УДК 550.834

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В НЕУПРУГИХ ТОНКОСЛОИСТЫХ СРЕДАХ

***Гуленко В. И.*[1], *Гришко О. А.*[2]**

PROPAGATION OF SEISMIC WAVES IN INELASTIC THIN-LAYER MEDIA

Gulenko V. I., Grishko O. A.

We obtained complex interference characteristics of reflection and refraction through the pack of absorbing layers of elastic P- and S-waves as functions of incident angle and frequency. The algorithm proposed is realized in the program of modeling allowing both to estimate frequency and phase characteristics of reflection and propagation of P- and S-waves for the given number of absorbing layers in the pack and to construct corresponding synthetic seismograms. The example of applying the program developed for the quantitative estimation of possible AVO-effect in the productive interval of the section of Varavenskaya area is given.

Изучение динамики отраженных и преломленных продольных и поперечных упругих волн в неидеально упругих тонкослоистых средах — одна из наиболее важных задач многоволновой сейсморазведки. Разработка алгоритмов и программных средств, позволяющих получать корректные количественные оценки динамических характеристик отраженных и преломленных упругих волн, в том числе и связанные с ними AVO-эффекты, является актуальной задачей [1–7].

1. Отражение и прохождение сейсмических волн через тонкий поглощающий слой

Сейсмическое волновое поле, формируемое при отражении или прохождении упругой волны через тонкий слой, является по своей природе интерференционным и представляет собой бесконечную последовательность волн, образующихся на границах слоя при распространении внутри него многократной волны [1, 4].

Рассмотрим эту задачу в следующей постановке. Пусть из верхнего полупространства на тонкий слой мощностью h падает плоская волна $f(t)$ под углом α_1 к границе слоя. Поле отраженной волны может быть представлено следующим интерференционным рядом (рис. 1):

$$F_1(t) = k_{12} f(t) + \\ + d_{12} d_{21} \sum_{l=0}^{\infty} (k_{21})^l (k_{23})^{l+1} f[t - (l+1)\tau_1],$$

где $\tau_1 = \frac{2h}{V_2 \cos\alpha_2}$, α_2 и V_2 — угол преломления и скорость распространения волны в слое соответственно, k_{ij} — коэффициент отражения на границе сред i и j $(i = 1, 2, j = 1, 2, 3)$, d_{ij} — коэффициент прохождения через границу сред i и j $(i, j = 1, 2)$, t — время.

Соответственно, интерференционное поле волны, прошедшей через слой, может быть представлено в виде

$$F_2(t) = d_{12} d_{23} \sum_{l=0}^{\infty} (k_{21})^l (k_{23})^l f(t - l\tau_1),$$

где d_{23} – коэффициент прохождения через границу сред 2 и 3.

Пусть сигнал $f(t)$ имеет комплексный частотный спектр $S_0(i\omega)$, тогда спектр сигнала $F_1(t)$, соответствующего отраженной интерференционной волне, может быть описан выражением [8]

$$S_{F1}(i\omega) = k_{12} S_0(i\omega) + \\ + d_{12} d_{21} \sum_{l=0}^{\infty} (k_{21})^l (k_{23})^{l+1} S_0(i\omega) e^{-i\omega(l+1)\tau_1}.$$

[1]Гуленко Владимир Иванович, д-р техн. наук, профессор кафедры геофизики Кубанского государственного университета.

[2]Гришко Ольга Альбертовна, аспирант кафедры геофизики Кубанского государственного университета.

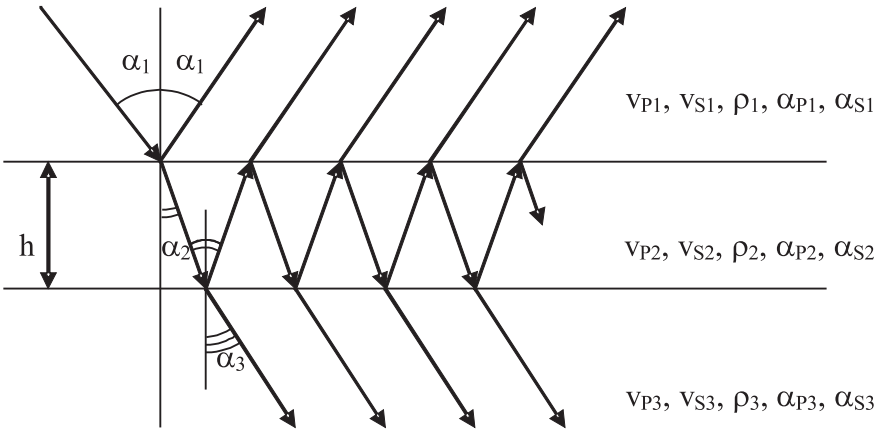


Рис. 1. Тонкий слой. Лучевая схема отражения и прохождения волн

С учетом поглощения волны, многократно отраженной в слое 2, получим

$$S_{F1}(i\omega) = k_{12}S_0(i\omega) + \\ + d_{12}d_{21}\sum_{l=0}^{\infty}(k_{21})^l(k_{23})^{l+1}\times \\ \times S_0(i\omega)e^{-i\omega(l+1)\tau_1}e^{-\alpha(\omega)(l+1)r_1}, \quad (1.1)$$

