УДК 539.3

ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ, ГЕНЕРИРУЕМОЕ В СЛОИСТОМ ПОРИСТОУПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ДВИЖУЩЕЙСЯ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ НАГРУЗКОЙ[1]

***Суворова Т. В.*[2], *Беляк О. А.*[3], *Усошин С. А.*[4]**

A WAVE FIELD GENERATED IN POROUS TWO-LAYERED HALF-SPACE BY THE ACTION OF AN OSCILLATING MOVING LOAD

Suvorova T. V., Belyak O. A., Usoshin S. A.

The work considers a 3D dynamic problem about stress-strain state generated in the layered porous half-space under the action of a moving oscillating load. The foundation is a viscous-elastic layer coupled with the underlying heterogeneous half-space saturated with aerated fluid. The analytical formulas describing wave fields under critical and super-critical moving velocity are constructed, the numerical analysis of the results is given.

Введение

Многие актуальные проблемы, возникающие при проектировании зданий и сооружений, расположенных вблизи скоростных магистралей, связаны с необходимостью анализа полей напряжений и смещений в грунте, возбуждаемых движущимися объектами. Задачи о движущихся нагрузках на поверхности упругого полупространства, слоя рассматривались в работах [1–3], для упругого слоистого полупространства — [4, 5]. В работах [6, 7] рассматривалось воздействие движущейся осциллирующей нагрузки на гетерогенное полупространство. Использование в задачах механики в качестве модели грунта двухфазной пористо-упругой среды позволяет более полно учитывать динамическую реакцию основания, эффекты затухания волновых полей. Кроме этого, изучение волновых полей в пористых двухкомпонентных средах [8, 9] представляет большой интерес ввиду многочисленных приложений при исследовании геологических образований, измерении проницаемости грунтов, повышении продуктивности нефтяных скважин, в биомеханической инженерии. В настоящей работе рассматривается движение осциллирующей нагрузки по слоистому пористо-упругому полупространству, насыщенному аэрированной жидкостью.

1. Постановка задачи

Рассматривается пространственная динамическая задача о напряженно-деформированном состоянии, возникающем в слоистом полупространстве под действием движущейся на его поверхности нагрузки, изменяющейся по гармоническому закону. Основание представляет собой вязко-упругий слой толщины h, занимающий в декартовой системе координат область $-\infty < x, y < \infty$, $-h \leqslant z \leqslant 0$, сцепленный с подстилающим гетерогенным полупространством, расположенным в области $-\infty < x, y < \infty$, $-\infty \leqslant z \leqslant -h$. Гетерогенное полупространство состоит из упругого скелета, поры которого заполнены аэрированной жидкостью.

К поверхности среды приложена распределенная по прямоугольной области нагрузка, движущаяся с постоянной скоростью V в направлении оси Ox и осциллирующая по закону $\bar{P}(x, \mathrm{y}, 0)e^{-i\omega t}$, $-a \leqslant \mathrm{x} \leqslant a$, $-b \leqslant y \leqslant b$. Вне об-

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (06-08-00867-а).

[2]Суворова Татьяна Виссарионовна, д-р физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики Ростовского государственного университета путей сообщения; e-mail: suvorova_tv111@mail.ru

[3]Беляк Ольга Александровна, ассистент кафедры высшей математики Ростовского государственного университета путей сообщения.

[4]Усошин Сергей Александрович, аспирант кафедры высшей математики Ростовского государственного университета путей сообщения.

ласти приложения нагрузки поверхность среды свободна от напряжений.

Перемещения упругой среды описываются уравнениями Ламе [10]. Напряжения $\sigma_{ij}^{(1)}$ и перемещения $u_i^{(1)}$ связаны соотношениями обобщенного закона Гука [10]. Задание частотно-независимого внутреннего трения, т. е. вязкости в слое приводит к возникновению малой комплексной части в параметрах Ламе.

Для учета пористости и водонасыщенности среды используются уравнения Био [11, 12], описывающие колебания гетерогенной двухкомпонентной среды

$$\rho_{11}\frac{\partial^2 u_i^{(2)}}{\partial t^2}+\rho_{12}\frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2}+b\left(\frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial t}-\frac{\partial_i^v}{\partial t}\right)=\sigma_{ij,i}^s, \tag{1.1}$$

$$\rho_{12}\frac{\partial 2u_i^{(2)}}{\partial t^2}+\rho_{22}\frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2}-b\left(\frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial t}-\frac{\partial_i^v}{\partial t}\right)=\sigma_{,i}^f.$$

Здесь $u_i^{(2)}(x,y,z,t)$, $v_i(x,y,z,t)$, $i=1,2,3$ — компоненты векторов перемещений твердой и жидкой фаз.

