

УДК 539.3

## КОЛЕБАНИЯ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДВИЖУЩЕЙСЯ ПО ЕЕ ПОВЕРХНОСТИ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ НАГРУЗКИ<sup>1</sup>

*Г. Шмид<sup>2</sup>, В. В. Калинин<sup>3</sup>, Т. И. Белянкова<sup>4</sup>, А. Тосецки<sup>5</sup>*

### VIBRATIONS OF A LAYERED INHOMOGENEOUS MEDIUM UNDER THE ACTION OF OSCILLATING LOAD MOVING ON ITS SURFACE

Schmid G., Kalinchuk V. V., Belyankova T. I., Tosecky A.

Vibrations of a layered inhomogeneous medium caused by the oscillating load moving on its surface are investigated. The problem is considered in the mobile coordinate system coupled with the load moving with constant velocity. The displacement of an arbitrary point on the structurally inhomogeneous medium under the action of the moving oscillating load has been represented in terms of integrals. The Green's function properties for the medium and one of the surface wave field structures (vertical displacements of the medium surface) have been analyzed numerically depending on the velocities of the oscillation source motion, medium properties and medium structure.

### Введение

Одно из центральных мест при исследовании динамических процессов, сопровождающих высокоскоростной режим движения наземного транспорта, занимает моделирование неоднородности структуры «дорожное полотно – подстилающий грунт». Исследование первой составляющей этой структуры — дорожного полотна — достаточно эффективно производилось численными (МКЭ, МГЭ) [1–3] и численно-аналитическими методами, основанными на использовании упрощенных конечномерных моделей [4]. Применение аналогичных подходов при моделировании динамических процессов, инициированных движущимися объектами в неоднородном грунте, не столь эффективно. При использовании численных методов, наряду с проблемой ограниченности вычислительных ресурсов, насущной является проблема верификации получаемых результатов, что определяет необходимость разработки альтернативных аналитических и полуаналитических методов. В этом плане эффективны методы, базирую-

щиеся на использовании интегральных преобразований [5]. Ранее такой подход использовался в [6, 7] при построении асимптотических представлений поверхностных, каналовых и объемных волновых полей в неоднородном полупространстве. В настоящей работе в рамках этого подхода исследуется волновое поле в ближней зоне на поверхности неоднородного полупространства. Вопросы распространения волн, инициированных осциллирующей, движущейся с постоянной скоростью нагрузкой в неоднородном слое, исследовались в [8].

### 1. Колебания неоднородного полупространства

В рассмотрение вводится система координат  $x_1, x_2, x_3$ . Рассматривается задача о колебаниях неоднородного полупространства, представляющего собой слой  $0 \leq x_3 \leq h$ , лежащий на поверхности однородного полупространства  $x_3 \leq 0$ . Предполагается, что колебания среды осуществляются под действием

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке РФФИ (03-01-00694), РФФИ р2003юг (03-01-96527, 03-01-96537, 03-01-96662, 03-01-96694), гранта Президента РФ (НШ-2107-2003.1).

<sup>2</sup>Шмид Гюнтер, профессор Рурского университета (Богум), Германия.

<sup>3</sup>Калинчук Валерий Владимирович, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник НИИ механики и прикладной математики Ростовского государственного университета.

<sup>4</sup>Белянкова Татьяна Ивановна, канд. физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник НИИ механики и прикладной математики Ростовского государственного университета.

<sup>5</sup>Тосецки Андрей, доцент Рурского университета (Богум), Германия.

распределенной в области  $\Omega$  на поверхности среды нагрузки  $\mathbf{q}(x_1, x_2, t)$ .

Краевая задача описывается уравнениями движения

$$\nabla \cdot \Theta^{(n)} = \rho^{(n)} \ddot{\mathbf{u}}^{(n)}, \quad (1.1)$$

граничными условиями на поверхности среды

$$\begin{aligned} x_3 = h: \quad \mathbf{n} \cdot \Theta^{(1)} &= \mathbf{q}(x_1, x_2, t), (x_1, x_2) \in \Omega, \\ \mathbf{n} \cdot \Theta^{(1)} &= 0, (x_1, x_2) \notin \Omega, \end{aligned} \quad (1.2)$$

условиями на границе раздела слоя и полупространства

$$x_3 = 0: \quad \mathbf{u}^{(1)} = \mathbf{u}^{(2)}, \quad \Theta^{(1)} = \Theta^{(2)}, \quad (1.3)$$

где  $\Theta^{(n)}$  — тензор напряжений;  $\mathbf{u}^{(n)}$  — вектор перемещения;  $\rho^{(n)}, \lambda^{(n)}, \mu^{(n)}$  — механические параметры (плотность и упругие модули) слоя ( $n = 1$ ) и полупространства ( $n = 2$ ) соответственно.