где $r_1 = 2h/\cos\alpha_2$, $\alpha(\omega)$ — коэффициент поглощения для линейно-неупругой среды $\alpha(\omega) = \alpha(\omega_0)\omega/\omega_0$, $\alpha(\omega_0)$ — табличное значение коэффициента поглощения на опорной частоте (обычно 50 Гц), ω — круговая частота.

Аналогично, спектр сигнала $F_2(t)$, соответствующего интерференционной проходящей волне, имеет вид

$$S_{F2}(i\omega) = d_{12}d_{23}\sum_{l=0}^{\infty}(k_{21})^l(k_{23})^l S_0(i\omega)e^{-i\omega l\tau_1}.$$

А с учетом поглощения волны, многократно отраженной в слое 2,

$$S_{F2}(i\omega) = d_{12}d_{23}e^{-\alpha(\omega)r_1/2}\times \\ \times\sum_{l=0}^{\infty}(k_{21})^l(k_{23})^l S_0(i\omega)e^{-i\omega l\tau_1}e^{-\alpha(\omega)lr_1}. \quad (1.2)$$

Разделив обе части выражений (1.1), (1.2) на $S_0(i\omega)$, получим интерференционную частотную характеристику отражения от тонкого поглощающего слоя

$$K_{\text{отр}}(i\omega) = k_{12} + d_{12}d_{21}\sum_{l=0}^{\infty}(k_{21})^l(k_{23})^{l+1}\times \\ \times e^{-i\omega(l+1)\tau_1}e^{-\alpha(\omega)(l+1)r_1} = \\ = k_{12} + d_{12}d_{21}k_{23}e^{-i\omega\tau_1}e^{-\alpha(\omega)r_1}\times \\ \times\sum_{l=0}^{\infty}(k_{21}k_{23})^l e^{-i\omega l\tau_1}e^{-\alpha(\omega)lr_1} \quad (1.3)$$

и интерференционную частотную характеристику прохождения волны через тонкий поглощающий слой

$$K_{\text{пр}}(i\omega) = d_{12}d_{23}e^{-\alpha(\omega)r_1/2}\times \\ \times\sum_{l=0}^{\infty}(k_{21}k_{23})^l e^{-i\omega l\tau_1}e^{-\alpha(\omega)lr_1}. \quad (1.4)$$

Применительно к рассматриваемому случаю поглощающих сред [5, 9] все коэффициенты отражения и прохождения, а следовательно и интерференционные характеристики (1.3), (1.4) являются комплексными функциями при всех углах падения α_1 исходной волны. Введем обозначения:

$$k_{21}k_{23} = a + ib,$$

$$k = e^{-\alpha(\omega)r_1}\left(a^2+b^2\right)^{1/2},$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}(b/a),$$

$$Z_1 = d_{12}d_{21}k_{23}e^{-\alpha(\omega)r_1}\left[\cos\omega\tau_1 - i\sin\omega\tau_1\right],$$

$$Z_2 = d_{12}d_{23}e^{-\alpha(\omega)r_1/2},$$

где a и b — действительная и мнимая части произведения комплексных коэффициентов k_{21}, k_{23}. Применяя формулу Эйлера [8],

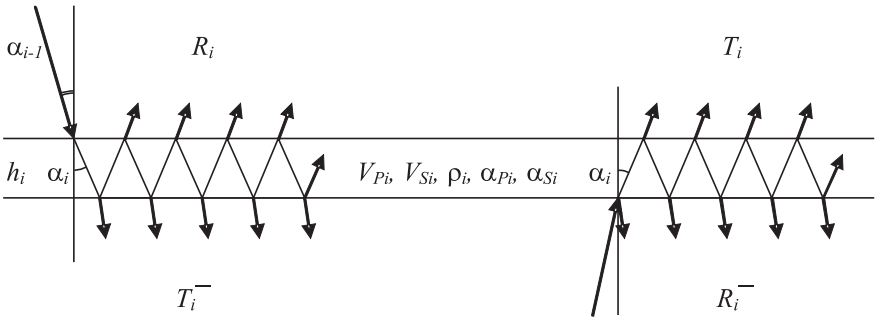


Рис. 2. Лучевая схема отраженных и проходящих интерференционных волн при распространении через i-й слой в прямом и обратном направлениях