Связь между тензором полных напряжений Γ_{ij} и деформациями твердой e_{ij} и жидкой ε_{ij} фаз выражается в виде

$$\sigma_{ij}^s=Ae\delta_{ij}+2Ne_{ij}+Q\varepsilon\delta_{ij}, \tag{1.2}$$

$$\sigma^f=Q\vartheta+R\varepsilon,$$

$$\vartheta=u_{i,i}^{(2)},\quad \varepsilon=v_{i,i},$$

$$\Gamma_{ij}=\sigma_{ij}^s+\delta_{ij}\sigma^f,$$

где δ_{ij} — символ Кронекера, σ_{ij}^s — тензор напряжений, действующих в упругом скелете, σ^f — давление, действующее на жидкость в порах. A, N, Q, R — механические постоянные гетерогенной среды, которые могут быть выражены через модули объемной сжимаемости твердой фазы K_{s}, жидкой фазы K_{mix} и пористость [8, 13]. При этом модуль объемного сжатия жидкой фазы зависит от степени ее насыщения газом m_g в объемном отношении и модулей объемного сжатия газа K_g и жидкости K_f

$$\frac{1}{K_{mix}}=\frac{1-m_g}{K_f}+\frac{m_g}{K_g},$$

$\rho_{12}<0$ — коэффициент динамической связи упругого скелета и жидкости. Коэффициенты динамической плотности выражаются формулами

$$\rho_{11}=(1-m)\rho_s-\rho_{12},$$

$$\rho_{22}=(1-m)\rho_f-\rho_{12},$$

где ρ_s, ρ_f — плотности сред упругого скелета и жидкости, m — пористость среды, $b=\frac{\eta m^2}{k_o}$, η — коэффициент вязкости жидкости, k_o — коэффициент проницаемости.

На границе раздела сред задаются условия жесткого сцепления и непроницаемости границы

$$\mathbf{u}^{(1)}(x,y,z,t)\Big|_{z=-h}=\mathbf{u}^{(2)}(x,y,z,t)\Big|_{z=-h},$$

$$\partial u_3^{(2)}(x,y,z,t)/\partial t\Big|_{z=-h}= \\ =\partial v_3(x,y,z,t)/\partial t|_{z=-h}, \tag{1.3}$$

$$\Gamma_{i3}(x,y,z,t)|_{z=-h}=\sigma_{i3}^{(1)}(x,y,z,t)\Big|_{z=-h},$$

$$i=1,2,3.$$

Замыкают постановку краевой задачи условия излучения энергии упругих волн на бесконечность [14].

2. Построение решения и анализ результатов

Введем подвижную систему координат, связанную с движущейся нагрузкой, и рассмотрим установившийся режим колебаний. Для перемещений и напряжений имеет место представление вида

$$\mathbf{u}^{(n)}(x,y,z,t)=\mathbf{u}^{(n)\circ}(x^*-Vt,y,z)e^{-i\omega t}, \tag{2.1}$$

$$n=1,2.$$

Ниже будем оперировать с амплитудными значениями функций в подвижной системе координат, знак «°» опустим. Матрица Грина для уравнений (1.1)–(1.3) строится с помощью двумерного преобразования Фурье. Вектор перемещений в гетерогенной среде представляются в виде комбинации потенциальных и вихревой частей. Аналитическое построение матрицы Грина для многослойной гетерогенной среды при $V=0$ подробно описано в [15]. В случае движущейся нагрузки дифференциальные операторы по времени, входящие в уравнения состояния (1.1), изменятся, что следует из (2.1). Для построения матрицы Грина в подвижной системе координат, связанной с приложенной нагрузкой, в матрице, построенной для гармонической задачи, необходимо сделать замену

$$\omega\Rightarrow\omega-\alpha V, \tag{2.2}$$

где α — параметр преобразования Фурье по координате, совпадающей с направлением движения. Симметрия относительно параметров преобразования Фурье α, β исчезает, что обусловлено наличием движения системы координат по оси абсцисс.

Удовлетворяя граничным условиям задачи, приходим к системе алгебраических уравнений относительно неизвестных функций, которые являются двумерными преобразованиями Фурье от контактных напряжений на стыке слоев. Эти функции определяются через преобразование Фурье от поверхностной нагрузки. В среде Maple реализована программа, позволяющая провести возникающие при этом громоздкие преобразования.

