УДК 550.834.05

ГОМОМОРФНАЯ ИНВЕРСНАЯ СВЕРТКА СЕЙСМИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РАЗРЕЗОВ

***Курочкин А. Г.*[1], *Борисенко Ю. Д.*[2], *Калайдина Г. В.*[3]**

HOMOMORPHIC DECONVOLUTION OF SEISMIC TIME SECTIONS

Kurochkin A. G., Borisenko Yu. D., Kalaidina G. V.

The paper is devoted to the problems of homomorphic deconvolution of seismic time sections. This qualitatively new approach is based on the estimation of a seismic signal by means of cepstral averaging. The homomorphic deconvolution increases the resolution of seismic time sections.

Современная сейсморазведка призвана решать весьма сложные задачи изучения геологического разреза и выявления потенциально продуктивных объектов. В этой связи дальнейшее развитие средств обработки с целью подавления регулярных волн-помех различной природы и повышения разрешающей способности сейсморазведки является весьма актуальным.

В настоящее время используются различные подходы в спектральной оценке сигнала и последующего использования инверсной свертки (деконволюции) для решения проблемы подавления когерентных помех и сжатия сигнала для линейных систем в ситуациях периодически повторяющихся волн-помех. К таковым относятся:

– детерминистический подход М. Бакуса [1], основанный на применении операций линейной обратной фильтрации для подавления реверберационных волн-помех;

– статистический подход Э. Робинсона [2], получивший широкое распространение в практике сейсмической обработки и основанный на операции инверсной свертки в предположении, что сигнал является минимально-фазовым.

В данной работе рассматривается способ инверсной свертки на основе оценки сейсмического сигнала с помощью кепстрального осреднения. Данный подход справедлив для произвольных сигналов.

Этот способ получил название гомоморфной инверсной свертки. Созданный алгоритм и программные средства посвящены развитию этого качественно нового направления.

Прежде чем перейти к описанию способа гомоморфной инверсной свертки, введем обобщение принципа суперпозиции к системам, которые не являются линейными, т. е. перейдем к рассмотрению систем, удовлетворяющих обобщенному принципу суперпозиции, получившие название гомоморфных систем.

Для принципа суперпозиции, применяемого к линейным системам, требуется:

– свойство линейности между сигналами $s_1(t)$ и $s_2(t)$

$$L\left[s_1(t)+s_2(t)\right]=L\left[s_1(t)\right]+L\left[s_2(t)\right], \qquad (1)$$

– свойство однородности при умножении сигнала $s(t)$ на скалярную величину c

$$L\left[cs(t)\right]=cL\left[s(t)\right], \qquad (2)$$

где t — время.

Рассмотрим закон комбинации входных сигналов $\square$ и закон композиции $\triangle$, который служит для скалярного умножения входных сигналов, образующих векторное пространство G. Аналогично $\boxdot$ и $\triangle$ — для выходных сигналов, образующих векторное пространство G'.

[1]Курочкин Александр Григорьевич, канд. геол.-мин. наук, доцент кафедры геофизических методов поисков и разведки Кубанского государственного университета.

[2]Борисенко Юрий Дмитриевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры геофизических методов поисков и разведки Кубанского государственного университета.

[3]Калайдина Галина Вениаминовна, канд. физ.-мат. наук, руководитель группы ООО «Ингеовектор».