выражения (1.3) и (1.4) можно представить в виде

$$K_{\text{отр}}(i\omega) = k_{12} + Z_1 \sum_{l=0}^{\infty} (k)^l e^{ilm} = \\ = k_{12} + Z_1 \sum_{l=0}^{\infty} (k)^l [\cos lm + i \sin lm], \quad (1.5)$$

$$K_{\text{пр}}(i\omega) = Z_2 \sum_{l=0}^{\infty} (k)^l e^{ilm} = \\ = Z_2 \sum_{l=0}^{\infty} (k)^l [\cos lm + i \sin lm], \quad (1.6)$$

где $m = \varphi - \omega\tau_1$. Бесконечная сумма в формулах (1.5), (1.6) при $|k| < 1$ может быть представлена конечным выражением [10]. В итоге получим

$$K_{\text{отр}}(i\omega) = k_{12} + Z_1 Q, \quad (1.7)$$

$$K_{\text{пр}}(i\omega) = Z_2 Q, \quad (1.8)$$

$$Q = \frac{1 - k\cos m + ik\sin m}{1 - 2k\cos m + k^2}.$$

Выражения (1.7) и (1.8) являются комплексными функциями частоты ω, угла падения исходной волны α_1, мощности слоя h, они также зависят от скоростей, плотностей и коэффициентов поглощения во всех трех средах, при этом соответствующие коэффициенты отражения и прохождения для продольных волн вычисляются по алгоритму, описанному в работе [6], для поперечных волн — по алгоритму, описанному в работе [3]. Следует также отметить, что дисперсия фазовой скорости при распространении волны в слое 2 в выражениях (1.7) и (1.8) учитывается значением $\tau_1 = r_1/V_2(\omega)$, которое вычисляется для каждой частоты с учетом зависимости А. Г. Авербуха [9]

$$V_2(\omega) = \frac{V_2(\omega_0)}{1 + (2\alpha(\omega_0)V_2(\omega_0)/\pi)\ln(\omega/\omega_0)},$$

где $V_2(\omega_0)$ и $\alpha(\omega_0)$ — скорость и коэффициент поглощения упругих волн на опорной частоте ω_0.

2. Отражение и прохождение сейсмических волн через пачку тонких поглощающих слоев

Рассмотрим задачу в следующей постановке: пусть между двумя полупространствами находится пачка из N поглощающих слоев с плоскопараллельными границами, имеющих мощности h_i и характеризующихся скоростями продольных и поперечных волн V_{Pi} и V_{Si}, плотностями ρ_i, а также коэффициентами поглощения продольных и поперечных волн α_{Pi} и α_{Si} $(i = 1, \ldots, N)$. Свойства верхнего полупространства определяются параметрами V_{P0}, V_{S0}, ρ_0, α_{P0}, α_{S0}, свойства нижнего полупространства — $V_{P(N+1)}$, $V_{S(N+1)}$, $\rho_{(N+1)}$, $\alpha_{P(N+1)}$, $\alpha_{S(N+1)}$.

Пусть из верхнего полупространства на пачку слоев под углом α падает плоская упругая гармоническая волна с частотой ω. Как следует из предыдущего раздела, в каждом слое образуются многократно отраженные волны, в результате чего как отраженные от слоя, так и проходящие через слой волны являются интерференционными. Интерференционную характеристику отражения волны от i-го слоя в сторону верхнего полупространства (исходная волна падает на i-й слой сверху вниз) обозначим $R_i\uparrow$, а в сторону нижнего полупространства (исходная волна падает на i-й слой снизу вверх) — $R_i\downarrow$. Соответственно,

$T_i\downarrow$, $T_i\uparrow$ — интерференционные характеристики прохождения i-го слоя сверху вниз и снизу вверх (рис. 2).

Эти характеристики являются комплексными функциями угла падения и частоты и могут быть представлены выражениями, аналогичными выражениям (1.7) и (1.8)

$$R_i(i\omega)\uparrow = k_{(i-1)i} + Z_{1\uparrow}Q_i,$$

$$T_i(i\omega)\downarrow = Z_{2\downarrow}Q_i,$$

$$R_i(i\omega)\downarrow = k_{(i+1)i} + Z_{1\downarrow}Q_i,$$

$$T_i(i\omega)\uparrow = Z_{2\uparrow}Q_i,$$

где

$$Q_i = \frac{1 - k_i\cos m_i + ik_i\sin m_i}{1 - 2k_i\cos m_i + k_i^2};$$

$$k_{i(i-1)}k_{i(i+1)} = a + ib;$$

$$k_i = e^{-\alpha_i(\omega)r_{1i}}\left(a^2 + b^2\right)^{1/2};$$

$$m_i = \operatorname{arctg}(b/a) - \omega\tau_{1i};$$

$$r_{1i} = 2h_i/\cos\alpha_i; \quad \tau_{1i} = r_{1i}/V_i;$$

$$Z_{1\uparrow} = d_{(i-1)i}d_{i(i-1)}k_{i(i+1)}U_i(\omega);$$

$$Z_{1\downarrow} = d_{(i+1)i}d_{i(i+1)}k_{i(i-1)}U_i(\omega);$$

$$U_i(\omega) = e^{-\alpha_i(\omega)r_{1i}}\left[\cos\omega\tau_{1i} - i\sin\omega\tau_{1i}\right];$$