Перемещения слоя и подстилающего гетерогенного полупространства среды в подвижной системе координат x^*, y, z имеют следующую структуру:

$$u_k^{(n)}(x^*,y,z) = \iint\limits_{\Gamma} \sum_{j=1}^{n+1} \frac{R_{kj}^{(n)}(\alpha,\beta,z,V)}{\Delta(\alpha,\beta,V)} \times \\ \times \exp(S_j(\alpha,\beta))d\alpha d\beta, \quad (2.3)$$

$$S_j(\alpha,\beta) = \sigma_j^{(n)}(\alpha,\beta)z + i(\alpha x^* + \beta y),$$
$$k = 1,2,3.$$

При $n = 1$, что соответствует верхнему слою,

$$\sigma_j^{(1)} = \sqrt{u^2 - \theta_i^2}, \quad \theta_1^2 = \frac{\tilde{\omega}^2}{V_p^2},$$

$$\theta_2^2 = \frac{\tilde{\omega}^2}{V_s^2}, \quad \tilde{\omega} = \omega - \alpha V.$$

Здесь V_p, V_s — скорости распространения продольных и поперечных волн. Для подстилающего полупространства при $n = 2$ имеется три различные фазовые функции, соответствующие трем типам волн, распространяющихся в гетерогенной среде со скоростями V_j, $j = 1,2,3$

$$\sigma_j^{(2)} = \sqrt{u^2 - \vartheta_j^2}, \quad \vartheta_j = \tilde{\omega}/V_j,$$

$$V_j = \sqrt{\frac{H}{\rho\varsigma_j}}, \quad j = 1,2,3.$$

Величины ς_j являются корнями уравнения:

$$\Delta q\zeta^2 - (q_{11}\gamma_{22} + q_{22}\gamma_{11} - 2q_{12}\gamma_{12})\zeta + \Delta\gamma = 0;$$

$$\Delta\gamma = \gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}^2, \quad \Delta q = q_{11}q_{22} - q_{12}^2,$$

$$m_j = \frac{\gamma_{12} - \varsigma_j q_{12}}{\varsigma_j q_{22} - \gamma_{22}} = \frac{\gamma_{11} - \varsigma_j q_{11}}{\varsigma_j q_{12} - \gamma_{12}}, \quad j = 1,2;$$

$$q_{11} = (A + 2N)/H,$$

$$q_{12} = Q/H, \quad q_{22} = R/H,$$

$$\gamma_{11} = (\rho_{11} + ib/\tilde{\omega})/\rho, \quad \gamma_{12} = (\rho_{12} - ib/\tilde{\omega})/\rho,$$

$$H = A + 2N + Q + R,$$

$$\gamma_{22} = (\rho_{22} + ib/\tilde{\omega})/\rho,$$

$$\rho = \rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22}.$$

Перейдем в (2.3) к полярным координатам α, $\beta \Rightarrow u$, γ. Ввиду громоздкости выражений, приведем только подынтегральные функции, необходимые для вычисления вертикальной компоненты волнового поля, возникающего на поверхности слоя $R_{33}^{(1)}(u,\gamma,0,V)$, $\Delta(u,\gamma,V)$

$$\Delta(u,\gamma,V) = d_2\delta_3^2 + d_1\delta_3 + d_0, \quad (2.4)$$

$$d_0 = (b_{11}b_{22} + u^2 b_{12}b_{21})\delta_1^2\delta_2^2,$$

$$d_1 = [(e_3 b_2 + \sigma_1^{(1)} b_3 b_{11} + \sigma_2^{(1)} b_4 b_{22})\delta_1 + \\ + (e_3 b_1 + \sigma_2^{(1)} b_3 b_{22} + \sigma_1^{(1)} b_4 b_{11})\delta_2]\delta_1\delta_2,$$

$$d_2 = e_1\delta_2^2 + [-\sigma_1^{(1)}\sigma_2^{(1)}(b_3^2 + b_4^2) + \\ + 2u^2 b_1 b_2]\delta_1\delta_2 + e_2\delta_1^2,$$

$$e_i = u^2 b_i^2 - \sigma_1^{(1)}\sigma_2^{(1)} b_3 b_4, \quad i = 1,2,$$

$$e_3 = u^2(b_{12} - b_{21}),$$

$$R_{33}^{(1)}(u,\gamma,0) = (d_6\delta_3^2 + d_5\delta_3 + d_4)P(u,\gamma),$$

$$d_6 = 4\sigma_1^{(1)}(b_4 e_1\delta_2 + b_3 e_2\delta_1),$$

$$d_4 = -\sigma_1^{(1)} e_4(b_3\delta_2 + b_4\delta_1)\delta_1\delta_2,$$

$$d_5 = b_{22}(e_1\delta_2^2 + e_2\delta_1^2) + \delta_1\delta_2 e_4,$$

$$e_4 = b_{22}(b_3^2 + b_4^2)\sigma_1^{(1)}\sigma_2^{(1)} + 4b_3 b_4 b_{11}(\sigma_1^{(1)})^2 + \\ + 2u^2 b_1 b_2 b_{22} + 2\sigma_1^{(1)} e_3(b_2 b_4 + b_1 b_3),$$