Замыкают задачу условия излучения на бесконечность [9].

В случае упругой изотропной среды тензор  $\Theta^{(n)}$  представляется в виде

$$\Theta^{(n)} = \lambda^{(n)} \text{tr} \varepsilon(\mathbf{u}^{(n)}) \cdot \mathbf{I} + 2\mu^{(n)} \varepsilon(\mathbf{u}^{(n)}),$$

где  $\mathbf{I}$  — единичный тензор;  $\varepsilon(\mathbf{u}^{(n)})$  — линейный тензор деформации.

## 2. Колебания упругой среды под действием движущейся нагрузки

Рассмотрим колебания среды под действием нагрузки  $\mathbf{q}(x_1 - Vt, x_2, t)$ , движущейся по ее поверхности с постоянной скоростью  $V$  и осциллирующей с частотой  $\omega$ . В общем случае задача является нестационарной и для ее решения необходимо использовать преобразование Лапласа по времени. Однако, допустив, что движение источника колебаний, как и сами колебания, происходит длительное время, можно перейти к рассмотрению задачи в подвижной, движущейся с постоянной скоростью  $V$  системе координат, в которой процесс колебаний можно считать установившимся.

Для дальнейшего исследования введем подвижную систему координат  $x'_1, x'_2, x'_3$ , которая связана с исходной (неподвижной) системой координат соотношениями

$$x'_1 = x_1 - Vt, \quad x'_2 = x_2, \quad x'_3 = x_3. \quad (2.1)$$

В новых координатах (2.1) запись всех слагаемых в системе уравнений (1.1) остается без изменения, за исключением производной по времени. Для нее имеем

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}} &= \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - V \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x'_1}, \\ \ddot{\mathbf{u}} &= \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - 2V \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x'_1 \partial t} + V^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x'^2_1}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Решение задачи об установившихся колебаниях двухслойной среды ищем в виде

$$\mathbf{u}^{(n)} = \mathbf{u}_0^{(n)}(x'_1, x'_2, x'_3) e^{-i\omega t}. \quad (2.3)$$

Подставив представление (2.3) в (1.1), учитывая при этом выражения (1.3) и (2.2), применяя преобразование Фурье по координатам  $x'_1, x'_2$  ( $\alpha_1, \alpha_2$  — параметры преобразования Фурье, далее штрих при  $x_k$  опускаем) и произведя формальную замену параметра  $\omega$  на  $\omega^* = \alpha_1 V - \omega$ , получим систему уравнений, ничем не отличающуюся от традиционной (записанной в неподвижной системе координат). Однако тип полученной системы уравнений будет зависеть от скорости движения нагрузки.

Обозначим  $c_1^{(1)}, c_2^{(1)}$  и  $c_1^{(2)}, c_2^{(2)}$  соответственно скорости продольных и поперечных волн в слое и в полупространстве. В зависимости от соотношения упругих параметров слоя и полупространства будем различать следующие типы сред:

- нормальную: слой «мягче» полупространства (обозначается индексом  $n$ );
- аномальную: слой «жестче» полупространства (обозначается индексом  $a$ ).

Предположим, что среда является нормальной, т.е.  $c_n^{(1)} < c_n^{(2)}$ ,  $n = 1, 2$ . В зависимости от скорости движения нагрузки будем иметь:

- докритический режим движения 0 (n) при  $V < c_2^{(1)}$ ;
- сверхзвуковой режим I (n) при  $c_1^{(2)} > V > c_2^{(1)}$ ;

- сверхзвуковой режим II (n) при  $V > c_1^{(2)}$ .

Допустим, что среда является аномальной, т.е.  $c_n^{(1)} > c_n^{(2)}$ ,  $n = 1, 2$ . В этом случае в зависимости от скорости движения нагрузки будем иметь:

- докритический режим движения 0 (a) при  $V < c_2^{(2)}$ ;
- сверхзвуковой режим I (a) при  $c_1^{(1)} > V > c_2^{(2)}$ ;

– сверхзвуковой режим II (а) при  $V > c_1^{(1)}$ .