$$Z_{2\uparrow} = d_{(i+1)i}d_{i(i-1)}e^{-\alpha_i(\omega)r_{1i}/2}e^{-i\omega\tau_{1i}/2};$$

$$Z_{2\downarrow} = d_{(i-1)i}d_{i(i+1)}e^{-\alpha_i(\omega)r_{1i}/2}e^{-i\omega\tau_{1i}/2}.$$

Все коэффициенты отражения и прохождения на границах поглощающих слоев также являются комплексными функциями углов падения и частоты и рассчитываются с помощью тех же процедур, алгоритмы которых для продольных волн описаны в работе [6], для поперечных волн — в работе [3].

Выполненные количественные оценки показывают, что с достаточной для большинства практических целей точностью интерференционная частотная характеристика отражения плоской гармонической волны от пачки из N поглощающих слоев может быть представлена следующим приближенным выражением

$$\begin{aligned} R_N^* \approx R_1\uparrow + T_1\downarrow\cdot R_2\uparrow\cdot T_1\uparrow + \ldots \\ \ldots + T_1\downarrow\cdot T_2\downarrow\cdot T_3\downarrow\cdot\ldots \\ \ldots\cdot T_{N-1}\downarrow\cdot R_N\uparrow\cdot T_{N-1}\uparrow\cdot\ldots \\ \ldots\cdot T_3\uparrow\cdot T_2\uparrow\cdot T_1\uparrow = R_1\uparrow + T_1\downarrow\cdot T_1\uparrow\cdot \\ \cdot(R_2\uparrow + T_2\downarrow\cdot T_2\uparrow\cdot(R_3\uparrow + \ldots \\ \ldots + T_{N-1}\downarrow\cdot T_{N-1}\uparrow\cdot(R_N\uparrow)\ldots)). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Как видно из (2.1), частотная характеристика пачки слоев представляет собой сумму характеристик отражения отдельных слоев, каждая из которых умножается на частотные характеристики прохождения вышележащей толщи в прямом и обратном направлении.

С точностью до членов второго порядка малости интерференционная частотная характеристика прохождения плоской гармонической волны через пачку из N поглощающих слоев представляет собой произведение частотных характеристик прохождения всех отдельных слоев и может быть представлена следующим приближенным выражением:

$$T_N^* \approx T_1\downarrow\cdot T_2\downarrow\cdot T_3\downarrow\cdot\ldots\cdot T_{N-1}\downarrow\cdot T_N\downarrow. \quad (2.2)$$

Как и в задаче для поглощающего слоя, выражения (2.1) и (2.2) представляют собой комплексные функции, зависящие от угла падения исходной волны α, частоты ω, а также от скоростных, плотностных и поглощающих параметров всех слоев пачки. При этом траектории лучей в каждом слое определяются начальным углом падения исходной волны α и скоростными характеристиками слоев в соответствии с законом Снеллиуса.

Описанный алгоритм реализован в программе MULTI_10.EXE, позволяющей рассчитывать как частотные и фазовые характеристики отражения и прохождения продольных и поперечных волн для пачки поглощающих слоев $N \leqslant 10$, так и строить соответствующие синтетические сейсмограммы.

3. Примеры применения разработанного алгоритма

Работу программы MULTI_10 можно продемонстрировать применительно к AVO-анализу на примере скважины Варавенская 2, где получены притоки нефти и газа. Согласно результатам интерпретации данных ГИС, для моделирования выбран интервал, состоящий из трёх слоёв: первый (пачка V–I) и третий (пачка V–II) сложены коллекторами (песчаниками), второй — вмещающими глинами. Верхнее и нижнее полупространства — вмещающие глины.

На рис. 3а, 3б представлены соответственно модуль и фаза интерференционной частотной характеристики отражения для этого интервала в случае водонасыщения (до 100%), на рис. 4а, 4б — в случае углеводородонасыщения (газонасыщение до 80 %) коллекторов. Значения параметров среды h_i, V_{Pi}, V_{Si}, ρ_i, α_{Pi}, α_{Si}, $(i = 0, \ldots, 4)$ для каждого из рассматриваемых вариантов приведены в таблице.