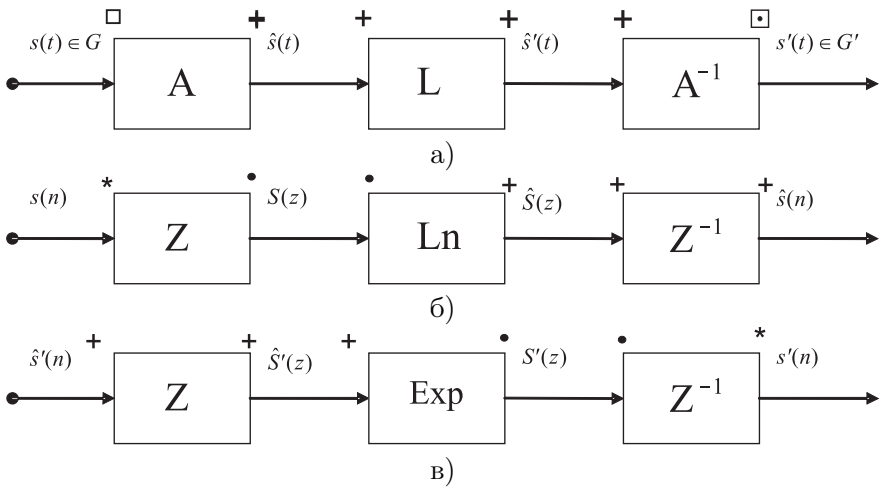


Рис. 1. Блок-схемы систем: *а* — каноническая гомоморфная система; *б* — характеристическая система A; *в* — обратная характеристическая система A^{-1}

Тогда линейная система L преобразуется в систему T, которая удовлетворяет обобщенным уравнениям (1)–(2)

$$T\left[s_1(t)\,\square\, s_2(t)\right] = T\left[s_1(t)\right] \boxdot T\left[s_2(t)\right], \qquad (3)$$

$$T\left[c \triangle s(t)\right] = c \triangle T\left[s(t)\right]. \qquad (4)$$

Системы, удовлетворяющие обобщенному принципу суперпозиции (3)–(4), называются гомоморфными системами. Общие теоретические предпосылки, лежащие в основе описания гомоморфных систем, были исследованы Оппенгеймом [3, 4].

Возможности этого метода достаточно полно выяснены в двух частных случаях: при синтезе нелинейных фильтров для сигналов, которые могут быть выражены в виде произведения или свертки компонент. Способы фильтрации произведения связаны со сжатием и расширением динамического диапазона звуковых сигналов, с обработкой изображений. Примеры, относящиеся к инверсной свертке или деконволюции, связаны с анализом речи, разделением функций плотности вероятности, устранением явлений реверберации, а также для выделения сейсмического сигнала или импульсной сейсмотрассы. Можно показать, что этот класс систем представим в виде последовательности трех систем. Каноническое представление гомоморфной системы показано на рис. 1а.

Первая система A преобразует комбинацию сигналов $\square$ в сумму и называется характеристической системой. Вторая система L — классическая линейная система. Третья система A^{-1} — преобразует сумму сигналов в комбинацию $\boxdot$ и называется обратной характеристической системой.

Если законы построения пространств тождественны ($\square = \boxdot$, $\triangle = \triangle$), то соответствующие им гомоморфные системы отличаются только линейной системой L. Системы A и A^{-1} определяются законами комбинации $\square$ и композиции $\triangle$. Это основной результат, так как, если характеристические системы A и A^{-1} определены, то возвращаемся к вопросу о линейной фильтрации, в чем и заключается гибкость данного класса.

Рассмотрим гомоморфную деконволюцию свертки двух сигналов. Поскольку мы имеем дело с зарегистрированными данными, перейдем в дискретную область с шагом квантования, равным единице ($t = n\Delta t$, $\Delta t = 1$, $n = 0, 1, 2, \ldots$), и представим входной сигнал $s(n)$ виде свертки двух сигналов $s_1(n)$ и $s_2(n)$

$$s(n) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} s_1(j) s_2(n-j) = \\ = s_1(n) * s_2(n). \qquad (5)$$

Применим к сигналу (5) обобщенный линейный фильтр, характеристическая система которого определяется следующим образом:

$$\mathrm{A}\left[s_1(n)^{*c_1} * s_2(n)^{*c_2}\right] = c_1 \hat{s}_1(n) + c_2 \hat{s}_2(n). \qquad (6)$$

Здесь $s_1(n)^{*c_1} = s_1(n) * s_1(n) * \ldots * s_1(n)$ представляют собой свертку сигнала $s_1(n)$ с самим собой c_1 раз.

