УДК 629.7.015.3

ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗОВОЙ СТРУИ ИЗ СВЕРХЗВУКОВОГО СОПЛА

Фиалкова Е. А.[1]

THE OUTFLOW OF A GAS JET FROM A SUPERSONIC NOZZLE

Fialkova E. A.

The appearance of shocks has been theoretically proved during the outflow of a stream from supersonic nozzles. Based on the hypothesis of liquid phase discretization, the bivariate model of the stream flowing away from a nozzle has been surveyed. The expressions for a flow rate at each point, its density, temperature and pressure are theoretically obtained. The calculations connected with the obtained formulas have shown good coincidence with literary experimental data on the outflow of the airflow from a supersonic nozzle. The theoretically calculated form of the stream coincides well with the experiment, where the process of the supersonic outflow is captured in photos.

Процесс истечения газовой струи из сопла нашёл широкое применение в молочной промышленности в процессе сушки, выпаривания (в термокомпрессорах), а также в смесителях, стерилизаторах, гомогенизаторах и т. д. Гидравлическому расчету таких сопел в литературе уделено большое внимание.

Экспериментальные исследования процесса истечения из сопла показали, что использование для его описания традиционных уравнений гидродинамики справедливо только в определённых границах изменения давления. В сверхзвуковом газовом потоке, при больших числах Маха (M > 1) появляются периодические скачки уплотнения. На рис. 1 показана фотография сверхзвукового газового потока, выходящего из сужающегося сопла. Наблюдается ярко выраженная волновая конфигурация потока, что никоим образом не следует из классической теории, основанной на уравнениях Навье–Стокса.

Математическое описание процесса истечения сверхзвуковых газовых струй сводится к качественному объяснению появления зон разряжения и сжатия потока за соплом, в основу которого положена гипотеза об отражении волн от свободной границы струи [1]. Однако на приведённой фотографии хорошо просматривается искривлённая траектория частиц потока, следовательно, необходимо учитывать факторы, вызывающие и объясняющие искривления траектории. В настоящей работе предпринята попытка проанализировать характер истечения газового потока, используя выводы гипотезы дискретности жидкой фазы [2].

Сначала рассмотрим двумерную модель потока, вытекающего из сопла.

Для плоского потока воспользуемся уравнением Эйлера для идеальной сжимаемой жидкости

$$V_x\frac{\partial V_x}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_x}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_\Pi}\frac{\partial P}{\partial x}, \qquad (1)$$

$$V_x\frac{\partial V_y}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_y}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_\Pi}\frac{\partial P}{\partial y}, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_\Pi V_x}{\partial x}+\frac{\partial \rho_\Pi V_y}{\partial y}=0, \qquad (3)$$

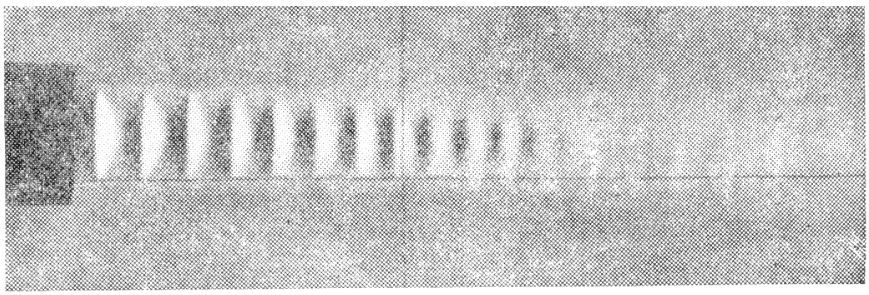
где $V_{x,y}$ — проекции вектора скорости V на оси x и y соответственно, м/с; x, y — координаты на плоскости, м; ρ_Π — плотность потока, кг/м^3; P — давление потока, Па.