Различные режимы движения нагрузки определяют соответствующие им типы дифференциальных уравнений движения рассматриваемой среды. Случаи 0 (н) и 0 (а) описываются уравнениями эллиптического типа, случаи II (н) и II (а) – уравнениями гиперболического типа. Случаи I (н) и I (а) приводят к смешанному типу, когда часть уравнений относится к эллиптическим, часть – к гиперболическим. Это обуславливает трудности построения решения при сверхзвуковых режимах движения нагрузки и исследования решения на различных частотах колебания.

### 3. Решение краевой задачи

Решение краевой задачи (1.1)–(1.3) представляется в виде [10]

$$\mathbf{u}^{(n)} = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\Omega} \mathbf{k}^{(n)}(x_1 - \xi, x_2 - \eta, x_3) \times \mathbf{q}^{(1)}(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{k}^{(n)}(s, t, x_3) = \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} \mathbf{K}^{(n)}(\alpha_1, \alpha_2, x_3) \times e^{i(\alpha_1 s + \alpha_2 t)} d\alpha_1 d\alpha_2.$$

Элементы матрицы-функции  $\mathbf{K}^{(n)}(\alpha_1, \alpha_2, x_3, \omega^*)$  определяются выражениями

$$K_{lp}^{(1)} = \sum_{k=1}^3 f_{lk}^{(1)} \left[ \Delta_{kp} \operatorname{sh} \sigma_k^{(1)} x_3 + \Delta_{k+3,p} \operatorname{ch} \sigma_k^{(1)} x_3 \right], \quad l = 1, 2, \quad (3.2)$$

$$K_{3p}^{(1)} = \sum_{k=1}^3 \left[ \Delta_{kp} \operatorname{ch} \sigma_k^{(1)} x_3 + \Delta_{k+3,p} \operatorname{sh} \sigma_k^{(1)} x_3 \right],$$

$$K_{lp}^{(2)} = \sum_{k=1}^3 f_{lk}^{(2)} \Delta_{k+6,p} e^{\sigma_k^{(2)} x_3}, \quad l = 1, 2, \quad (3.3)$$

$$K_{3p}^{(2)} = \sum_{k=1}^3 \Delta_{k+6,p} e^{\sigma_k^{(2)} x_3}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} f_{m1}^{(n)} &= -i\alpha_m \sigma_1^{(n)-1}, \\ f_{m2}^{(n)} &= -i\alpha_m \sigma_2^{(n)} u^{-2}, \quad m, n = 1, 2, \\ f_{31}^{(n)} &= f_{32}^{(n)} = 1, \\ f_{33}^{(n)} &= 0, \quad f_{13}^{(n)} = -\alpha_2, \quad f_{23}^{(n)} = \alpha_1, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{kp} &= \frac{\Delta_{kp}^0}{\Delta^0}, \quad k, p = 1, 2, \dots, 9, \\ \Delta^0 &= \det \|T_{kp}\|_{k,p=1,2,\dots,9}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Участвующие в (3.5) величины  $\Delta_{kp}^0$  представляют собой алгебраические дополнения элементов матрицы  $\|T_{kp}\|_{k,p=1}^9$ , которые имеют вид

$$\begin{aligned} T_{mk} &= l_{mk}^{(1)} \operatorname{ch} \sigma_k^{(1)} h, \quad T_{m,k+3} = l_{m,k}^{(1)} \operatorname{sh} \sigma_k^{(1)} h, \\ T_{m,k+6} &= 0 \quad (m = 1, 2), \\ T_{3k} &= l_{3k}^{(1)} \operatorname{sh} \sigma_k^{(1)} h, \quad T_{3,k+3} = l_{3k}^{(1)} \operatorname{ch} \sigma_k^{(1)} h, \\ T_{3,k+6} &= 0, \\ T_{mk} &= 0, \quad T_{m,k+3} = f_{m-3,k}^{(1)}, \\ T_{m,k+6} &= -f_{m-3,k}^{(2)} \quad (m = 4, 5), \\ T_{6k} &= \operatorname{ch} \sigma_k^{(1)} h, \quad T_{6,k+3} = 0, \quad T_{6,k+6} = -1, \\ T_{mk} &= l_{m-6,k}^{(1)}, \quad T_{m,k+3} = 0, \\ T_{m,k+6} &= -l_{m-6,k}^{(2)} \quad (m = 7, 8). \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$T_{9k} = 0, \quad T_{9,k+3} = l_{3k}^{(1)}, \quad T_{9,k+6} = -l_{3k}^{(2)}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} l_{11}^{(n)} &= -2\mu^{(n)} i\alpha_1, \quad l_{12}^{(n)} = 2\mu^{(n)} i\alpha_1 \frac{\theta^{(n)}}{u^2}, \\ l_{13}^{(n)} &= 2\mu^{(n)} i\alpha_1 \frac{\theta^{(n)}}{u^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_{21}^{(n)} &= 2\mu^{(n)} i\alpha_2, \quad l_{22}^{(n)} = 2\mu^{(n)} i\alpha_2 \frac{\theta^{(n)}}{u^2}, \\ l_{23}^{(n)} &= 2\mu^{(n)} i\alpha_2 \frac{\theta^{(n)}}{u^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_{31}^{(n)} &= 2\mu^{(n)} \frac{\theta^{(n)}}{\sigma_1^{(n)}}, \quad l_{32}^{(n)} = 2\mu^{(n)} \sigma_2^{(n)}, \\ l_{33}^{(n)} &= 2\mu^{(n)} \sigma_2^{(n)}, \end{aligned}$$