Тогда характеристическая система A преобразует векторное пространство свертки в

аддитивное векторное пространство. Рассмотрим прямое и обратное z-преобразования

$$S(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n) z^{-n}, \qquad \hat{S}(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{s}(n) z^{-n}, \tag{7}$$

$$s(n) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{C_1} S(z) z^{n-1} dz, \qquad \hat{s}(n) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{C_2} \hat{S}(z) z^{n-1} dz, \tag{8}$$

где C_1 и C_2 — замкнутые контуры в комплексной z — плоскости, i — мнимая единица. Так как входной сигнал $s(n)$ является сверткой двух сигналов $s_1(n)$ и $s_2(n)$, по теореме о свертке в комплексной z-плоскости имеем

$$S(z) = S_1(z) \cdot S_2(z),$$

т. е. приходим к проблеме обобщенной фильтрации сигнала, равному произведению двух сигналов. Положим

$$\hat{S}(z) = \operatorname{Ln} S(z) = \ln |S(z)| + i \operatorname{Arg}[S(z)]. \tag{9}$$

Здесь возникает проблема многозначности комплексного логарифма $\operatorname{Ln} S(z)$, так как функция

$$\operatorname{Arg}[S(z)] = \arg [S(z)] + 2\pi k,$$

где $-\pi < \arg [S(z)] \leqslant \pi$ — главное значение аргумента комплексного числа $S(z)$, определена с точностью до $2\pi k$ $(k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$. Для того чтобы $\hat{S}(z)$ была аналитической на контуре C_2, следует развернуть фазу z-преобразования $\arg[S(z)]$ входного сигнала $s(n)$, чтобы получить непрерывную фазовую кривую в зависимости от круговой частоты ω (в качестве контура интегрирования C_2 берется $z = ae^{i\omega}$ — окружность радиуса a в комплексной z-плоскости). Простые алгоритмы, основанные либо на исследовании дискретной фазы для определения скачков на 2π, либо на численном интегрировании фазовой производной, оказались в общем случае несостоятельными. Был предложен новый метод фазовой развертки путем адаптивного численного интегрирования [5].

Тогда характеристическую систему А можно представить, как показано на рис. 1б, где Z — прямое z-преобразование, Ln — преобразование комплексного логарифма, Z^{-1} — обратное z-преобразование.

Выходные данные $\hat{s}(n)$ характеристической системы А будем называть комплексным кепстром входных данных $s(n)$. Эта терминология была предложена в [6] для обнаружения отражений. Термин комплексный кепстр подчеркивает, что использована фазовая информация в дополнение к амплитудной. Следует отметить, что комплексный кепстр представляет собой последовательность действительных значений. Кепстральная область имеет размерность времени.

Затем производится линейное преобразование системой $\mathrm{L} : \hat{s}(n) \to \hat{s}'(n)$.

Обратная характеристическая система A^{-1} преобразует аддитивное векторное пространство в векторное пространство свертки. Систему A^{-1} можно представить в виде, показанном на рис. 1в, где Exp — экспоненциальное преобразование.

При проведении деконволюции с использованием гомоморфной фильтрации необходимо сделать правильный выбор линейной системы L. Этот выбор тесно связан со следующими свойствами комплексного кепстра:

1) Комплексный кепстр свертки двух или более сигналов равен сумме отдельных комплексных кепстров.

2) Комплексный кепстр минимально-фазовой последовательности равен нулю при $n < 0$; а комплексный кепстр максимально-фазовой последовательности равен нулю при $n > 0$.

3) Комплексный кепстр $\hat{w}(n)$ сейсмического импульса $w(n)$, спектр которого сглажен, имеет тенденцию концентрироваться около маловременных значений.

4) Комплексный кепстр $\hat{r}(n)$ периодической последовательности импульсов $r(n)$ также является периодической последовательностью импульсов с тем же периодом.

Заметим, что для получения комплексного кепстра сигнала $s(n)$ надо сделать два дискретных преобразования Фурье. Здесь возникает проблема выбора шага квантования по времени Δt, чтобы избежать появления зеркальных частот. Для подавления зеркальных частот вводится экспоненциальное взвешивание входного сигнала, а также четырехкратное увеличение длительности входного сигнала за счет добавления нулей.

Рассмотрим математическую модель сейсмической трассы $x(n)$

$$x(n) = w(n) * r(n), \tag{10}$$

где $w(n)$ — сейсмический сигнал, $r(n)$ — отражающий ряд (совокупность коэффициентов отражения, которые определяются контрастностью акустических жесткостей упругой среды).

