde{\rho}=1000$ кг/м^3; $\tilde{V}=1000$ м/с. На рис. 1 представлено распределение амплитуд контактных напряжений на границе раздела сред при различных частотах. На рис. 1 представлено распределение амплитуд контактных напряжений на границе раздела сред при различных частотах (а — $\omega=30$, б — $\omega=80$, в — $\omega=140$, г — $\omega=200$) для среды с характеристиками: $v_1=7{,}7$, $v_2=4{,}63$, $\rho=3{,}31$ при $h=0{,}1$ (ось абсцисс совпадает с направлением Ox). Приведенная частота определяется по формуле $\omega=2\pi\tilde{V}vh^{-1}$, где v — частота в герцах, в качестве моделируемой жидкости принята вода ($c_0=1{,}5$, $\rho_0=1$). Горизонтальный размер резервуара $a=1$.

В высокочастотном диапазоне выявлены значения ω, при которых контактные напряжения на границе раздела сред уменьшаются во всей области контакта (рис. 1г).

Вычислены зависимости амплитуды контактных напряжений на границе резервуара (в точке $x=0$, $z=0$) от частоты колебаний. Величина $q(0{,}0)$ дается в долях $100q_0$. На рис. 2, 3 представлены зависимости модуля контактного напряжения $|q|$ в граничной точке от приведенной частоты для основания с характеристиками: $v_1=10{,}48$, $v_2=5{,}0$, $\rho=4{,}2$. Рис. 2 иллюстрирует характер давления для разных значений толщины деформируемого основания, рис. 3 — для разной высоты слоя жидкости. Вдоль оси абсцисс отложена безразмерная частота.

Результаты расчетов показывают, что рост параметра толщины подстилающего слоя H вызывает низкочастотный сдвиг критического диапазона частот, сопровождающийся его сужением (рис. 2).