Дифференцируя уравнение неразрывности (3), выразим градиенты давления через скорость распространения звука a

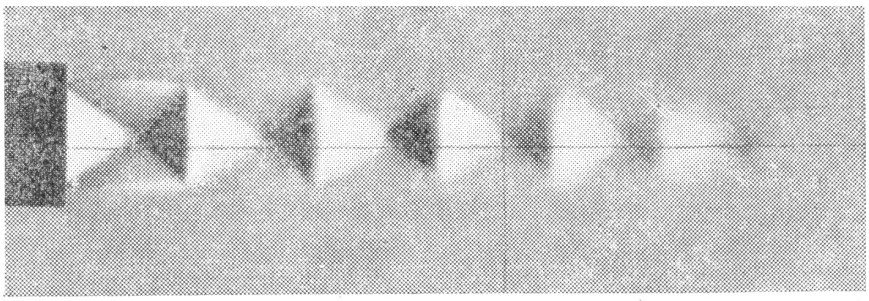
$$\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{\partial P}{\partial \rho_\Pi}\frac{\partial \rho_\Pi}{\partial x}=a^2\frac{\partial \rho_\Pi}{\partial x}, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial P}{\partial \rho_\Pi}\frac{\partial \rho_\Pi}{\partial y}=a^2\frac{\partial \rho_\Pi}{\partial y}. \qquad (5)$$

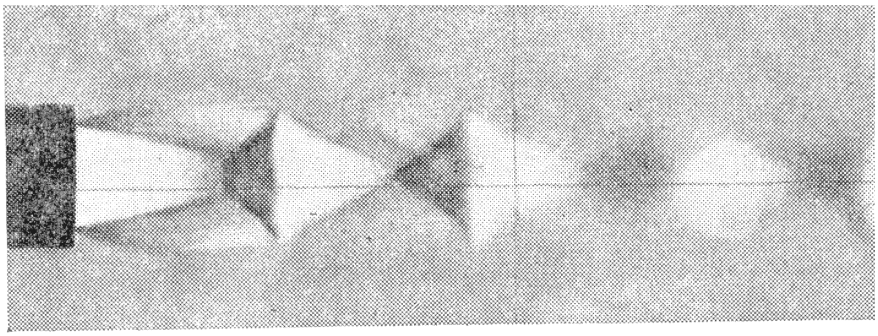
[1]Фиалкова Евгения Александровна, д-р техн. наук, профессор кафедры технологического оборудования Вологодской государственной молочнохозяйственной академии им. Н. В. Верещагина; e-mail: techoblab@molochnoe.ru



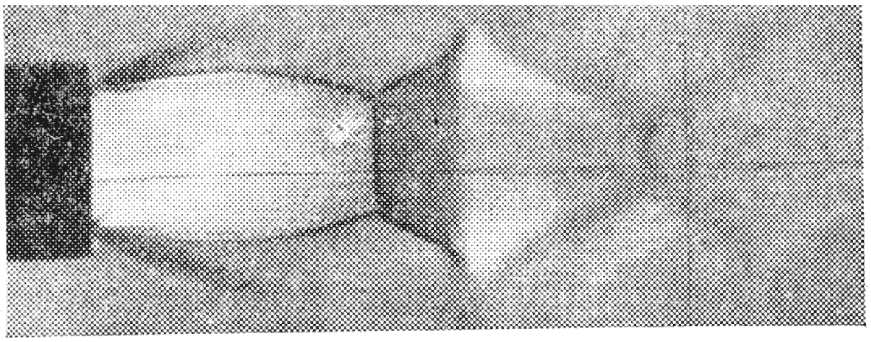
а)



б)



в)



г)

Рис. 1. Экспериментальные данные М. Е. Дейча по истечению воздуха из суживающегося осесимметричного сопла при сверхкритических перепадах давления: а) $\varepsilon_a = 0,510$, $\mathrm{M} = 1,077$; б) $\varepsilon_a = 0,412$, $\mathrm{M} = 1,244$; в) $\varepsilon_a = 0,267$, $\mathrm{M} = 1,59$; г) $\varepsilon_a = 0,110$, $\mathrm{M} = 2,251$, где M — число Маха, ε_a — коэффициент, характеризующий изменение давления полного торможения

Подставляя (4) и (5) в (1) и (2), а затем в (3), будем иметь

$$\left(1-\frac{V_x^{-2}}{a^2}\right)\frac{\partial V_x}{\partial x}+\left(1-\frac{V_y^{-2}}{a^2}\right)\frac{\partial V_y}{\partial y}- \\ -\frac{V_xV_y}{a^2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y}+\frac{\partial V_y}{\partial x}\right)=0. \quad (6)$$

Если представить скорости V_x и V_y в виде функции, зависящей от потенциала скорости ϕ

$$V_x=\frac{\partial\phi}{\partial x}, \quad V_y=\frac{\partial\phi}{\partial y}, \quad (7)$$

то уравнение (6) примет вид

$$\left(1-\frac{V_x^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+ \\ +\left(1-\frac{V_y^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}-\frac{2V_xV_y}{a^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}=0. \quad (8)$$