$\sigma_k^{(n)}$  удовлетворяют характеристическим уравнениям

$$\begin{aligned} & \left( \sigma_1^{(n)} - \rho^{(n)} \omega *^2 \left[ \lambda(n) + 2\mu^{(n)} \right]^{-1} \right) \times \\ & \times \left( \sigma_k^{(n)} - \rho^{(n)} \omega_*^2 \mu^{(n-1)} \right)^2 = 0, \\ & n = 1, 2, \quad k = 2, 3. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Представление (3.1) с выражениями (3.2)–(3.7) определяет вектор перемещения произвольной точки слоя ( $n = 1$ ) или полупространства ( $n = 2$ ). Контуры  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  выбираются в соответствии с принципом предельного поглощения [9] и поведением элементов матрицы-функции  $\mathbf{K}^{(n)}(\alpha_1, \alpha_2, x_3, \omega^*)$  на вещественной оси [7, 9, 10]. Они, как правило, обходят отрицательные особенности (полюса и точки ветвления) функции  $\mathbf{K}^{(n)}$  сверху, а положительные — снизу.

В отличие от случая неподвижного источника колебаний, когда распределение особых точек символа ядра характеризуется центральной симметрией относительно начала координат и определяется лишь значением частоты, в рассматриваемом случае симметрия отсутствует. Расположение особенностей функции  $\mathbf{K}^{(n)}(\alpha_1, \alpha_2, x_3, \omega^*)$  существенным образом зависит от скорости движения нагрузки, претерпевая как количественные изменения (значения полюсов и точек ветвления зависят от направления распространения поверхностной волны), так и качественные изменения (исчезновение распространяющихся мод поверхностных волн на сверхзвуковых режимах движения). Это обстоятельство определяет необходимость детального исследования дисперсионных свойств функции  $\mathbf{K}^{(n)}$  с тем, чтобы осуществить правильный, соответствующий данному режиму движения выбор расположения контуров интегрирования в представлении (3.1).

#### 4. Влияние скорости движения на поверхностное волновое поле

В качестве примера рассмотрим колебания неоднородной среды, которая моделируется слоем толщины  $h$ , лежащим на поверхности полупространства. При проведении анализа используется безразмерная частота  $\kappa_2 = \omega h \sqrt{\rho^{(2)}/\mu^{(2)}}$ . Линейные параметры задачи отнесены к толщине слоя  $h$ , напряжения и усилия — к модулю сдвига полупростран-

ства  $\mu^{(2)}$ , плотность — к плотности полупространства  $\rho^{(2)}$ .

Расчеты проводились для двух типов сред:

– нормальной среды при  $c_2^{(1)} = 125$  м/с,  $c_2^{(2)} = 200$  м/с;

– аномальной среды при  $c_2^{(1)} = 300$  м/с,  $c_2^{(2)} = 200$  м/с.

Значения плотности и коэффициента Пуассона во всех случаях принимались равными соответственно  $1700$  кг/м<sup>3</sup> и  $0,25$ , толщина слоя —  $2,0$  м.

Движение осциллирующей нагрузки приводит к изменению дисперсионных свойств среды. Дисперсионные поверхности, имеющие в случае неподвижной нагрузки вид тел вращения, существенно видоизменяются.