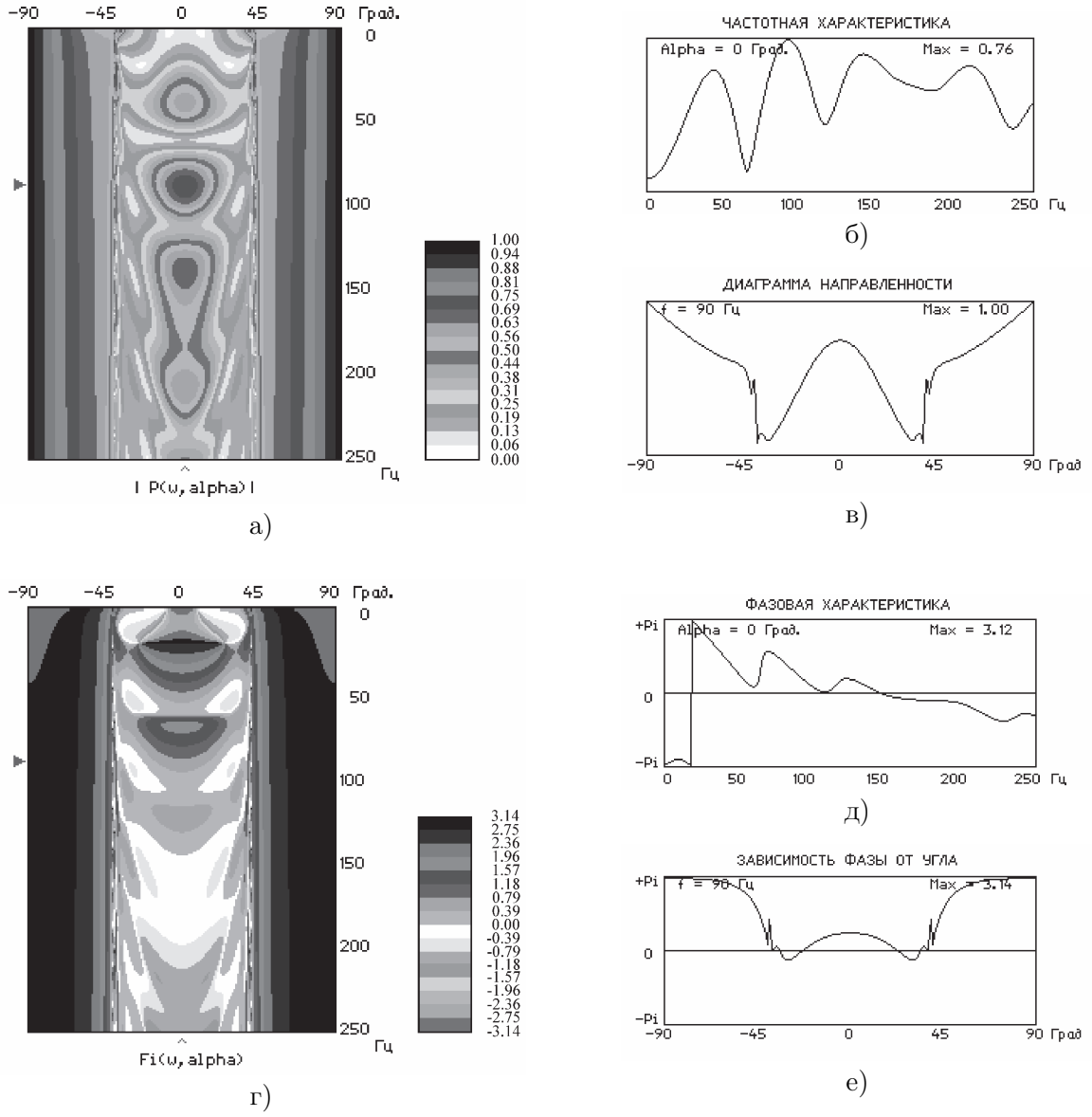


Рис. 3. Модуль *а–в* и фаза *г–е* интерференционной частотной характеристики отражения продольной упругой волны от водонасыщенной пачки из трех слоев

Параметры трехслойной пачки при разных типах флюидонасыщения

	i	h_i, м	V_{Pi}, м/с	V_{Si}, м/с	ρ_i, кг/м^3	α_{Pi}, 1/м	α_{Si}, 1/м
Водонасыщенная пачка	0		2500	983	2060	0,005000	0,010000
	1	6,0	3800	2103	2170	0,000500	0,001000
	2	22,0	2520	1000	2100	0,005000	0,010000
	3	10,4	3513	1856	2110	0,000500	0,001000
	4		2440	931	2060	0,005000	0,010000
УВ-насыщенная пачка	0		2500	983	2060	0,005000	0,010000
	1	6,0	3040	2103	2170	0,020000	0,040000
	2	22,0	2520	1000	2100	0,005000	0,010000
	3	10,4	2810	1856	2110	0,020000	0,040000
	4		2440	931	2060	0,005000	0,010000