С целью упрощения в уравнении (8) учтём лишь первые два слагаемых

$$\left(1-\frac{V_x^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\left(1-\frac{V_y^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0. \quad (9)$$

Возвращаясь от потенциала скоростей ϕ к скоростям V_x и V_y, будем иметь

$$\left(1-\frac{V_x^2}{a^2}\right)\frac{\partial V_x}{\partial x}+\left(1-\frac{V_y^2}{a^2}\right)\frac{\partial V_y}{\partial y}=0. \quad (10)$$

Линеаризируем (10), усредняя выражения в скобках по сечению потока

$$\left(1-\frac{\tilde V_x^2}{a^2}\right)\frac{\partial V_x}{\partial x}+\left(1-\frac{\tilde V_y^2}{a^2}\right)\frac{\partial V_y}{\partial y}=0. \quad (11)$$

Учитывая внутрижидкостные межмолекулярные взаимодействия в соответствии с гипотезой дискретности жидкой фазы [3], вместо (11) получим

$$\left(1-\frac{\tilde V_x^2}{a^2}\right)\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\lambda^2}{\pi^2}\left(\frac{\partial^2V_x}{\partial x^2}\right)\right]+ \\ +\left(1-\frac{\tilde V_y^2}{a^2}\right)\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\lambda^2}{\pi^2}\left(\frac{\partial^2V_y}{\partial y^2}\right)\right]=0, \quad (12)$$

$$\left(1-\frac{\tilde V_x^2}{a^2}\right)\frac{\partial^3V_x}{\partial x^3}+\left(1-\frac{\tilde V_y^2}{a^2}\right)\frac{\partial^3V_y}{\partial y^3}=0. \quad (13)$$

Заменяя вновь скорости через потенциал ϕ, из (7) имеем

$$\left(1-\frac{\tilde V_x^2}{a^2}\right)\frac{\partial^4\phi}{\partial x^4}+\left(1-\frac{\tilde V_y^2}{a^2}\right)\frac{\partial^4\phi}{\partial y^4}=0, \quad (14)$$

$$\phi=e^{k_1x+k_2y}\big[C_1\sin(k_1x+k_2y)+ \\ +C_2\cos(k_1x+k_2y)\big]+ \\ +e^{k_3x+k_4y}\big[C_3\sin(k_3x+k_4y)+ \\ +C_4\cos(k_3x+k_4y)\big], \quad (15)$$

где k_1, k_2, k_3, k_4, C_1, C_2, C_3, C_4 — постоянные коэффициенты.

Введем новые постоянные

$$X=\arcsin\frac{C_2}{\sqrt{C_1^2+C_2^2}}+\frac{\pi}{4}, \\ Y=\arcsin\frac{C_4}{\sqrt{C_3^2+C_4^2}}+\frac{\pi}{4}. \quad (16)$$

Преобразуем (15) к следующему виду:

$$\phi=e^{k_1x+k_2y}\sqrt{C_1^2+C_2^2}\times \\ \times\sin\left(k_1x+k_2y+X-\frac{\pi}{4}\right)+ \\ +e^{k_3x+k_4y}\sqrt{C_3^2+C_4^2}\times \\ \times\sin\left(k_3x+k_4y+Y-\frac{\pi}{4}\right). \quad (17)$$

Учитывая (7), определим скорость V_x

$$V_x=\frac{\partial\phi}{\partial x}=k_1\sqrt{C_1^2+C_2^2}e^{k_1x+k_2y}\times \\ \times\frac{\sqrt2}{2}\sin(k_1x+k_2y+X) \\ +k_3\sqrt{C_3^2+C_4^2}e^{k_3x+k_4y}\times \\ \times\frac{\sqrt2}{2}\sin(k_3x+k_4y+Y). \quad (18)$$

Будем считать, что поток симметричен относительно оси x. Из условия симметрии следует, что $k_3=k_1$, $C_1=C_3$, $C_2=C_4$, $k_4=k_2$.