$$b_{11} = \left(2q_{33}\sigma_3^{(2)} l_4 + \gamma_{13}(q_{41} - q_{42})\right) u^2 + \\ + (l_1 - l_2)\sigma_3^{(2)},$$

$$b_{12} = 2\left((\sigma_2^{(2)} - \sigma_1^{(2)})\gamma_{13} + l_4\right)u^2 + \\ + 2l_3 - k_3 l_4,$$

$$b_{21} = -l_1\gamma_{13} - 2l_3 q_{33} + l_1 - l_2, \quad b_{22} = l_3,$$

$$\delta_3 = (l_1 - l_2)(\alpha^2 + (\sigma_3^{(2)})^2) - 2l_1\gamma_{13} - 4l_3,$$

$$l_1 = 2q_{33}u^2(\sigma_2^{(2)} - \sigma_1^{(2)}) - q_{41}\sigma_2^{(2)} + q_{42}\sigma_1^{(2)},$$

$$l_2 = 2q_{33}u^2(\sigma_2^{(2)}m_2 - \\ - \sigma_1^{(2)}m_1) - q_{41}\sigma_2^{(2)}m_2 + q_{42}\sigma_1^{(2)}m_1,$$

$$l_3 = \sigma_1^{(2)}\sigma_2^{(2)}\sigma_3^{(2)}(m_1 - m_2),$$

$$l_4 = (m_2 - 1)\sigma_2^{(2)} - (m_1 - 1)\sigma_1^{(2)},$$

$$b_1 = 2(\gamma_o c_1^- c_2^+ - \sigma_1^{(1)}\sigma_2^{(1)} c_2^- c_1^+),$$

$$b_2 = 2(\gamma_o c_2^- c_1^+ - \sigma_1^{(1)}\sigma_2^{(1)} c_1^- c_2^+),$$

$$b_3 = \theta_2^2\, c_1^- c_2^-, \quad b_4 = \theta_2^2,$$

$$\delta_1 = \gamma_o^2 c_1^- c_2^+ - u^2\sigma_1^{(1)}\sigma_2^{(1)} c_2^- c_1^+,$$

$$\delta_2 = \gamma_o^2\, c_2^- c_1^+ - u^2\sigma_1^{(1)}\sigma_2^{(1)} c_1^- c_2^+,$$

$$\gamma_o^= u^2 + (\sigma_2^{(1)})^2, \quad c_i^\pm = 1 \pm e^{-2\sigma_i^{(1)}h}.$$

Здесь $P(u,\gamma)$ — двойное преобразование Фурье от поверхностной равнораспределенной нагрузки в движущейся системе координат.

Контур интегрирования Γ в выражении (2.3) выбирается с учетом принципов излучения волн на бесконечность [14], для чего необходимо изучить особенности подынтегральных функций. Знаменатель подынтегральных выражений в (2.3) определяет дисперсионные множества среды

$$\Delta(u,\gamma,V) = 0. \tag{2.5}$$

В случае идеальной жидкости, заполняющей поры, и в отсутствии вязкости в упругом слое дисперсионное уравнение (2.5) при $V = 0$ имеет действительные дисперсионные кривые $u_k^0 = \xi_k(\omega)$, не зависящие от γ. При докритических скоростях движения действительные части нулей образуют несимметричную поверхность в пространстве, это же показано для упругого полупространства в [8]. Скорости движения нагрузки, удовлетворяющие условиям: $V < V_R$, $V < V_i$, $i = 1,2,3$, где V_R — скорость распространения поверхностных волн Рэлея в верхнем слое, V_i, $i = 1,2,3$ — скорости распространения быстрой, медленной продольных и сдвиговых волн в гетерогенной среде, будем называть докритическими. Наличие вязкой жидкости в порах среды, внутреннего трения в упругом слое приводят к смещению нулей в комплексную плоскость, что обуславливает диссипацию энергии. Наибольший интерес представляют нули, имеющие малую комплексную часть, как генерирующие слабо затухающие поверхностные волны. Первый ноль $u_1^0 = u_1^0(\gamma)$ уравнения (2.5), имеющий комплексную составляющую, порядка 10^{-4} порождает наиболее энергетическую и слабо затухающую поверхностную волну. Наличие движущейся нагрузки приводит к зависимости скоростей распространения волн относительно их направления к движущемуся источнику. Чем больше скорость движения, тем сильнее асимметрия нейтральной поверхности, тем более разнятся скорости распространения волн перед и после движущейся нагрузки, которые обратно пропорциональны величине нуля.

Фазовая скорость распространения волн минимальна перед движущейся нагрузкой и максимальна за ней. Кроме этого, скорость распространения поверхностных волн зависит от пористости, насыщенности подстилающего основания газом и жидкостью [15]. При увеличении жесткости обводненного основания и при уменьшении пористости значение полюса уменьшается, следовательно, скорость распространения поверхностной волны увеличивается.