На рис. 1–4 показаны кривые, представляющие собой сечения дисперсионных поверхностей плоскостью  $\alpha_2 = 0$  для нормальной (рис. 1–3) и аномальной (рис. 4) среды. По вертикали отложены значения частоты  $\kappa_2$ , по горизонтали — значения волнового числа  $\alpha_1$ .

На рис. 1 приведены дисперсионные кривые (симметричные семейства сплошных кривых 1 и 2), рассчитанные при  $V = 0$ . Штриховыми линиями представлены прямые, определяющие скорости сдвиговых волн слоя  $c_2^{(1)}$  и данного полупространства  $c_2^{(2)}$ , а также скорость волны Релея  $c_R$  однородного полупространства с параметрами слоя. Дисперсионные кривые, за исключением первой, представляют собой счетное множество линий, заключенных в растворе угла, образованного лучами, соответствующими сдвиговым волнам слоя и полупространства. Они определяют счетное множество мод поверхностных волн, каждая из которых характеризуется наличием частоты «отсечки» (частота появления данной моды). Характерно, что в момент появления каждой моды ее скорость равна  $c_2^{(2)}$ . С увеличением частоты скорость ее уменьшается, асимптотически приближаясь к  $c_2^{(1)}$ . Самой медленной является первая мода, скорость которой мало отличается от  $c_R$ .

На рис. 2 приведены дисперсионные кривые, рассчитанные при  $V = 80$  м/с. Из графиков следует, что при движении нагрузки оба представленных на рис. 1 семейства дисперсионных кривых существенно трансформируются. Отметим, что область значений волновых чисел  $\alpha_1 > 0$  (семейство 1) определяет волны, распространяющиеся в направлении