Определим скорость V_y аналогично тому, как это было сделано для V_x

$$V_y=\frac{\partial\phi}{\partial y}=k_2e^{k_1x+k_2y}\sqrt{C_1^2+C_2^2}\times \\ \times\frac{\sqrt2}{2}\sin(k_1x+k_2y+X)+ \\ +k_4e^{k_3x+k_4y}\sqrt{C_3^2+C_4^2}\times \\ \times\frac{\sqrt2}{2}\sin(k_3x+k_4y+Y). \quad (19)$$

Из условия симметрии потока относительно оси x следует, что

$$\begin{aligned} V_y(x,y) &= -V_y(x,-y), \\ V_x(x,y) &= V_x(x,-y). \end{aligned} \tag{20}$$

Из условия симметрии вертикальной составляющей скорости V_y относительно оси x будем иметь

$$\begin{aligned} & k_2 e^{k_1x+k_2y}\sqrt{C_1^2+C_2^2}\times \\ & \quad\times\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(k_1x+k_2y+X)+ \\ & \quad + k_4 e^{k_3^x+k_4y}\sqrt{C_3^2+C_4^2}\times \\ & \quad\times\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(k_3x+k_4y+Y)= \\ & \quad = -k_2 e^{k_1x-k_2y}\sqrt{C_1^2+C_2^2}\times \\ & \quad \frac{\sqrt{2}}{2}\sin(k_1x-k_2y+X)- \\ & \quad - k_4 e^{k_3x-k_4y}\sqrt{C_3^2+C_4^2}\times \\ & \quad\quad\times\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(k_3x-k_4y+Y). \end{aligned} \tag{21}$$

Для выполнения равенства (21) необходимо, чтобы

$$\begin{aligned} C_2 &= C_4; \quad k_2 = -k_4; \\ C_3 &= C_1; \quad k_1 = k_3. \end{aligned} \tag{22}$$

В результате преобразований (18) и (19) с учетом (22) получим

$$\begin{aligned} V_x &= k_1\sqrt{C_1^2+C_2^2}\times \\ &\quad\times\frac{\sqrt{2}}{2}e^{k_1x}\Big[e^{k_2y}\sin(k_1x+k_2y+X)+ \\ &\quad + e^{-k_2y}\sin(k_1x-k_2y+X)\Big], \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned} V_y &= k_2\sqrt{C_1^2+C_2^2}\times \\ &\quad\times\frac{\sqrt{2}}{2}e^{k_1x}\Big[e^{k_2y}\sin(k_1x+k_2y+X)- \\ &\quad - e^{-k_2y}\sin(k_1x-k_2y+X)\Big]. \end{aligned} \tag{24}$$

В качестве первого граничного условия примем условие прилипания потока к стенкам на выходе из сопла $x = 0$, $y = \pm b$, $V_y = 0$, $V_x = 0$.

Подставим это условие в (23) и (24), тогда

$$\begin{aligned} V_y &= k_2\sqrt{C_1^2+C_2^2}\times \\ &\quad\times\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{e}^{k_1x}\Big[e^{k_2b}\sin(k_2b+X)- \\ &\quad - e^{-k_2b}\sin(-k_2b+X)\Big]=0, \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} V_x &= k_1\sqrt{C_1^2+C_2^2}\times \\ &\quad\times\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{e}^{k_1x}\Big[e^{k_2b}\sin(k_2b+X)+ \\ &\quad + e^{-k_2b}\sin(-k_2b+X)\Big]=0, \end{aligned} \tag{26}$$

откуда $k_2b + X = \pi$.

X — смещение потока вдоль оси x. Считая, что на выходе из сопла скорость минимальна, примем $X = -\pi/2$,

Тогда $k_2b = \frac{\pi}{2}$, $k_2 = \frac{\pi}{2b}$,

$$\begin{aligned} V_y &= \frac{\pi}{2b}C_1\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{e}^{k_1x}\Big[e^{k_2b}\sin\Big(\frac{\pi}{2b}x-\frac{\pi}{2}\Big)- \\ &\quad - e^{-k_2b}\sin\Big(-\frac{\pi}{2b}x-\frac{\pi}{2}\Big)\Big], \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} V_x &= k_1C_1\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{e}^{k_1x}\Big[e^{k_2b}\sin\Big(\frac{\pi}{2b}x-\frac{\pi}{2}\Big)+ \\ &\quad + e^{-k_2b}\sin\Big(-\frac{\pi}{2b}x-\frac{\pi}{2}\Big)\Big], \end{aligned} \tag{28}$$

$$X = \arcsin\frac{C_2}{\sqrt{C_1^2+C_2^2}}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2};$$

$$\arcsin\frac{C_2}{\sqrt{C_1^2+C_2^2}}=\frac{\pi}{4};$$

$$\frac{C_2}{\sqrt{C_1^2+C_2^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}; \quad \sqrt{C_1^2+C_2^2}=\sqrt{2}C_2.$$