Если имеется набор из N сейсмических трасс (например, временной разрез ОСТ (общая средняя точка)), то с помощью кепстрального осреднения (10) можно получить оценку сейсмического сигнала $\bar{w}(t)$

$$\bar{\hat{x}}(n) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\hat{w}_j(n) + \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\hat{r}_j(n), \tag{11}$$

$$j = 1, 2, \ldots, N,$$

где j — номер трассы.

В предположении, что отражающий ряд $r_j(n)$ не коррелирован, при достаточно большом числе N второй член в правой части (11) стремится к нулю. В таком случае

$$\bar{\hat{x}}(n) = \bar{\hat{w}}(n).$$

Переходя из кепстральной области во временную с помощью обратной характеристической системы A^{-1}, получим оценку сейсмического сигнала $\bar{w}(n)$. С помощью формирующей винеровской фильтрации можно перевести $\bar{w}(n)$ в желаемый сигнал $d(n)$ (в качестве $d(n)$ берется симметричный (нуль-фазовый) сигнал, соответствующий оценке сигнала $\bar{w}(n)$, ограниченной длительности).

Для этого решается система уравнений Колмогорова–Винера, которая в матричной форме имеет вид [7]

$$\mathbf{Bf} = \mathbf{g}, \tag{12}$$

где $\mathbf{B}$ — квадратная матрица, составленная из коэффициентов автокорреляции оценки сигнала $\bar{w}(n)$, она имеет тёплицеву форму, $\mathbf{f}$ — вектор-столбец, представляющий коэффициенты искомого фильтра, $\mathbf{g}$ — вектор-столбец, компонентами которого являются коэффициенты взаимной корреляции оценки сигнала $\bar{w}(n)$ и желаемого импульса $d(n)$.

Так как матрица $\mathbf{B}$ в системе линейных алгебраических уравнений (12) имеет тёплицеву форму, то система решается методом общей рекурсии Левинсона [8], что ведет к экономии машинной памяти и сокращению вычислительных затрат. Для повышения устойчивости численного решения системы (12) добавляется «белый шум» порядка 10^{-3}. С помощью применения рассчитанного фильтра $\mathbf{f}$ к заданным трассам осуществляется гомоморфная инверсная свертка.

На рис. 2а представлен исходный временной разрез ОСТ, содержащий 535 трасс в диапазоне времен от 1 000 мс до 1 800 мс, с интервалом дискретизации по времени $\Delta t = 2$ мс. Применяя к временному разрезу ОСТ процедуру кепстрального осреднения, получена оценка сейсмического сигнала $\bar{w}(n)$, которая представлена на рис. 3а. Оценка сигнала получена в интервале времен от 1 100 мс до 1 400 мс, при кепстральном осреднении использовались все трассы, коэффициент экспоненциального взвешивания был принят равным 0,965. Как показывают численные эксперименты при кепстральном осреднении порядка нескольких сотен трасс значительно повышается статистическая устойчивость оценки сейсмического сигнала.

Максимум амплитудного спектра оценки сигнала равен 23,4 Гц (рис. 3б). Частота Найквиста F_N равна 250 Гц ($F_N = \frac{1}{2\Delta t} = \frac{1}{2\cdot 0{,}002} = 250$ Гц, где Δt=0,002 с — интервал дискретизации по времени).

В качестве желаемого импульса $d(n)$ был выбран симметричный сигнал ограниченной длительности (один дискрет в центральной части отличен от нуля). Желаемый сигнал $d(n)$ представлен на рис. 4а. Результат применения искомого фильтра $\mathbf{f}$ к оценке сигнала $\bar{w}(n)$ показан на рис. 4б. Применение гомоморфной инверсной свертки к исходному временному разрезу ОСТ иллюстрирует рис. 2в.

На рис. 3 приведены временные и спектральные оценки записи по разрезам для результатов: а) стандартной обработки (рис. 2а); б) с дополнительной процедурой предсказывающей деконволюции (модель Э. Робинсона, рис. 2б); в) с гомоморфной деконволюцией (рис. 2в).