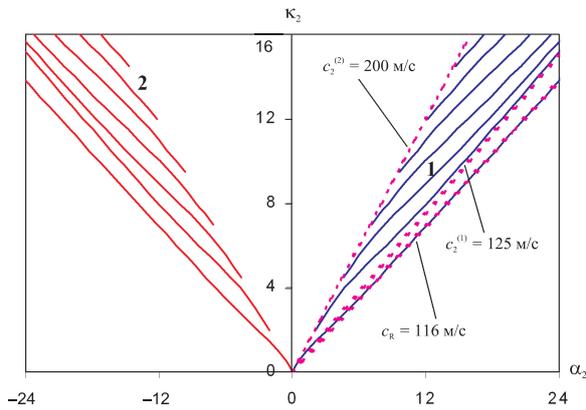


Рис. 1

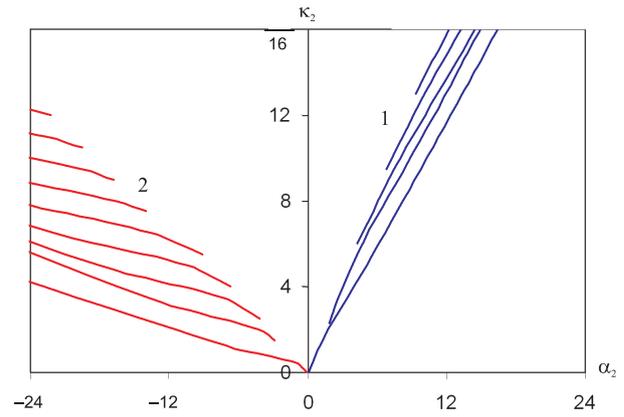


Рис. 2

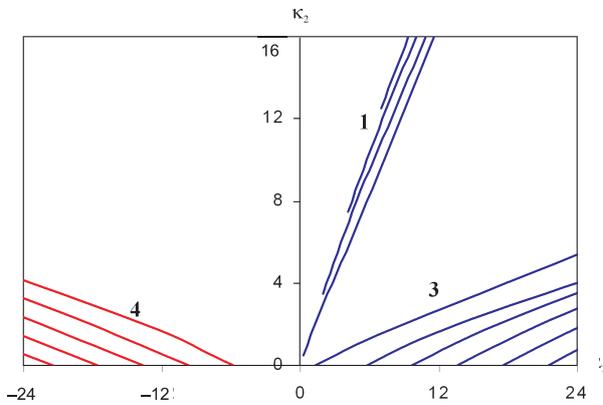


Рис. 3

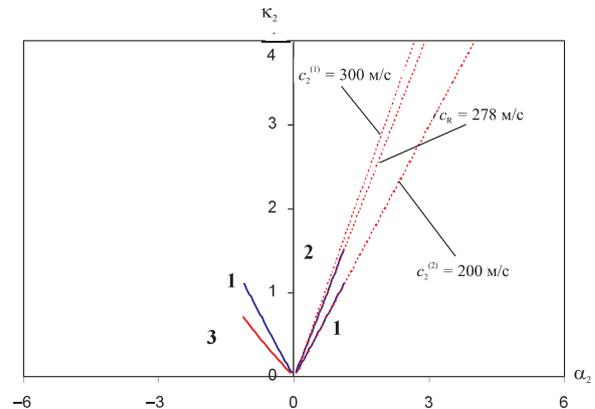


Рис. 4

$x_1 < 0$  (обратное направление по отношению к направлению движения источника). Область  $\alpha_1 < 0$  (семейство 2) определяет волны, распространяющиеся в направлении  $x_1 > 0$  (прямое направление).

Семейство кривых 1 приблизилось к вертикальной оси, при этом значения частоты «отсечки» каждой моды возросли. Однако раствор угла, в котором расположены кривые, существенно уменьшился. Таким образом, скорость распространяющихся в обратном направлении волн резко возросла, но диапазон изменения скорости каждой моды при увеличении частоты уменьшился. В наибольшей степени возросла скорость первой моды.

Семейство кривых 2 отклонилось от вертикальной оси, причем значения частоты «отсечки» каждой моды уменьшились, но раствор угла, в котором расположены кривые, существенно раздвинулся. Таким образом, скорость волн, распространяющихся в прямом направлении ( $x_1 > 0$ ), уменьшилась, а

диапазон изменения скорости каждой моды при увеличении частоты значительно возрос. Наибольшему изменению подверглась первая мода, скорость которой резко упала. Сравнимая графики на рис. 1 и 2, нетрудно заметить, что значения волновых чисел, соответствующие частотам «отсечки» какой-либо моды, от скорости движения источника колебаний не зависят.

На рис. 3 приведены дисперсионные кривые, рассчитанные при  $V = 160$  м/с, что соответствует сверхзвуковому режиму I (n). Семейство кривых 2 (распространяющиеся в прямом направлении волны) исчезло. Семейство кривых 1 еще в большей мере приблизилось к вертикальной оси, раствор угла еще более уменьшился. Тем самым скорость распространяющихся в обратном направлении волн возросла, но диапазон изменения скорости каждой моды при увеличении частоты уменьшился. В наибольшей степени возросла скорость первой моды.