Преобразуем (14), учитывая, что усреднённая скорость в вертикальном направлении отсутствует $\tilde{V}_y = 0$,

$$\left(1-\frac{\tilde{V}_x^2}{a^2}\right)k_1^4+k_2^4=0. \tag{29}$$

Так как $k_2 = \frac{\pi}{2b}$, преобразуем последнее выражение, тогда

$$\begin{aligned} k_1^4 &= -\frac{k_2^4}{\left(1-\frac{\tilde{V}_x^2}{a^2}\right)}; \\ k_1 &= \frac{k_2}{\sqrt[4]{\frac{\tilde{V}_x^2}{a^2}-1}} = \frac{\pi}{2b\sqrt[4]{\frac{\tilde{V}_x^2}{a^2}-1}}. \end{aligned} \tag{30}$$

Выразим подкоренное выражение через число Маха

$$k_1 = -\frac{\pi}{2b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}}. \qquad (31)$$

Выражение (31) справедливо только для сверхзвуковых скоростей $\mathrm{M} \geqslant 1$. Подставив (31) в (23), получим

$$V_x = -\frac{\pi C_2}{b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}} e^{-\frac{\pi}{2b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}}x} \times \\ \times \left[e^{\frac{\pi}{2b}y} \sin(\xi^+) + e^{-\frac{\pi}{2b}y} \sin(\xi^-) \right], \qquad (32)$$

$$V_y = \frac{\pi C_2}{b} e^{-\frac{\pi}{2b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}}x} \times \\ \times \left[e^{\frac{\pi}{2b}y} \sin(\xi^+) - e^{-\frac{\pi}{2b}y} \sin(\xi^-) \right], \qquad (33)$$

$$\xi^{\pm} = -\frac{\pi}{2b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}}x \pm \frac{\pi}{2b}y - \frac{\pi}{2}.$$

Упростим выражение для горизонтальной составляющей скорости V_x, усредняя её по высоте потока, исключая экспоненциальную составляющую и соблюдая условие $V_x \geqslant 0$

$$V_x = \frac{8\pi C_2^2}{b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}} \times \\ \times \left[-\cos\left(\frac{\pi}{2b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}}x \right) + 1 \right]. \qquad (34)$$

Допустим, что скорость потока не только положительна, но и не меньше скорости на выходе из сопла, которая определяется по известной формуле [1]

$$c = \sqrt{\frac{2k}{k-1}\mathrm{g}\mathrm{R}T_0 \left(1 - \varepsilon_a^{\frac{k-1}{k}} \right)}, \qquad (35)$$

где T_0 — температура газа на входе в сопло; R — универсальная газовая постоянная; для воздуха $\mathrm{R} = 287,0$ Дж/(кг·К); $\mathrm{g} = 9,8$ м/с^2 — ускорение свободного падения; k — показатель изоэнтропического процесса; $k = C_p/C_v$, для воздуха $k = 1,4$; C_p и C_v — теплоемкости газа при постоянных давлении и объеме, Дж/(кг·К); $\varepsilon_a = P_0/P_a$ характеризует изменение давления полного торможения; P_0 — давление на выходе из сопла, Па; P_a — атмосферное давление.

Если $P_a = 10^5$ Па, то учитывая, что скорость потока не будет меньше, чем в выходном сечении сопла, получим

$$V_x = \frac{2\pi C_2}{b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}} \times \\ \times \left[-\cos\left(\frac{\pi}{2b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}}x \right) + 1 \right] + c. \qquad (36)$$

Далее определим последний неизвестный коэффициент C_2. Скорость потока не может превышать предельную максимально возможную скорость $V_{\max}$, которая определяется по формуле [1]

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}\frac{P_0}{\rho_0}},$$

где ρ_0 — плотность потока на выходе из сопла. Тогда

$$V_{\max} = \frac{4\pi C_2}{b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}} + c, \qquad (37)$$

откуда

$$C_2 = \frac{1}{4\pi}\left[\sqrt{\frac{2k}{k-1}\frac{P_0}{\rho_0}} - c \right] b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}. \qquad (38)$$

В окончательном виде приближённое выражение для скорости примет вид

$$V_x = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{2k}{k-1}\frac{P_0}{\rho_0}} - c \right] \times \\ \times \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{2b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}}x \right) \right] + c. \qquad (39)$$

