УДК 517.958:52

К ВОПРОСУ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ЭКОЛОГИИ, СЕЙСМОЛОГИИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ[1]

Бабешко В. А.[2]***, Зарецкая М. В.***[3]***, Рядчиков И. В.***[4]

ON THE PROBLEM OF MODELING TRANSPORT PROCESSES IN ECOLOGY, SEISMOLOGY AND THEIR APPLICATIONS

Babeshko V. A., Zaretskaya M. V., Ryadchikov I. V.

The work considers the issues of substances transport in multilayered medium and their settlement on a polytypic base. These issues arise when studying ecological, seismological, and material science problems. A mathematical model has been developed and solutions for a range of partial problems have been found.

Keywords: substance transport, substance settlement, multilayered medium, polytypic base, monitoring.

1. Процессы переноса вещества в среде с учетом плоскопараллельного и конвективного движений исследуются при решении ряда проблем экологии, сейсмологии, создания новых материалов. К ним относятся оценка экологических последствий выбросов загрязняющих веществ (ЗВ) в атмосферу или водную среду для различных ситуаций относительно характера источников выбросов, свойств среды и разнотипных подстилающих поверхностей, исследование оседания субстанции (СБ) плюмов на нижнее основание литосферной плиты, создание новых материалов путем напыления вещества.

Все указанные процессы могут быть описаны однотипными смешанными краевыми задачами.

В каждом слое движение среды считается установившимся, доступным для оперативного измерения. Свойства подстилающих поверхностей в рассматриваемой зоне наделяются параметрами, характеризующими способность данного участка поверхности удерживать, при наличии приповерхностных движений среды, часть осаждающихся веществ. В процессе переноса субстанция может претерпевать изменения, вступая в физическое и химическое взаимодействие с частицами окружающей среды и другими примесями, которые изменяют механические, физические и химические свойства. Источники выбросов могут быть сосредоточенными либо распределенными. Молекулярным потоком, обусловленным тепловым движением молекул, можно пренебречь. Процессы рассматриваются в мезомасштабном приближении.

Считаем, что среда занимает многослойную область Ω с конечным числом слоев N с плоскими границами. В каждом слое движение среды периодически установившееся, со своими скоростями. Количественная сторона изменения содержания СБ в среде во времени и пространстве описывается уравнением переноса

$$\frac{\partial \varphi_n}{\partial t} + u_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + v_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} + (w_n - w_{gn}) \frac{\partial \varphi_n}{\partial z} + \\ + \sigma_n \varphi_n - \mu_n \left(\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial y^2} \right) - \\ - \nu_n \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial z^2} = f_n(x, y, z, t). \quad (1)$$

[1]Работа выполнена при поддержке гранта президента РФ (НШ-2298.2008.1), грантов РФФИ (08-08-00669, 08-01-99012, 06-01-96635).

[2]Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат.наук, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф КубГУ.

[3]Зарецкая Марина Валерьевна, канд. физ.-мат.наук, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф КубГУ; e-mail: zarmv@mail.ru.

[4]Рядчиков Игорь Викторович, аспирант кафедры математического моделирования.

Обозначения: $\varphi_n(x,y,z)$ — функция концентрации СБ в n-м слое; u_n, v_n, w_n — компоненты вектора скорости в направлениях x, y, z для n-го слоя; w_{gn} — абсолютная величина вертикальной скорости под действием силы тяжести в n-м слое; σ_0 — коэффициент поглощения; ν_n, μ_n — коэффициенты диффузии в вертикальном и горизонтальном направлениях для n-го слоя; f_n — функция, описывающая внутренние источники субстанции; $n = 1, 2, \ldots, N$ — номер слоя.

Предполагается, что источники выбросов допускают незначительные пульсации мощности выбросов СБ, описываемые функцией

$$f_n(x,y,z,t) = \\ = f_{n1}(x,y,z) + f_{n2}(x,y,z)\sin\omega t, \quad (2)$$

$$f_{n1}(x,y,z,t) > f_{n2}(x,y,z,t) > 0.$$

Если выброс веществ осуществляется сосредоточенными в точках (x_{Cn}, y_{Cn}, z_{Cn}), $h_{n-1} \leqslant z_{Cn} \leqslant h_n$, источниками, то функция f может быть выражена через δ-функцию в виде

$$f_n(x,y,z,t) = \\ = C_n\delta\left(x - x_{\mathrm{C}n}, y - y_{\mathrm{C}n}, z - z_{\mathrm{C}n}\right)\exp i\omega t.$$

Здесь принята во внимание линейность краевой задачи и возможность описания решений, отвечающих правой части (1), суперпозицией решений с правыми частями (2). Считая частоту ω малой, пренебрегаем пульсациями скоростей, полагая их постоянными. Вектор скорости должен удовлетворять уравнениям неразрывности, что при постоянных скоростях выполняется автоматически.