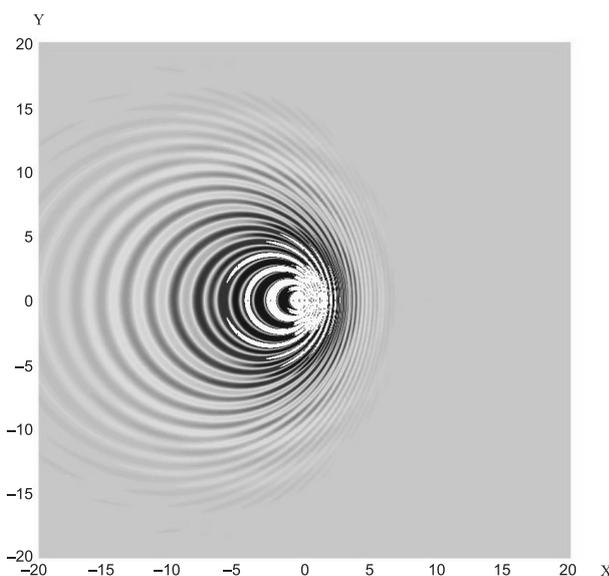


Рис. 5

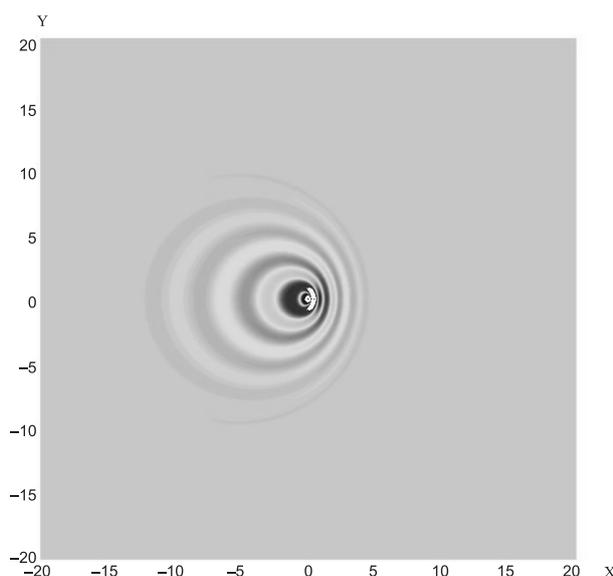


Рис. 6

Наряду с семейством 1 на рис. 3 присутствуют семейства 3 и 4, определяющие счетные множества медленных волн, существование которых обусловлено сверхзвуковым режимом движения. Они играют незначительную роль в формировании поверхностного волнового поля, участвуя лишь в формировании передней и задней части волнового фронта.

Приведенные на рис. 4 кривые рассчитаны для случая аномальной среды. Сплошные, расположенные симметричным образом кривые 1 соответствуют случаю неподвижной нагрузки. Кривые 2 и 3 соответствуют нагрузке, движущейся со скоростью 80 м/с. Штриховые прямые  $c_2^{(1)}$ ,  $c_2^{(2)}$  и  $c_R$  определяют соответственно скорости сдвиговых волн слоя, данного полупространства и скорость волны Релея однородного полупространства с параметрами слоя. Случай аномальной среды характеризуется наличием у дисперсионных кривых частоты «отсечки» — значения частоты, выше которой поверхностная волна исчезает. Распространяющиеся поверхностные волны существуют лишь в области низких частот. Как и ранее, движение нагрузки приводит к росту скорости поверхностной волны с положительным волновым числом (назад от источника) и уменьшению скорости распространения волны с отрицательным волновым числом (в прямом направлении). Аналогично изменяются частоты отсечки, уменьшаясь для отрицательных и возрастая для положительных волновых чисел. Здесь также значения волновых

чисел, соответствующие частотам «отсечки» поверхностной волны, от скорости движения источника колебаний не зависят.

Влияние структуры среды и скорости движения нагрузки на волновое поле в ближней зоне иллюстрируют приведенные на рис. 5–7 трехмерные графики (вид сверху) вертикальных перемещений поверхности среды (реальная часть).

График на рис. 5 построен для неоднородной среды нормального типа ( $c_2^{(1)} = 125$  м/с) при  $V = 80$  м/с,  $\omega = 40$  Гц. Волновое поле в данном случае характеризуется значительной амплитудой колебаний и ярко выраженной анизотропией. Расчеты показали, что волновое поле для однородного полупространства ( $c_2 = 200$  м/с) для данной скорости имеет значительно меньшую амплитуду и менее выраженную анизотропию. Еще более слабая анизотропия волнового поля наблюдается при данной скорости у аномальной среды ( $c_2^{(1)} = 300$  м/с).

На рис. 6 приведен график перемещений поверхности среды аномального типа, рассчитанных при  $V = 160$  м/с,  $\omega = 40$  Гц. Сравнивая рис. 5 и 6, нетрудно заметить, что анизотропия волнового поля на поверхности аномальной среды даже при 160 м/с выражена значительно слабее, а амплитуда меньше, чем на поверхности среды нормального типа.

На рис. 7 представлено волновое поле на поверхности неоднородной среды нормального типа при  $V = 160$  м/с (сверхзвуковой режим  $I(n)$ ). Структура волнового поля пре-

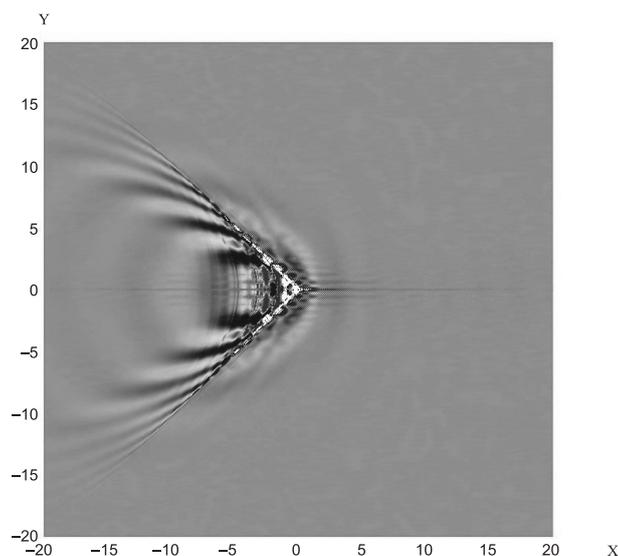


Рис. 7

терпела качественные изменения: образовался «конус Маха», амплитуда колебаний резко возросла. Создаваемые нагрузкой волны с большой скоростью распространяются лишь назад от нагрузки. Впереди источника распространяющихся волн нет.