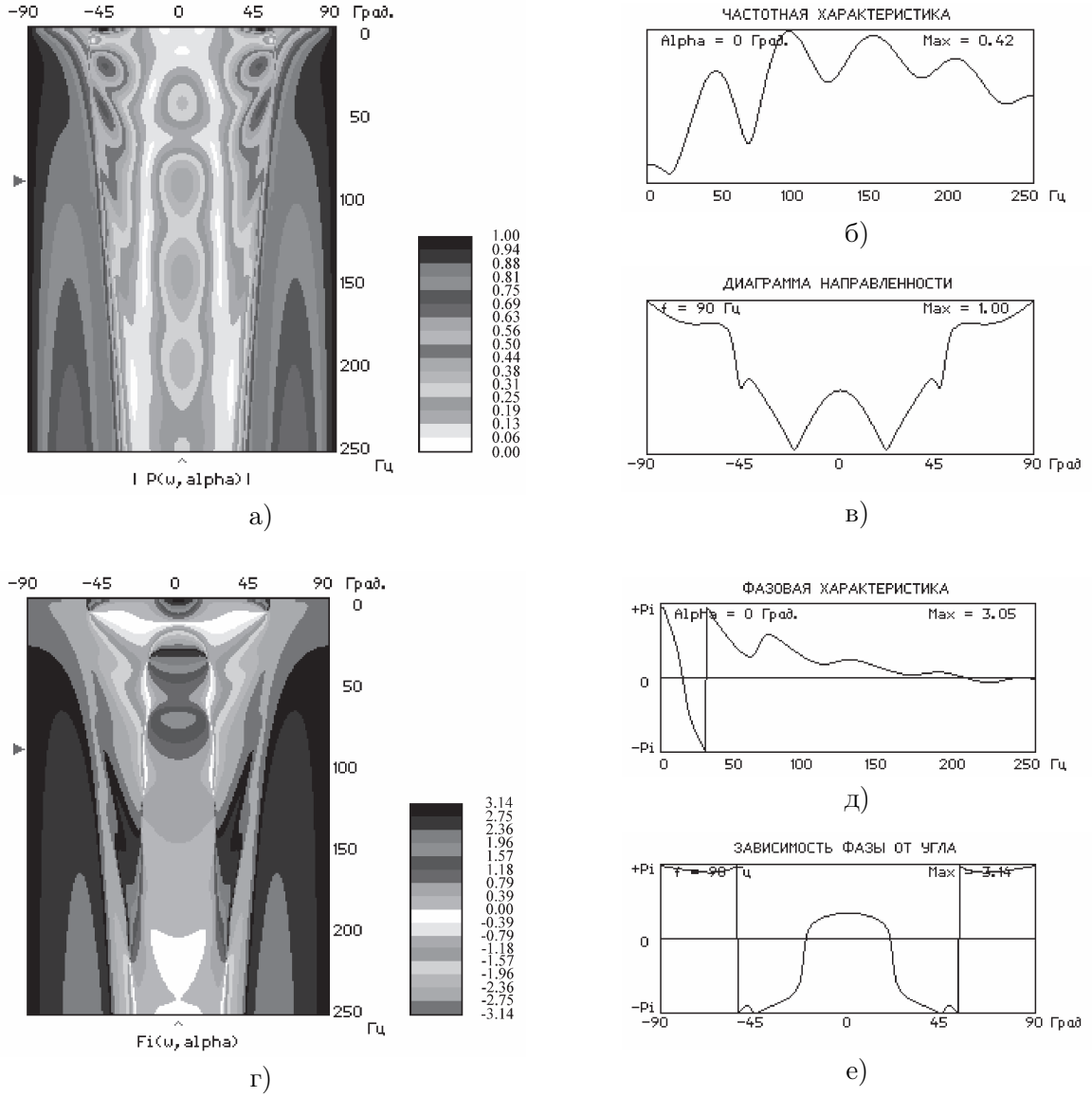
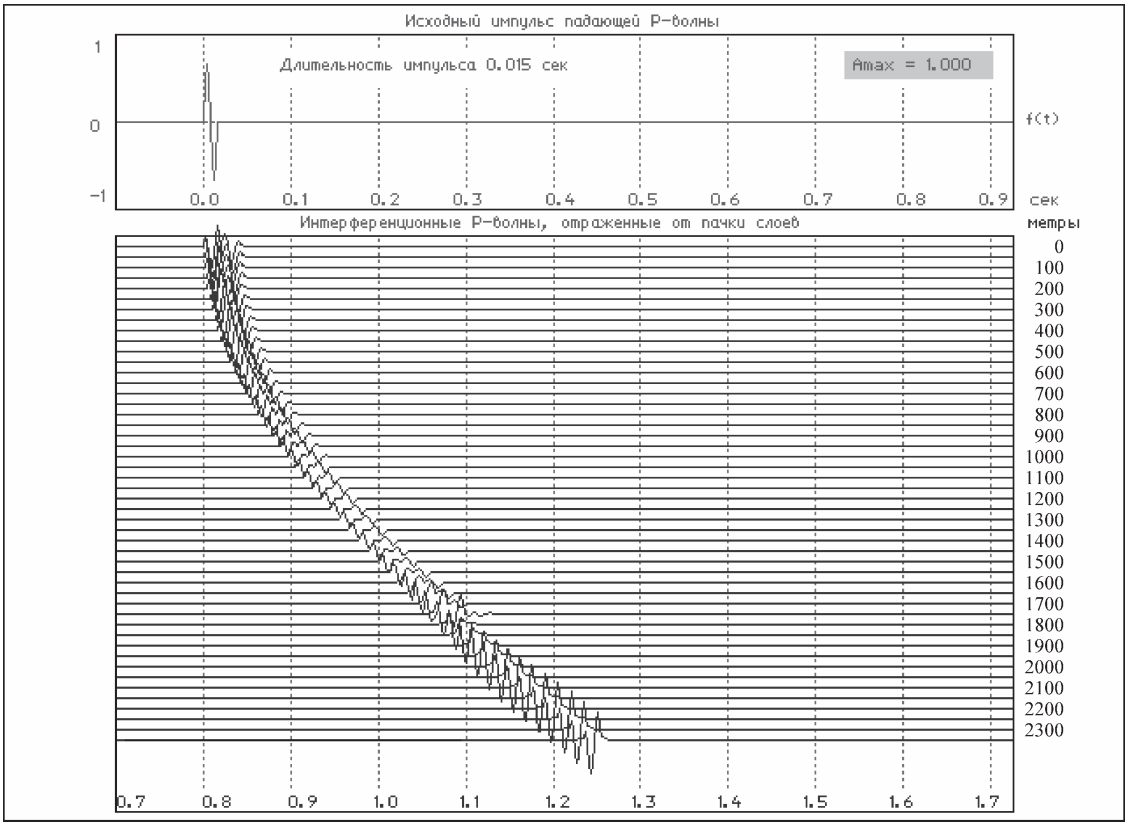