Учитывая, что расход $G = gF\rho_{\Pi}c$, кг/с, где F — площадь сечения сопла, м^2, $F = 2bh$, h — ширина сопла, $2b$ — высота сопла, рассчитаем форму потока за соплом в зависимости от координаты x

$$l = \frac{G}{V_x h g \rho_{\Pi}} = 2bc\left\{ \frac{1}{2}\left[a_0\sqrt{5} - c \right] \times \right. \\ \left. \times \left[-\cos\left(\frac{\pi}{2b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2-1}}x \right) + 1 \right] + c \right\}^{-1}. \qquad (40)$$

Расход воздуха через сопло

$$G = \int_{-b}^{b} V_x \rho_0 \, dy.$$

Проанализируем изменение конфигурации потока вдоль координаты x. Рассчитаем форму потока для значений $x = 0,1(2b)$; $0,2(2b)$; $0,3(2b)$; $0,4(2b)$; $0,5(2b)$; $0,6(2b)$; $0,7(2b)$; $0,8(2b)$; $0,9(2b)$; $(2b)$ и т. д.

С целью дальнейшего сравнения расчётов с экспериментальными данными, примем отношение давления за соплом к давлению перед соплом $\varepsilon_a = \frac{P_a}{P_0}$, как в эксперименте ε_a=0,510; 0,412; 0,267; 0,110, что соответствует следующим величинам давления перед соплом $P_0 = \frac{1}{\varepsilon} = 2$; 2,4; 3,7; 9,1; $P_a = 10^5$ Па — атмосферное давление.

Рассмотрим показатель изоэнтропического процесса для воздуха $k = 1,4$, а газовую постоянную примем R=287,1 м^2/(с^2 К).

Пусть температура воздуха перед соплом $T_0 = 293$°K, тогда плотность воздуха ρ_0 перед соплом для четырёх экспериментальных давлений P_0 составит

$$\rho_0 = \frac{P_0}{\mathrm{g}\, R\, T_0} = 2,3; \quad 2,9; \quad 4,5; \quad 10,9.$$

Рассчитаем скорость звука в неподвижной среде, м/с;

$$a_0 = \sqrt{k\frac{P_0}{\rho_0}} = \sqrt{k\,\mathrm{g}\,R\,T_0} = 20,1\sqrt{T_0} = 344,06.$$

Экспериментальная скорость воздуха на выходе из сопла определяется по известной формуле [1] и для четырёх экспериментальных вариантов истечения составит $c = 321$; 363; 430; 525 м/с, а скорость звука на выходе из сопла $a = \sqrt{a_0^2 - \frac{c^2(k-1)}{2}} = 301,6$; 294,8; 271,8; 234,4 м/с.

Соответственно, число Маха

$$\mathrm{M} = \frac{\mathrm{c}}{\sqrt{a_0^2 - \frac{c^2(k-1)}{2}}} = \frac{\mathrm{c}}{\sqrt{a_0^2 - 0,2\mathrm{c}^2}} = 1,08; \quad 1,24; \quad 1,60; \quad 2,25.$$

На рис. 2 представлена расчетная форма потока с теми же параметрами, которые представлены в экспериментах Дейча [1] на рис. 1.

Аналогичным образом построим график зависимости давлений в потоке от координаты x. Для этого воспользуемся уравнением Бернулли

$$V_x\frac{dV_x}{dx} + \frac{1}{\rho_\Pi}\frac{dP}{dx} = 0. \qquad (41)$$

Предполагая процесс истечения непрерывным, без трения, изолированным, т. е. изоэнтропическим, воспользуемся известной зависимостью

$$\rho_\Pi = \left(\frac{P}{\mathrm{const}}\right)^{\frac{1}{k}}.$$

Найдём из условия состояния полностью заторможенного потока const, тогда

$$\rho_\Pi = \rho_0\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{k}}. \qquad (42)$$

Подставляя (42) в уравнение (41), получим

$$V_x\frac{dV_x}{dx} + \frac{1}{\rho_0}P_0^{\frac{1}{k}}P^{-\frac{1}{k}}\frac{dP}{dx} = 0. \qquad (43)$$

Проинтегрируем (43)

$$\frac{V_x^2}{2} + \frac{k}{k-1}\frac{P_0^{\frac{1}{k}}P^{1-\frac{1}{k}}}{\rho_0} = \frac{k}{k-1}\frac{P_0}{\rho_0}. \qquad (44)$$

Отсюда найдём давление

$$P = P_0\left(1 - \frac{V_x^2}{2}\frac{k-1}{k}\frac{\rho_0}{P_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}. \qquad (45)$$

По формуле (45) рассчитаем давление вдоль движения струи по оси x. Кроме того, с целью подробного анализа всех параметров струи, вытекающей из сопла со сверхзвуковой скоростью, рассчитаем в каждом сечении скорость, давление, плотность потока и его температуру.