На основании формулы (2.3) для расчета перемещений в ближней от нагрузки зоне реализован численный алгоритм, причем формулы (2.4) обеспечивают ограниченный рост подынтегральной функции при $u \to \infty$ и отсутствие неопределенностей, приводящих к потери точности счета.

По мере удаления от области приложения нагрузки осцилляция подынтегральной функции усиливается, что требует использования асимптотических методов.

Напряженно-деформированное состояние в дальней от источника возмущений зоне описывается асимптотическим представлением, полученным из (2.3) применением двумерного метода стационарной фазы [16]. Для построения асимптотических формул, описывающих поверхностные волны, генерируемые движущейся нагрузкой, перейдем в формулах (2.3) к цилиндрическим координатам x^*, y, $z \Rightarrow \rho$, φ, z. Внутренний несобственный интеграл по переменной u вычисляется по теории выче-

тов [17]. При этом используется легко обращаемая аппроксимация дисперсионной кривой, соответствующей $V = 0$, что позволяет с заданной степенью точности построить аналитическое выражение для зависимости нулей дисперсионного уравнения (2.4) от полярного угла γ и скорости движения V в соответствии с формулой (2.2). В случае невысоких частот колебаний $\omega < 200$ Гц достаточно использовать линейное представление дисперсионной кривой $u_k^0 = \xi_k\omega$, $\operatorname{Re}\xi_k > 0$. Причем, в случае движущейся нагрузки соответствующая дисперсионная поверхность имеет следующую зависимость:

$$u_k^0(\gamma) = \frac{\xi_k\omega}{1 + \xi_k V/V_s \cos\gamma}. \qquad (2.6)$$

При докритических скоростях движения характер поведения дисперсионной поверхности и количество ветвей при фиксированной частоте остается неизменным.

Вычет подынтегральной функции, зависящей от параметра, находится численно, при $\cos(\gamma - \varphi) < 0$

$$u_3^{(1)}(r,\varphi,0) = \frac{i}{2\pi}\sum_k \int\limits_{\varphi+0,5\pi}^{\varphi+1,5\pi} \tilde{R}_k(u_k^0(\gamma),\gamma)\times \\ \times \exp(ir\tilde{S}_k(\gamma,\varphi))d\gamma, \qquad (2.7)$$

$$\tilde{S}_k(\gamma,\varphi) = u_k^0(\gamma)\cos(\gamma-\varphi),$$

$$\tilde{R}_k(u_k^0(\gamma),\gamma) = \frac{\sum\limits_{k=1}^{3} R_{33}^{(1)}(u_k^0(\gamma),\gamma,0,V)}{\left.\frac{\partial\Delta(u,\gamma,V)}{\partial u}\right|_{u=u_k^0(\gamma)}}.$$

Внешний конечный интеграл по переменной γ в (2.7) вычисляется методом стационарной фазы, причем стационарные точки, фазовые функции и их производные вычисляются теперь аналитически. Для двухслойного пористо-упругого полупространства для каждой фазовой функции существует единственная стационарная точка γ_{0k}, характеризующая скорость генерируемой поверхностной волны и обеспечивающая выполнение условий излучения волн. Стационарная точка зависит от скорости движения V и полярного угла наблюдения φ следующим образом:

$$\gamma_{0k} = \pi + \arccos\xi_k V\sin\varphi. \qquad (2.8)$$

Асимптотические формулы, описывающие возмущения поверхности среды имеют вид

$$u_3^1(r,\varphi,0) = \sum_k \frac{\exp(ir\tilde{S}(\gamma_{0k},\varphi) - i\pi/4)}{\sqrt{2\pi r\left|\tilde{S}''_\gamma(\gamma_{0k},\varphi)\right|}}\times \\ \times \tilde{R}_k(u_k^0(\gamma_{0k}),\gamma_{0k}). \qquad (2.9)$$

3. Результаты численного анализа и выводы

В случае идеальной жидкости, заполняющей поры двухкомпонентной среды, поле перемещений на поверхности убывает как $\sqrt{r}$, диссипация в среде, наличие вязкой жидкости в порах приводит к затуханию распространяющихся поверхностной и внутренних волн не по степенному, а по экспоненциальному закону. Следует отметить, что показатель экспоненты для реальных грунтовых сред [13] является весьма малой величиной.