На границах слоев задаются условия сопряжения, имеющие вид

$$\varphi_n(x,y,z) = \varphi_{n+1}\left(x,y,z\right),$$

$$\nu_n\frac{\partial\varphi_n(x,y,z)}{\partial z} = \nu_{n+1}\frac{\partial\varphi_{n+1}(x,y,z)}{\partial z}, \quad z = h_n.$$

На нижней границе ($z = 0$) и на верхней границе ($z = h_N$) выполняются граничные условия

$$\alpha_{10m}\frac{\partial\varphi_1}{\partial z} - \alpha_{20m}\varphi_1 = w_m(x,y), \quad (3)$$

$$z = 0, \quad x,y \in \Omega_m \cup \Omega_m = R^2, \quad m = 1,2,\ldots,M;$$

$$\alpha_{1N}\frac{\partial\varphi_N}{\partial z} - \alpha_{2N}\varphi_N = g, \quad z = h_N.$$

Граничные условия (3) переводят краевую задачу в класс смешанных с линиями раздела граничных условий. Входящие в (3) параметры являются функциями скоростей нижнего слоя, т.е. $\alpha_{10m}(u_1, v_1)$, $\alpha_{20m}(u_1, v_1)$. Таким образом, в зависимости от величин скоростей в нижнем, приповерхностном, слое будет происходить частичное или полное сдувание или смывание оседающего вещества: при $\alpha_{10m} = 0$ — будет полным, при $\alpha_{20m} = 0$ — будет отсутствовать. Введенные граничные условия близки к реальности. Они описывают локально происходящие природные процессы ветрового или водопотокового воздействия на разнотипные поверхности, поразному удерживающие осевшие вещества. На бесконечности решения краевой задачи должны стремиться к нулю.

В связи с тем, что краевая задача является смешанной, сведем ее к системе интегральных уравнений.

Введем вспомогательную краевую задачу. Для этого заменим граничные условия (3) одним, положив для некоторого m

$$\alpha_{10m}\frac{\partial\varphi_1}{\partial z} - \alpha_{20m}\varphi_1 = q(x,y), \quad (4)$$

$$z = 0, \quad (x,y) \in R^2, \quad m = \mathrm{const}.$$

В частности, можно принять

$$\alpha_{10m} = 0, \quad \alpha_{20m} = -1,$$

$$\varphi_1 = q(x,y), \quad z = 0, \quad x,y \in R^2, \quad m = \mathrm{const}.$$

В этом случае функция q характеризует распределение СБ на нижней границе первого слоя.

Введенная функция $q(x,y)$, имеющая проекции $q_m(x,y)$ на области Ω_m, является неизвестной и нуждается в определении. Применяя метод факторизации или метод преобразований Фурье для случая плоскопараллельных границ, получаем решение вспомогательной краевой задачи в пространстве медленно растущих обобщенных функций [1–3]. В результате решение можно представить в форме интегралов Фурье вида

$$\varphi_{k+1}(x,y,z) = \\ = \frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{R^2}\Phi_{k+1}(\alpha_1,\alpha_2,z)e^{-i\langle\alpha x\rangle}d\alpha_1 d\alpha_2 \equiv \\ \equiv \mathbf{V}^{-1}\Phi_{k+1}, \quad (5)$$

$$\Phi_{k+1} = \mathbf{V}\varphi_{k+1}.$$

$$\Phi_{k+1}(\alpha_1,\alpha_2,z)=\left[a_{k+1}\operatorname{ch}\chi_{k+1}(z-h_k)+\right.$$
$$\left.+\,b_{k+1}\operatorname{sh}\chi_{k+1}(z-h_k)\right]e^{\gamma_k}(z-h_k)+$$
$$+\,\chi_{k+1}^{-1}\nu_{k+1}^{-1}e^{\gamma_{k+1}}(z-z_{Ck+1})\times$$
$$\times\left[\operatorname{sh}\chi_{k+1}(z-z_{Ck+1})\right]\psi(z_{Ck+1}-z),$$

$$h_k\leqslant z_{Ck+1}\leqslant h_{k+1},\quad \psi(z)=\begin{cases}0, z<0,\\ 1, z\geqslant 0.\end{cases}$$