Скорость потока находится в результате преобразования формулы (39)

$$V_x = \frac{1}{2}\left[a_0\sqrt{5} - c\right] \times \times \left[-\cos\left(\frac{\pi}{2b\sqrt[4]{\mathrm{M}^2 - 1}}x\right) + 1\right] + c. \qquad (46)$$

Плотность в каждом сечении потока находится из условия его адиабатности по формуле (42), а температура из уравнения состояния газа

$$T = \frac{P}{R\rho_\Pi}. \qquad (47)$$

Анализ полученных численных значений скоростей, давлений, плотностей и температур показывает, что в зонах сужения потока, где скорость достигает максимальных значений, давление, плотность и температура принимают значения, близкие к абсолютному нулю.

Таким образом, положенная в основу анализа движения потока *гипотеза дискретности* внутренней структуры жидкостной среды привела (даже при очень грубых приближениях) к форме потока, достаточно хорошо совпадающей с экспериментальными данными, в то время как общепринятая теория, основанная на *гипотезе сплошности*, не даёт совпадений с опытом.

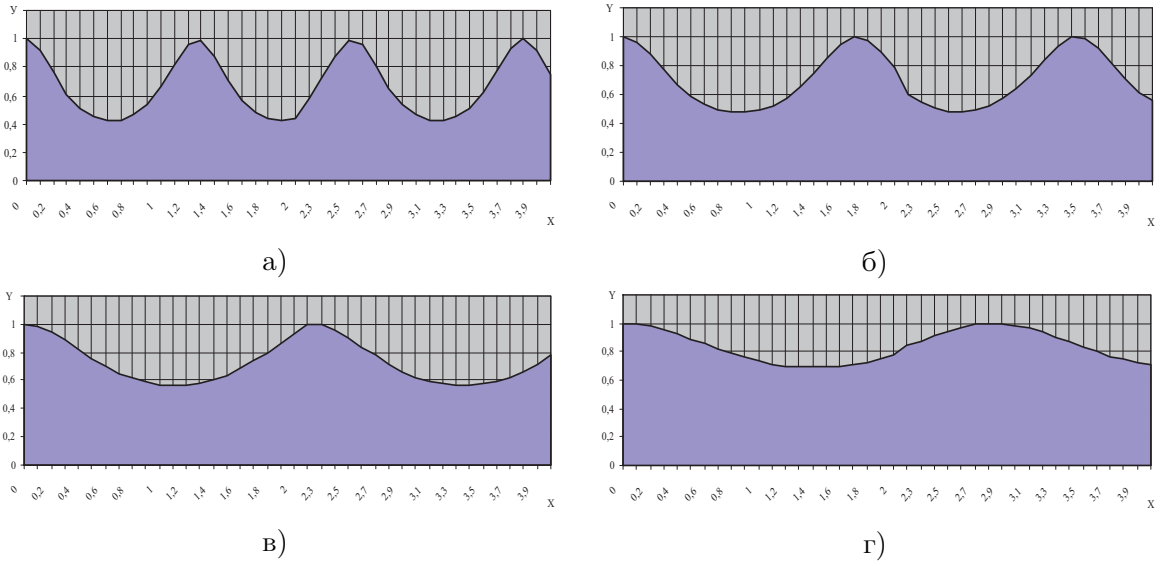


Рис. 2. Теоретическая форма потока, полученная с целью сопоставления с экспериментами М. Е. Дейча: *а* — $\mathrm{M} = 1,077$; длина волны составляет $2\sqrt[4]{\mathrm{M}^2 - 1} = 1,265$ от ширины потока; *б* — $\mathrm{M} = 1,244$; длина волны 1,72; *в* — $\mathrm{M} = 1,598$; длина волны 2,23; *г* — $\mathrm{M} = 2,251$; длина волны 2,84