Результаты анализа гетерогенных сред в большой мере зависят от исходных данных, определяющих поведение среды. В статье [13] обобщены экспериментальные данные, полученные для одиннадцати различных грунтовых сред, позволяющие полностью описать систему уравнений Био через модули объемной сжимаемости. Приняты следующие значения механических характеристик, отвечающие насыщенному водой и воздухом песчанику:

$$K_s = 3,5\cdot 10^{10}\ \text{Па}, \quad K_b = 0,43\cdot 10^9\ \text{Па},$$
$$K_f = 2,25\cdot 10^9\ \text{Па}, \quad K_g = 0,145\cdot 10^6\ \text{Па},$$

$$\rho_s = 2,6\cdot 10^3\ \text{кг/м}^3, \quad \rho_f = 1\cdot 10^3\ \text{кг/м}^3,$$
$$\rho_g = 1,1\ \text{кг/м}^3, \quad m = 0,4;\ m_g = 0,01.$$

Этим данным соответствуют следующие скорости распространения волн: $V_1 = 571,6$ м/с, $V_2 = 69,4$ м/с, $V_3 = 234,4$ м/с. Скорости распространения продольной и сдвиговой волн в упругом слое $V_p = 207$ м/с, $V_s = 120$ м/с, $\rho = 1700$ кг/м^3.

Анализ волнового поля в составной среде и на ее поверхности проведен на основе асимптотических представлений (2.9), а также интегральных представлений решений (2.4) вблизи траектории движения возмущений, для чего составлен пакет программ.

Движущаяся нагрузка создает «нагонную волну» перед источником. При докритических скоростях движения впереди движущейся нагрузки $\varphi = 0$ амплитуда перемещений, как