### Заключение

Как следует из изложенного, скорость движения нагрузки существенно влияет на структуру поверхностного волнового поля, причем изменению в большей степени подвергается волновое поле среды нормального типа.

Необходимо отметить, что низкоскоростной слой в структуре неоднородной среды нормального типа является ярко выраженным волноводом, локализуя в себе волновой процесс. В реальности поверхностный слой грунтов относится в основном к низкоскоростному классу, скорость сдвиговых волн во многих из них меньше 150 м/с [11] (глины — 100–400 м/с, суглинки — 100–300, супеси — 120–280 м/с). Скорость движения поездов на уже действующих высокоскоростных магистралях достигает 400–450 км/час (110–125 м/с), т.е. переход наземного транспорта через звуковой барьер — вполне реальное явление. Причем такой переход сопровождается не только локализацией колебаний в приповерхностном слое, но и локализацией колебаний по направле-

нию. В связи с этим проблему высокоскоростного транспорта надо рассматривать ком-

плексно, в совокупности с объектами, которые нуждаются в защите. Если необходимо защитить заглубленные объекты, то есть смысл поступиться уровнем шума на поверхности в пользу снижения вибровоздействия на заглубленный объект. В этом случае на поверхности надо располагать низкоскоростной слой, обеспечивающий локализацию энергии в приповерхностной области. Если же речь идет о снижении уровня воздействия на поверхностные объекты, то предпочтителен на поверхности жесткий слой, обуславливающий отток энергии в подстилающее полупространство, при этом имеет место достаточно равномерное рассеяние энергии по направлениям. Проблемы преодоления звукового барьера нет.

### Литература

1. Bode C., Hirschauer R., Savidis S. A. Three-dimensional time domain analysis of moving loads on railway tracks on layered soils // Moving Load – Wave Propagation – Vibration Reduction: Proc. Intern. Workshop WAVE 2000. Rotterdam: Balkema, 2000. P. 3–12.
2. Pflanz G., Garcia J., Schmid G. Vibrations due to loads moving with sub-critical and super-critical velocities on rigid track // Moving Load – Wave Propagation – Vibration Reduction: Proc. Intern. Workshop WAVE2000. Rotterdam: Balkema, 2000. P. 131–148.
3. Von Estorff O., Firuziaan M. FEM and BEM for nonlinear soil/structure interaction analyses // Wave Propagation – Moving Load – Vibration Reduction: Proc. Intern. Workshop WAVE2000. Rotterdam: Balkema, 2000. P. 357–368.

4. *Metrikine A. V., Dieterman H. A.* Resonance interaction of vertical-longitudinal and lateral waves in a beam on a half-space // *Trans. ASME J. of Applied Mechanics*. 1997. Vol. 64. P. 951–956.
5. *Sheng X., Jones C. J. C., Petyt M.* Ground vibration generated by a harmonic load acting on a railway track // *Journ. Sound and Vibr.* 1999. 225(1). P. 3–28.
6. *Бабешко В. А., Глушков Е. В., Глушкова Н. В.* Возбуждение упругих волн движущимся гармоническим источником. Краснодар, 1985. 21 с. Деп. в ВИНТИ 3.09.85, № 6470-85.
7. *Бабешко В. А., Глушков Е. В., Зинченко Ж. Ф.* Динамика неоднородных линейно-упругих сред. М.: Наука, 1989. 343 с.
8. *Белокозь А. В., Наседкин В. А.* Волны в неоднородном по толщине изотропном слое, вызванные движущимися нагрузками // *ПММ*. 1987. Т. 51. № 2. С. 305–313.
9. *Ворович И. И., Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
10. *Калинчук В. В., Белянкова Т. И.* Динамические контактные задачи для предварительно напряженных тел. М.: Физматлит, 2002. 240 с.
11. *Сейсморазведка: Справочник геофизика* / Под. ред. В. П. Номоконова. М.: Недра, 1990. Кн. 1. 336 с.

Статья поступила 4 марта 2003 г.

НИИ механики и прикладной математики Ростовского государственного университета

Рурский университет (Богум), Германия

© Шмид Г., Калинчук В. В., Белянкова Т. И., Тосецки А., 2004