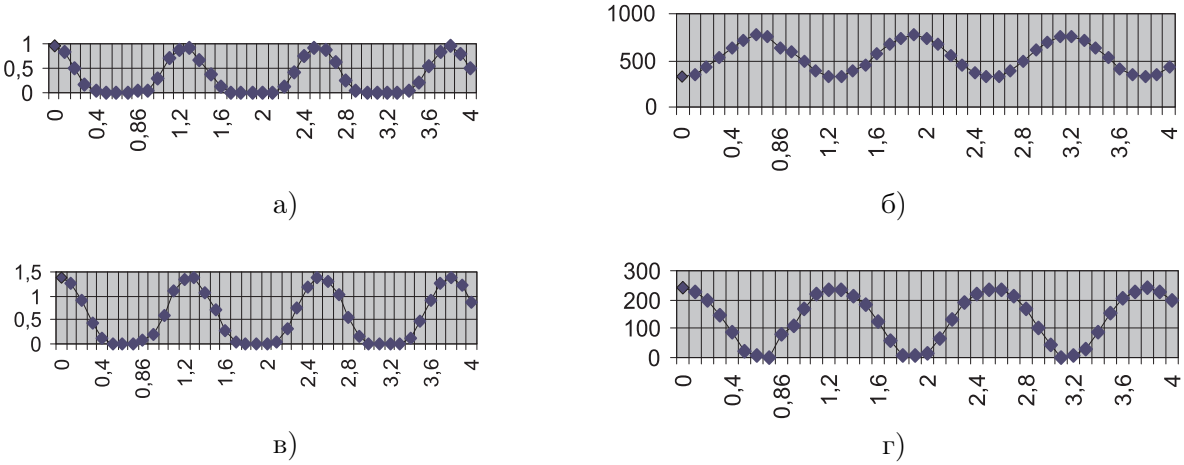


Рис. 3. Расчётные *а* — давление p_1 в потоке за соплом, атм, *б* — скорость V_x потока за соплом, м/с, *в* — плотность в потоке, кг/м^3 и *г* — температура T_1 в потоке, °К. n в долях от ширины сопла $2b$

Пренебрежение таким важным физическим свойством любой сплошной среды как дискретность не может не сказаться на результатах расчётов и приводит к очень существенным отклонениям теоретических расчетов от экспериментальных данных, что может явиться основным источником и причиной появления парадоксов гидродинамики [3,4]. Действительно, любое тело состоит из молекул, которые взаимодействуют между собой в жидкости и реальном газе посредством сил притяжения и отталкивания, а в идеальном газе только путем столкновений в результате хаотичного движения с некоторой средней скоростью. Рассмотрена самая простая физическая модель взаимодействия молекул газа [3] в предположении, что отдельные молекулы имеют форму шара. Силой взаимодействия между молекулами пренебрегаем, удар между молекулами считаем абсолютно упругим, что соответствует модели идеального газа. Следует особо отметить, что результаты теоретических исследований указывают на образование зон сверхнизких давлений и температур в сверхзвуковой струе, что даёт основание несколько изменить взгляд и на процесс кавитации. В зонах сверхнизких давлений и температур происходит конденсация паров жидкости, содержащихся в воздухе и их замерзание, образуются «льдинки», которые могут легко разрушать твёрдую поверхность, с которой сталкиваются. Разрушение твёрдых тел, попадающих в зону кавитации, происходит не из-за высоких давлений [4], а, наоборот, из-за низких плотностей и давлений. Аналогичный процесс образования зон сверхнизких скоростей и давлений может происходить в жидкости, где он сопровождается вскипанием и замерзанием капель жидкости, что вызывает разрушение металла в зонах кавитации.

Литература

1. *Биркгоф Г.* Гидродинамика. М.: Иностр. литература, 1954. 183 с.
2. *Дейч М. Е.* Техническая гидродинамика. Л.: Государственное энергетическое издательство. 1954. 544 с.
3. *Фиалкова Е. А.* Обобщённая гипотеза дискретности жидкой фазы / Научные и практические аспекты совершенствования традиционных и разработки новых технологий молочных продуктов: сб. трудов. 2001. С. 32–59.
4. *Пирсол П.* Кавитация. М.: Мир, 1975. 91 с.

Ключевые слова: сверхзвуковая газовая струя, гипотеза дискретности жидкости

Статья поступила 25 мая 2007 г.
Вологодская государственная молочнохозяйственная академия им. Н. В. Верещагина, г. Вологда
© Фиалкова Е. А., 2008