Сопоставление приведенных оценок достаточно наглядно отражает изменение как временных, так и спектральных оценок записи для всех трех случаев, показывая качественное и количественное изменения характеристик записи. Во временном представлении это выражается в сжатии сигнала — повышении его высокочастотного представления и снижении осцилляции записи. Соответственно это находит свое отражение и в спектраль-

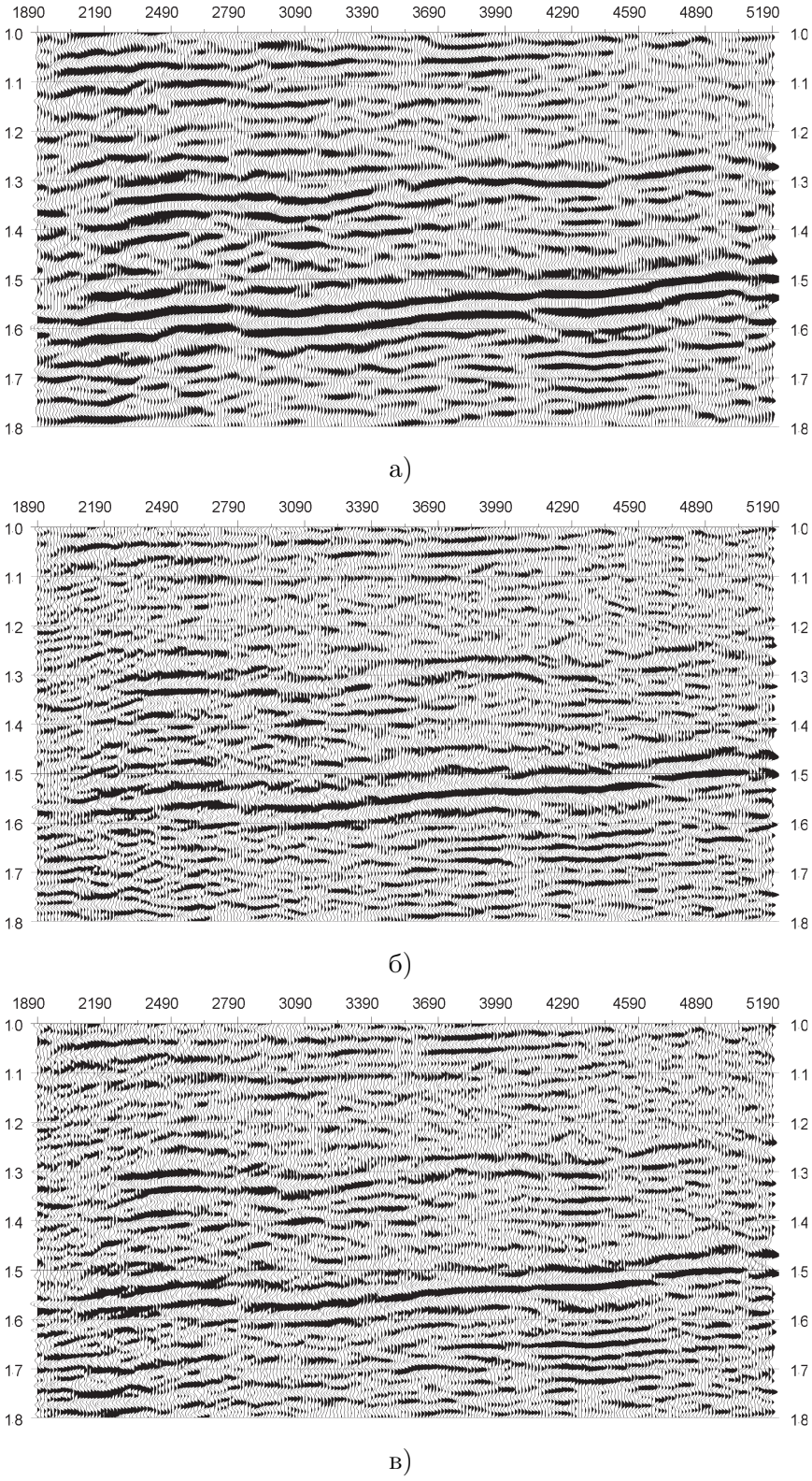


Рис. 2. Сейсмические временные разрезы ОСТ: *а* — разрез 65 — исходный временной разрез с применением стандартной обработки; *б* — разрез 65pd — к разрезу 65 применена предсказывающая деконволюция; *в* — разрез 65h — к разрезу 65 применена гомоморфная деконволюция