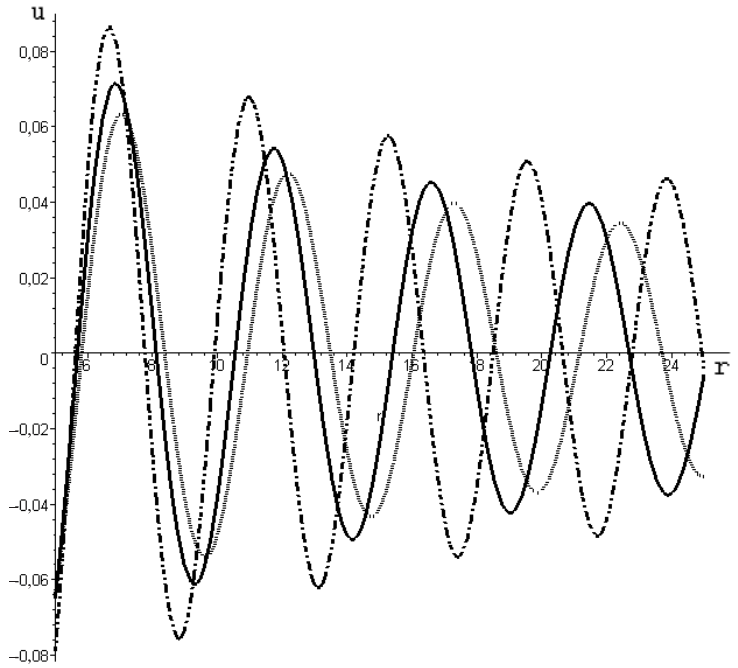

Рис. 1. Действительные части перемещений поверхности среды при $\omega = 100$ Гц

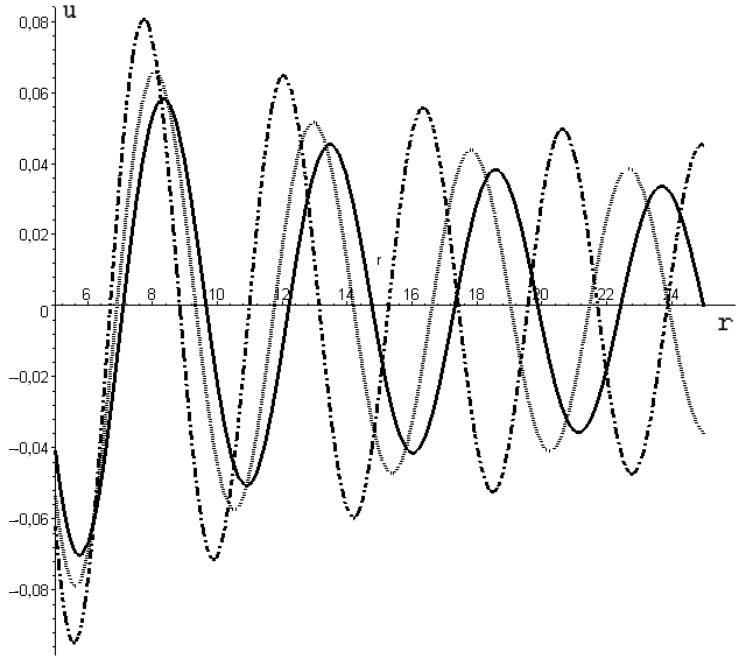

Рис. 2. Мнимые части перемещений поверхности среды при $\omega = 100$ Гц

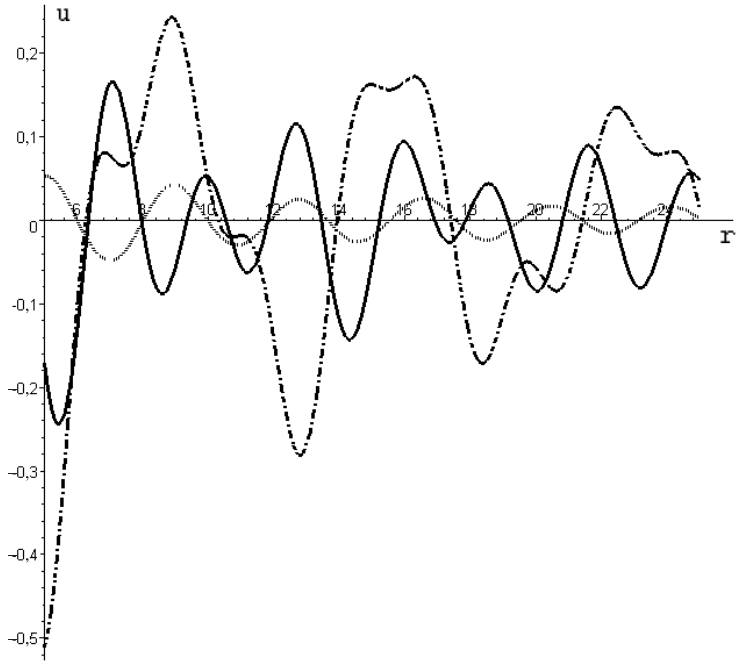

Рис. 3. Действительные части перемещений поверхности среды при $\omega = 200$ Гц

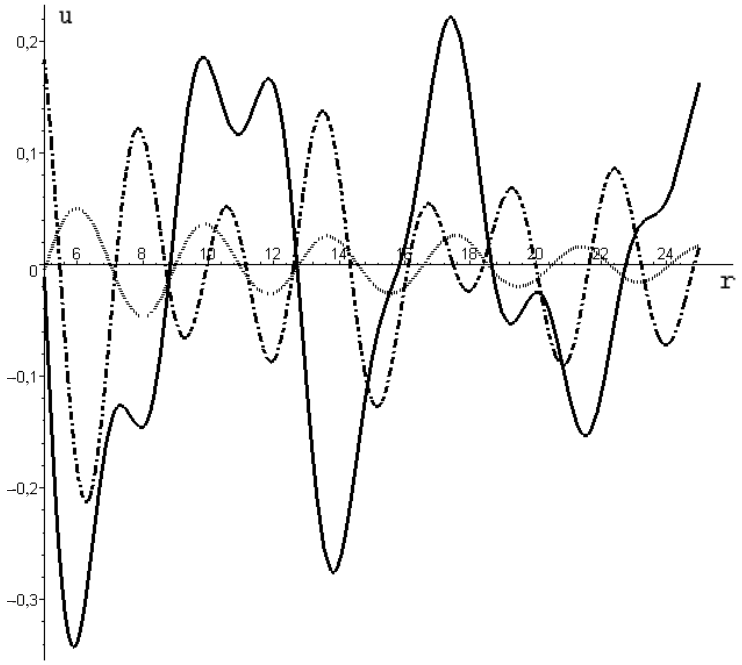

Рис. 4. Мнимые части перемещений поверхности среды при $\omega = 200$ Гц

правило, существенно больше, чем в симметричной точке поверхности $\varphi = \pi$, расположенной за источником возмущений. Чем больше скорость движения, тем больше эта разность. Этот факт иллюстрируют рис. 1–4, на которых приведены действительные (рис. 1 и рис. 3) и мнимые (рис. 2 и рис. 4) части перемещений поверхности среды в зависимости от расстояния. Скорость движения равна $V = 30$ м/с. Сплошная линия соответствует $\varphi = 0$, прерывистая — $\varphi = \pi/4$, пунктирная — $\varphi = \pi/2$

При различных углах распространения волн амплитуда перемещений изменяется в значительной степени. Максимальное значение перемещения достигают не в единственном направлении $\varphi = 0$, а в двух симметричных при $\varphi = \pm\varphi_0$, причем φ_0 зависит от скорости движения и свойств среды. Увеличение частоты осцилляции изменяет характер возмущенной поверхности. Рис. 1 и рис. 2 отвечают частоте осцилляции 100 Гц, по поверхности распространяется одна волна. На рис. 3 и рис. 4 частота осцилляции 200 Гц соответствует трем распространяющимся с разными скоростями поверхностным волнам, при этом возрастает и амплитуда перемещений, и степень деформации поверхности.