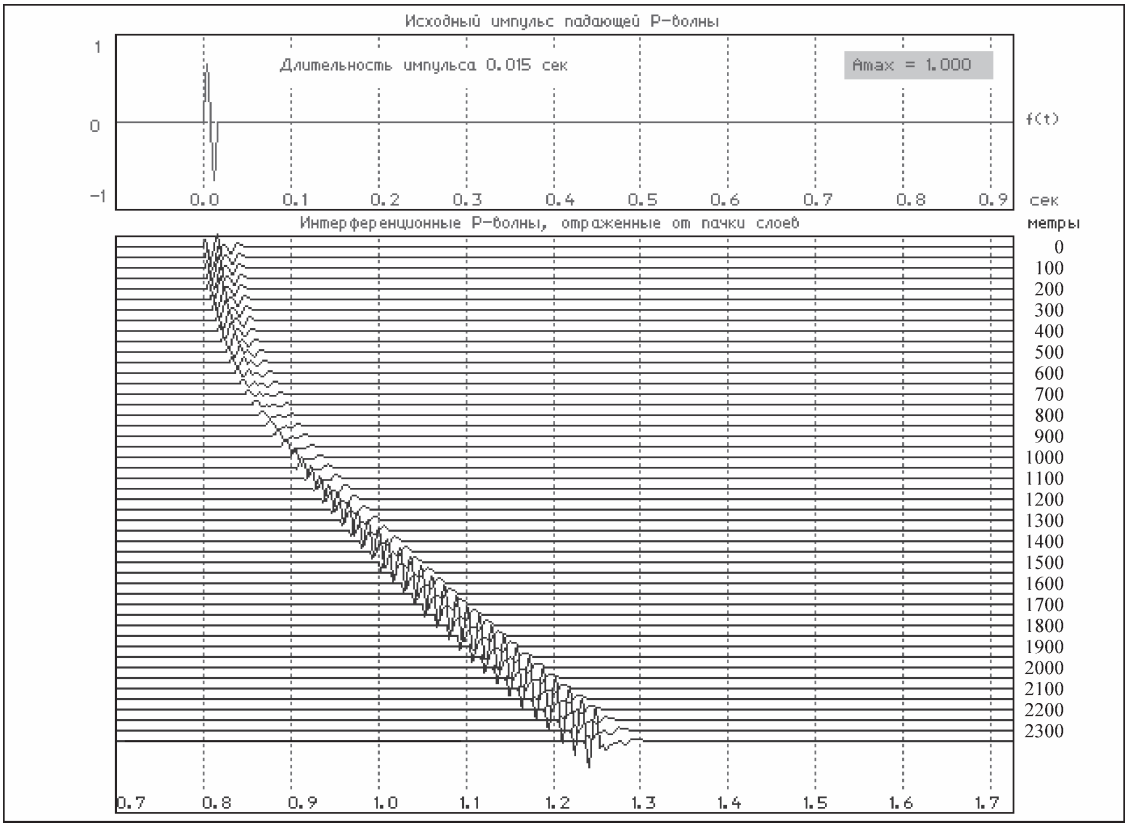