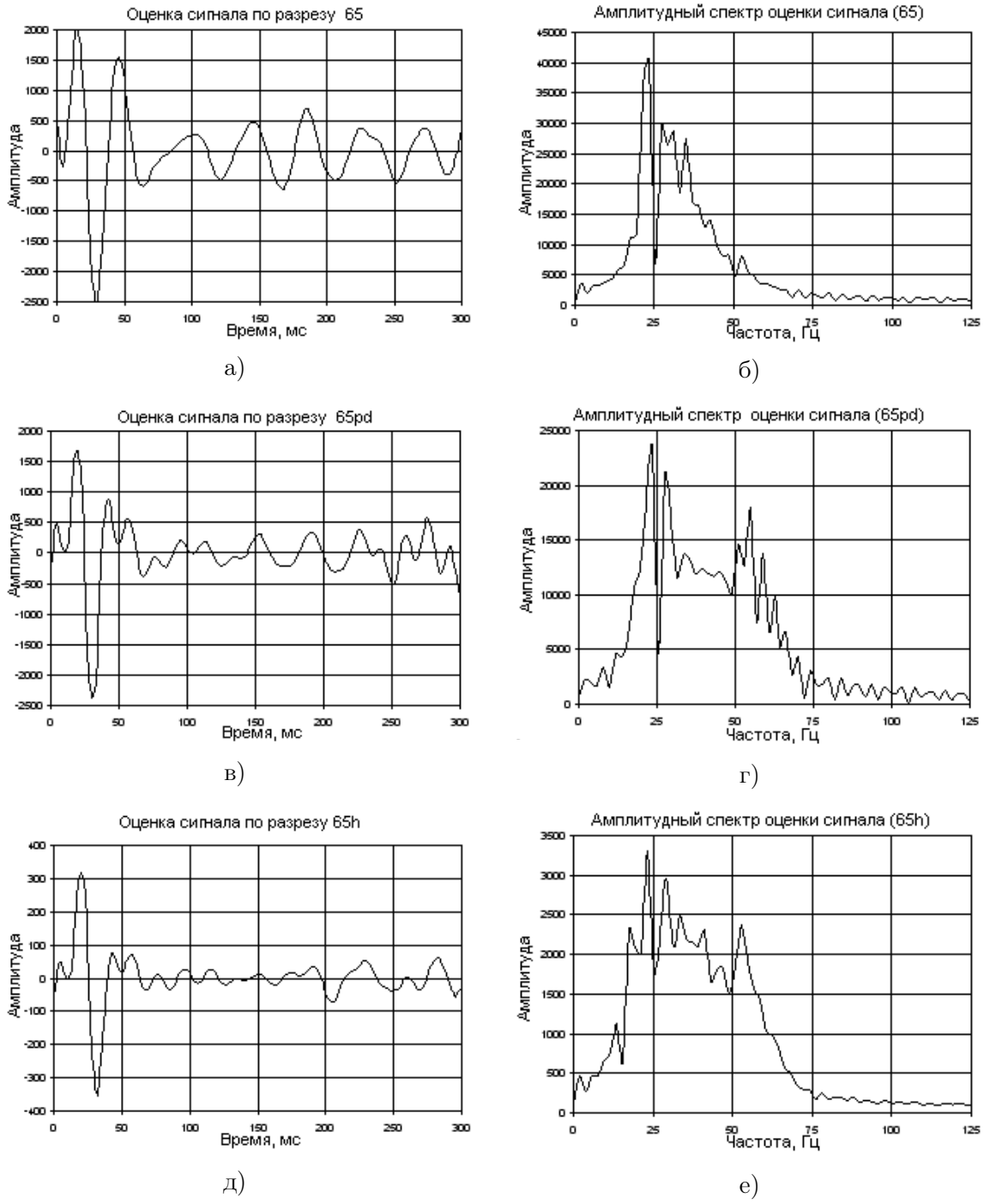
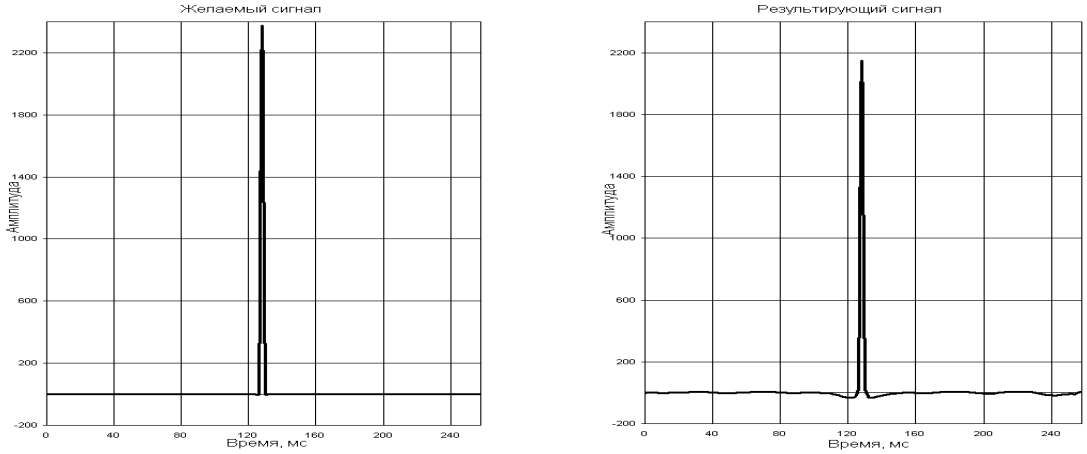