Увеличение пористости подстилающего гетерогенного полупространства, обводненности и газонасыщенности приводят к понижению скоростей распространяющихся волн, что в значительной степени изменяет волновое поле, генерируемое движущейся поверхностной нагрузкой.

При возрастании скорости движения V и приближении к одной из характерных скоростей распространения волн в слоистой среде, амплитуда перемещений возрастает, при совпадении — перемещения, определяемые соотношениями (2.3), (2.9), терпят разрыв.

Заключение

Неоднородность строения слоистого гетерогенного основания, степень его обводненности и газонасыщенности вызывает существенное увеличение амплитуд волновых полей, генерируемых движущимися осциллирующими нагрузками и изменяют характер распределения напряженно-деформированного состояния.

С увеличением скорости движения возрастает амплитуда перемещений, генерируемых движущимся объектом. Распределение возмущений имеет сложное строение, вызывает повышенную деформацию боковых областей среды, прилегающих к области воздействия нагрузки.

Вид и механические свойства основания существенно определяют критическую скорость распространения волн в среде, при приближении к которой следует ожидать резкое возрастание колебаний. Это особенно опасно для слабых, заболоченных почв, где скорость около 180 км/ч может оказаться критической.

Результаты работы позволяют прогнозировать напряженно-деформированное состояние грунтового основания при изменении уровня грунтовых вод, полной или частичной насыщенности жидкостью, наличия подкрепляющих слоев. На основании решения модельной задачи выявляются наиболее неблагоприятные факторы, которые необходимо учитывать при выборе конструкции автомагистралей, участков железных дорог, предназначенных для скоростного движения.

Литература

1. *Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф.* Динамика неоднородных линейно-упругих сред. М.: Наука, 1989. 343 с.
2. *Белоконь А.В., Наседкин А.В.* Волны в неоднородном по толщине слое, вызванные движущимися нагрузками // ПММ. 1987. Т. 51. В. 2. С. 296-302.
3. *Krylov V.V., Dawson A.R., Heelis M.E., Coollop A.C.* Rail movement and ground Waves caused by High-speed Trains // Proc. Inst. Mechanical Engineers, P.F. 2000. Vol. 214. P. 263–270.
4. *Александров В.М., Зайцева Е.С.* Антиплоская задача о движении сосредоточенной касательной нагрузки по двухслойному упругому основанию с постоянной скоростью // ПММ. 2001. В. 1. С. 129–135.
5. *Kalinchuk V.V., Belyankova T.I., Hubert W., Schmid G.* Dynamic behavior of a layered inhomogeneous medium under the action of an oscillating load moving on its surface // Proc. Of the 4th Intern. Conf. On Structural Dynamics “Eurodyn 2002”, Munich, Germany. Balkema, 2002. Vol. 2. P. 1273–1278.
6. *Суворова Т.В.* Некоторые особенности генерации поверхностных волн движущимися источниками // Известия Вузов. Северо-Кавказский регион, естественные науки. Специальный выпуск. 2001. С. 144–146.
7. *Колесников В.И., Суворова Т.В.* Моделирование динамического поведения системы «верхнее строение железнодорожного пути – слоистая грунтовая среда». М.: ВИНИТИ РАН, 2003. 232 с.

8. *Wilmanski K.* Linear sound waves in poroelastic materials // WIAS-Preprint. 2004. № 950. P. 1–12.
9. *Молотков Л.А.* Исследование распространения волн в пористых и трещиноватых средах на основе эффективных моделей Био и слоистых сред. СПб.: Наука, 2001. 248 с.
10. *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
11. *Био М.А.* Механика деформирования и распространения акустических волн в пористой среде // Механика. Период. сб. переводов иностр. статей. 1963. В. 6. № 82. С. 103–134.
12. *Николаевский В.Н.* Механика насыщенных пористых сред. М.: Наука, 1970. 336 с.
13. *Chao-Lung Yeh, Wei-Cheng Lo, Jan Chyan-Deng* An assessment of characteristics of acoustic wave propagation and attenuation trough eleven different saturated soils // J. Acoust. Soc. 2005. № 4. P. 127–136.
14. *Ворович И.И., Бабешко В.А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 319 с.
15. *Суворова Т.В., Беляк О.А.* О колебаниях многослойного гетерогенного полупространства под действием осциллирующей нагрузки // Труды РГУПС. 2006. В. 2(3). С. 127–134.
16. *Федорюк М.В.* Асимптотика: интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.
17. *Свешников Ф.Г., Тихонов А.Н.* Теория функций комплексной переменной. М.: Наука, 1967. 304 с.

Ключевые слова: пористоупругое полупространство, движущаяся осциллирующая нагрузка, волновое поле

Статья поступила 20 декабря 2007 г.
Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону
© Суворова Т. В., Беляк О. А., Усошин С. А., 2008