Рис. 4. Модуль *а–в* и фаза *г–е* интерференционной частотной характеристики отражения продольной упругой волны от пачки из трех слоев, насыщенной углеводородами



а)



б)

Рис. 5. Синтетические сейсмограммы, полученные для рассматриваемых моделей: *а* — отражение продольной упругой волны от водонасыщенной пачки слоёв, *б* — насыщенной углеводородами

Рассчитанные модули $|R(\omega, \alpha)|$ и фазы $\arg[R(\omega, \alpha)]$ интерференционной комплексной частотной характеристики пачки слоев на рис. 3а, 3г, 4а, 4г изображены в виде карт рельефа, где значения амплитуд представлены разными оттенками серого цвета. Вертикальные сечения этого рельефа (т. е. значения при фиксированных углах падения $\alpha_0 = \text{const}$), являющиеся частотными (или фазовыми) характеристиками пачки слоев, рассчитанными в полосе частот 0–250 Гц, приведены на рис. 3б, 3д, 4б, 4д. Горизонтальные сечения (при фиксированных частотах $f_0 = \text{const}$) представляют собой диаграммы направленности (или зависимости фазы от угла падения) для волн, отраженных или преломленных пачкой слоев, рассчитанные в интервале углов α_0 от $-90°$ до $+90°$ (рис. 3в, 3е, 4в, 4е).

На рис. 5а, 5б представлены синтетические сейсмограммы, на которых изображены интерференционные отражения от рассматриваемых водонасыщенной и углеводородонасыщенной пачек слоев. Форма импульса падающей волны в виде отдельной трассы приведена в верхней части каждого из этих рисунков с указанием его длительности и амплитуды.

Как следует из представленных данных, разработанные алгоритм и программа являются эффективным средством анализа тонких особенностей динамики интерференционных волновых полей, как отраженных, так и проходящих через пачки поглощающих слоев.

Представление расчётов интерференционной частотной характеристики на плоскости в виде функции угла падения волны (по горизонтали) и частоты падающей волны (по вертикали) позволяет легко определять резонансные частоты при разных удалениях приёмника, а также рассчитывать оптимальную (с точки зрения последующего применения AVO-анализа) систему наблюдений для моделируемого интервала. Расчет соответствующих синтетических сейсмограмм позволяет получить корректное представление о виде интерференционных волновых пакетов, а также о характере AVO-эффектов, которые можно наблюдать во временной области.

Литература

1. *Бреховских Л. М.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
2. *Гуленко В. И.* Моделирование сейсмических волновых полей с помощью пакета программ «ВОЛНА»: Практикум по спецкурсу / Кубанский гос. университет; Краснодар, 1998. 68 с.
3. *Гуленко В. И., Гришко О. А.* Коэффициенты отражения и преломления поперечной упругой волны на границе двух поглощающих сред // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2000. №4. С. 66–68.
4. *Исакович М. А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 495 с.
5. Сейсморазведка: Справочник геофизика. В двух книгах / Под ред. В.П. Номоконова. М.: Недра, 1990. Книга первая. 336 с. Книга вторая. 400 с.
6. *Трапезникова Н. А.* Прогноз и интерпретация динамики сейсмических волн. Линейно-неупругие тонкослоистые геологические среды. М.: Наука, 1985. 112 с.
7. *Шерифф Р., Гелдарт Л.* Сейсморазведка: В 2-х томах. Пер. с англ. М.: Мир, 1987. Том 1. 448 с. Том 2. 400 с.
8. *Бат Маркус.* Спектральный анализ в геофизике. Пер. с англ. М.: Недра, 1986. 535 с.
9. *Кондратьев О. К.* Сейсмические волны в поглощающих средах. М.: Недра, 1986. 176 с.
10. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.

Статья поступила 30 апреля 2006 г.
Кубанский государственный университет
© Гуленко В. И., Гришко О. А., 2006