Рис. 3. Оценки сейсмического сигнала и их амплитудные спектры: *а*, *в*, *д* — оценки сигнала по разрезам 65, 65pd, 65h; *б*, *г*, *е* — амплитудные спектры оценок сигнала по разрезам 65, 65pd, 65h



а) б)

Рис. 4. Применение формирующего винеровского фильтра: *а* — желаемый сигнал; *б* — результирующий сигнал

ной форме оценки. Сопоставление амплитудных спектров для всех трех вариантов обработки показывает преимущества варианта гомоморфной деконволюции как в плане расширения спектрального состава записи, так и равномерности спектральной оценки в полосе частот от 10 до 70 Гц.

Визуальное сравнение сейсмических разрезов (рис. 2а, 2б и 2в) и оценок сейсмического сигнала (рис. 3а, 3в и 3д), а также амплитудных спектров оценок сигнала (рис. 3б, 3г и 3е) свидетельствует о повышении временной разрешенности разреза после применения гомоморфной инверсионной свертки. Последнее обстоятельство обеспечивает получение более точных петрофизических характеристик упругой среды в результате решения обратной задачи сейсморазведки.

Литература

1. *Backus M. M.* Water reverberation – their nature and elimination // Geophysics. 1959. Vol. 24. P. 233–261.
2. *Robinson E. A.* Predictive decomposition of seismic traces // Geophysics. 1957. Vol. 22. P. 767–778.
3. *Oppenheim A. V.* Superposition in a class of nonlinear systems. Tech. Rep. 432. MIT. Res. Lab. of Electr. 1965. P. 62.
4. *Oppenheim A., Schafer R.* Digital processing. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975. 417 p.
5. *Tribolet J.M.* A new phase unwrapping algorithm // IEEE Transactions on Acousticcs. Speech and Signal Processing. 1977. Vol. 25. No. 2. P. 170–177.
6. *Bogert B., Healy M., Tukey R.* The frequency analysis of time series for echoes. In Proc. Symp. On Time Series Analysis. M. Rosenblatt, Ed. New York, Wiley. 1963. Ch. 15. P. 209–243.
7. Application of digital Signal Processing. Oppenheim A.V., Editor. Prentice- Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1978. 263 p.
8. *Silvia M.T., Robinson E.A.* Deconvolution of geophysical time series in the exploration for oil and natural gas. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam-Oxford-New York, 1979. 247 p.

Статья поступила 23 мая 2007 г.
Кубанский государственный университет, г. Краснодар
ООО «Ингеовектор», г. Краснодар