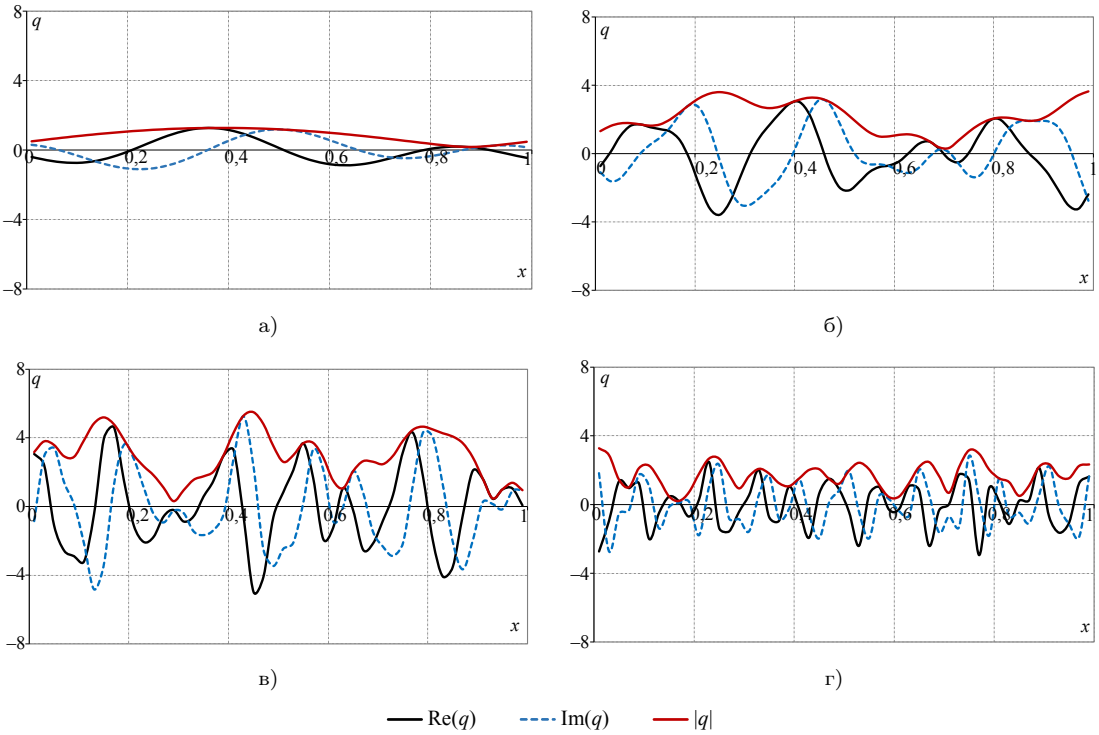


Рис. 1. Распределение амплитуды контактных напряжений по границе раздела сред: а) $\omega = 30$, б) $\omega = 80$, в) $\omega = 140$, г) $\omega = 200$

Fig. 1. Distribution of contact stress amplitude along the interface: а) $\omega = 30$, б) $\omega = 80$, в) $\omega = 140$, г) $\omega = 200$

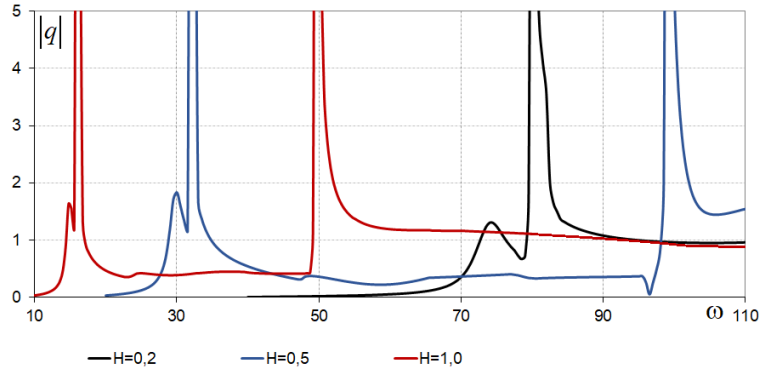


Рис. 2. Модуль контактного напряжения $|q|$ на границе резервуара для разных значений толщины деформируемого основания при высоте жидкостного слоя $h = 0{,}02$, $v_1 = 7{,}7$, $v_2 = 4{,}63$, $\rho = 3{,}31$

Fig. 2. Magnitude of the contact stress $|q|$ at the reservoir boundary for various thicknesses of the deformable base, with a liquid layer height of $h = 0.02$, $v_1 = 7.7$, $v_2 = 4.63$, and $\rho = 3.31$

Пиковые значения амплитуд указывают на формирование дискретных резонансов И.И. Воровича [15], чувствительных к частотным характеристикам при варьировании параметров полосы. Установлено, что колебания уровня жидкости в резервуаре практически не влияют на спектр критических частот. При низкочастотном воздействии контактные напряжения распределяются в зоне сопряжения фаз равномерно, однако с увеличением частоты возбуждения этот характер распределения претерпевает качественные изменения.

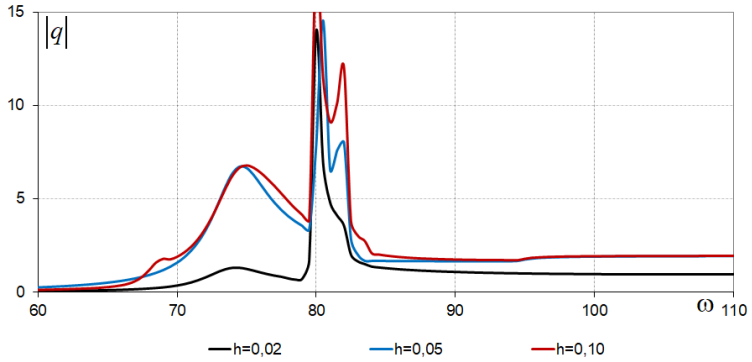


Рис. 3. Модуль контактного напряжения $|q|$ на границе резервуара для разных высот жидкостного слоя при $H = 0{,}2$, $v_1 = 10{,}48$, $v_2 = 5{,}0$, $\rho = 4{,}2$

Fig. 3. Magnitude of the contact stress $|q|$ at the reservoir boundary for various liquid layer heights at $H = 0.2$, $v_1 = 10.48$, $v_2 = 5.0$, $\rho = 4.2$

Заключение

Вопрос взаимодействия инженерных сооружений с жидкой средой и податливым основанием остается недостаточно изученным. Основная трудность заключается в комплексном характере задачи, требующей интеграции методов гидродинамики, гидроупругости и динамической теории упругости. Исследование подобных систем необходимо для прогнозирования последствий длительного вибрационного воздействия, вызванного работой промышленного оборудования или транспортных потоков, так как такие нагрузки способны провоцировать резонансные явления

Разработанная методика дает возможность выявлять критические моды, угрожающие структурной целостности объекта, и определять их частотные диапазоны с учетом ключевых параметров системы. Найденные контактные напряжения позволяют построить выражения для вектора перемещений упругого полупространства и потенциала скоростей жидкости. Предложенная методика открывает перспективы для проектирования наземных жидкостных резервуаров в качестве сейсмических барьеров. Использование данного подхода позволяет повысить точность моделирования волновых процессов и обеспечить большую достоверность инженерных расчетов при защите гидросооружений от поверхностных сейсмических воздействий.

Литература [References]

1. Сеймов, В.М., Островерх, Б.Н., Ермоленко, А.И., *Динамика и сейсмостойкость гидротехнических сооружений*. Киев, Наукова думка, 1983. [Seimov, V.M., Ostroverkh, B.N., Ermolenko, A.I., *Dinamika i seysmostoykost' gidrotekhnicheskikh sooruzheniy = Dynamics and Seismic Stability of Hydraulic Structures*. Kyiv, Naukova Dumka, 1983. (in Russian)]
2. Белостоцкий, А.М., Акимов, П.А., Кайтуков, Т.Б., Афанасьева, И.Н., Вершинин, В.В., Дмитриев, Д.С., Усманов, А.Р., Чужинов, А.С., Щербина, С.В., Постановка, конечноэлементная аппроксимация и алгоритмы решения задач расчетного обоснования связанных систем «сооружение–жидкость». *Строительная механика и расчет сооружений*, 2014, № 5, с. 21–27. [Belostotsky, A.M., Akimov, P.A., Kaitukov, T.B., Afanasyeva, I.N., Vershinin, V.V., Dmitriev, D.S., Usmanov, A.R., Chuzhinov, A.S., Shcherbina, S.V., Problem formulation, finite element approximation, and solution algorithms for the computational analysis of coupled structure-fluid systems. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy = Structural Mechanics and Analysis of Structures*, 2014, no. 5, pp. 21–27. (in Russian)]
3. Housner, G., Dynamics pressures on accelerated fluid containers. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1957, vol. 47, iss. 1, pp. 15–35. DOI: 10.1785/BSSA0470010015
4. Idelsohn, S.R., Marti, J., Limache, A., Onate, E., Unified Lagrangian formulation for elastic solids and incompressible fluids: Application to fluid – structure interaction problems via the

PFEM. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2008, vol. 197, pp. 1762–1776. DOI: 10.1016/j.cma.2007.06.004

5. Pradhan, N., Samal, S.K., Surface waves propagation in a homogeneous liquid layer overlying a monoclinic half-space. *Applied Mathematics and Computation*, 2022, vol. 414, art. 126655. DOI: 10.1016/j.amc.2021.126655
6. Карнаухова, М.Ю., Кашеварова, В.А., Кузнецова, Ю.А., Лезина, К.С., Маковецкий, О.А., Хусаинов, И.И., Оценка сейсмического воздействия и конструктивные методы защиты зданий. *Транспорт. Транспортные сооружения. Экология*, 2018, № 2, с. 27–37. [Karnaukhova, M.Yu., Kashevarova, V.A., Kuznetsova, Yu.A., Lezina, K.S., Makovetsky, O.A., Khusainov, I.I., Assessment of seismic impact and structural methods for building protection. *Transport. Transportnye sooruzheniya. Ekologiya = Transport. Transport Structures. Ecology*, 2018, no. 2, pp. 27–37. (in Russian)] DOI: 10.15593/24111678/2018.02.03
7. Митрошин, В.А., Сейсмическая защита зданий и сооружений с применением метаматериалов: текущее состояние и перспективы развития. *Архитектура, строительство, транспорт*, 2024, № 2, с. 67–83. [Mitroshin, V.A., Seismic protection of buildings and structures using metamaterials: current state and development prospects. *Arkhitektura, stroitel'stvo, transport = Architecture, Construction, Transport*, 2024, no. 2, pp. 67–83. (in Russian)] DOI: 10.31660/2782-232X-2024-2-67-83
8. Телятников, И.С., Капустин, М.С., Павлова, А.В., Рубцов, С.Е., К исследованию напряженно-деформируемого состояния упругого основания при наличии в нем вертикальных и горизонтальных инъекторов. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2024, т. 21, № 2, с. 70–79. [Telyatnikov, I.S., Kapustin, M.S., Pavlova, A.V., Rubtsov, S.E., On the study of the stress-strain state of an elastic foundation containing vertical and horizontal injectors. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva = Environmental Bulletin of the Scientific Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2024, vol. 21, no. 2, pp. 70–79. (in Russian)] DOI: 10.31429/vestnik-21-2-70-79 EDN: SCIMZG
9. Jauhari, N., Hegde, A., Chakrabortty, P., Full scale field studies for assessing the vibration isolation performance of single and dual trenches. *Transportation Geotechnics*, 2023, vol. 39, art. 100932. DOI: 10.1016/j.trgeo.2023.100932
10. Саиян, С.Г., Васильев, А.В., Территориальная защита зданий и сооружений от поверхностных волн на основе сейсмического барьера в виде наземного жидкостного резервуара. *Теория инженерных сооружений. Строительные конструкции*, 2026, № 1(123), с. 33–50. [Saiyan, S.G., Vasiliev, A.V., Territorial protection of buildings and structures against surface waves using a seismic barrier in the form of an above-ground liquid storage tank. *Theory of Engineering Structures. Building Structures*, 2026, no. 1(123), pp. 33–50. (in Russian)]
11. Ворович, И.И., Бабешко, В.А., *Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей*. Москва, Наука, 1979. [Vorovich, I.I., Babeshko, V.A., *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey = Dynamic Mixed Problems of Elasticity Theory for Non-Classical Domains*. Moscow, Nauka, 1979. (in Russian)]
12. Бабешко, В.А., *Обобщенный метод факторизации в пространственных динамических смешанных задачах*. Москва, Наука, 1984. [Babeshko, V.A., *Obobshchennyy metod faktorizatsii v prostranstvennykh dinamicheskikh smeshannykh zadachakh = Generalized Factorization Method in Spatial Dynamic Mixed Problems*. Moscow, Nauka, 1984. (in Russian)]
13. Pavlova, A.V., Rubtsov, S.E., Telyatnikov, I.S., The study of the dynamic problem of vibrations of a reservoir with liquid on an elastic foundation. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2020, vol. 918, art. 012126. DOI: 10.1088/1757-899X/918/1/012126
14. Лаврентьев, М.А., Шабат, Б.В., *Методы теории функций комплексного переменного*. 1973. Москва, Наука. [Lavrentyev, M.A., Shabat, B.V., *Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo = Methods of the Theory of Functions of a Complex Variable*. 1973. Moscow, Nauka. (in Russian)]
15. Ворович, И.И., Резонансные свойства упругой неоднородной полосы. *Доклады АН СССР*, 1979, т. 245, № 5, с. 1076–1079. [Vorovich, I.I., Resonance properties of an elastic inhomogeneous strip. *Doklady Akademii nauk SSSR = Reports of the USSR Academy of Sciences*, 1979, vol. 245, no. 5, pp. 1076–1079. (in Russian)]