Введя обозначение, элементы вектора $\mathbf{Y}_{k+1}=\{a_{k+1},b_{k+1}\}$ можно найти из системы матричных уравнений. Наиболее важный для дальнейшего вектор $\mathbf{Y}_1$ для случая $C_l\neq 0$, имеет вид

$$\mathbf{Y_1}=(\mathbf{G}_1+\mathbf{G}_2\mathbf{K}_{N-1})^{-1}(\mathbf{Q}-\mathbf{G}_2\mathbf{B}_{Nl}),$$

$$\mathbf{G}_1=\begin{pmatrix}g_{11}&g_{12}\\0&0\end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G}_2=\begin{pmatrix}0&0\\g_{21}&g_{22}\end{pmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{l-1}=\begin{pmatrix}1&0\\\nu_{l-1}\gamma_{l-1}&\nu_{l-1}\chi_{l-1}\end{pmatrix},$$

$$\mathbf{N}_l=\begin{pmatrix}N_{l_1}\\N_{l_2}\end{pmatrix},$$

$$\mathbf{S}_n=\frac{e^{\gamma_{n-1}(h_{n-1}-h_{n-2})}}{\nu_n\chi_n}\left\|s_{mk}\right\|,$$

$$\mathbf{Q}=\begin{pmatrix}\mathbf{V}q+T\\\mathbf{V}g\end{pmatrix},$$

$$T=\chi_1^{-1}\nu_1^{-1}e^{-\gamma_1 z_{C1}}[(\alpha_{10z}\gamma_1-\alpha_{20z})\times$$
$$\times\operatorname{sh}\chi_1 z_{C1}-\alpha_{10z}\chi_1\operatorname{ch}\chi_1 z_{C1}],$$

$$s_{11}=\nu_n\chi_n C(h_{n-1}-h_{n-2}),$$
$$s_{12}=\nu_n\chi_n S(h_{n-1}-h_{n-2}),$$

$$s_{21}=(\nu_{n-1}\gamma_{n-1}-\nu_n\gamma_n)\times$$
$$\times C(h_{n-1}-h_{n-2})+\nu_{n-1}\chi_{n-1}S(h_{n-1}-h_{n-2}),$$

$$s_{22}=(\nu_{n-1}\gamma_{n-1}-\nu_n\gamma_n)\times$$
$$\times S(h_{n-1}-h_{n-2})+\nu_{n-1}\chi_{n-1}C(h_{n-1}-h_{n-2}),$$

$$C(h_{n-1}-h_{n-2})=\operatorname{ch}\chi_{n-1}(h_{n-1}-h_{n-2}),$$
$$S(h_{n-1}-h_{n-2})=\operatorname{sh}\chi_{n-1}(h_{n-1}-h_{n-2}),$$
$$\mathbf{K}_{n-1}=\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n-1}\ldots\mathbf{S}_2,$$
$$\mathbf{B}_{nl}=\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n-1}\ldots\mathbf{S}_l\mathrm{M}_{l-1}^{-1}\mathbf{N}_{l-1},$$
$$N_{l1}=C_l e^{\gamma_l(h_{l-1}-z_{Cl-1})}S(h_{n-1}-z_{Cn-1}),$$

$$N_{l2}=C_l e^{\gamma_l(h_{l-1}-z_{Cl-1})}\times$$
$$\times[\gamma_l S(h_{n-1}-z_{Cn-1})+\chi_l C(h_{n-1}-z_{Cn-1})],$$

$$\chi_n=0,5\nu_n^{-1}\left\{(w_n-w_{ng})^{-1}+\right.$$
$$\left.+4\nu_n\left[\mu_n(\alpha_1^2+\alpha_2^2)\right]-i(\alpha_1 u_n+\alpha_2 v_n)+\sigma+i\omega\right\}^{0,5},$$
$$\operatorname{Im}\chi_n>0.$$
$$\gamma_n=0,5\nu_n^{-1}\left\{w_n-w_{gn}\right\},$$
$$g_{11}=\alpha_{10z}\gamma_1\nu_1-\alpha_{20z},\quad g_{12}=\alpha_{10z}\nu_1\chi_1,$$

$$g_{21}=\left[\alpha_{1N}s_N-\alpha_{2N}^C(h_{N-1}-h_{N-2})\right]\times$$
$$\times\, e^{\gamma_N(h_N-h_{N-`1})},$$

$$g_{22}=\left[\alpha_{1N}\tau_N-\alpha_{2N}S(h_{N-1}-h_{N-2})\right]\times$$
$$\times\, e^{\gamma_N(h_N-h_{N-1})},$$

$$s_N=\nu_N\left[\gamma_N C(h_{N-1}-h_{N-2})+\right.$$
$$\left.+\,\chi_N S(h_{N-1}-h_{N-2})\right],$$

$$\tau_N=\nu_N\left[\gamma_N C(h_{N-1}-h_{N-2})+\right.$$
$$\left.+\,\chi_N C(h_{N-1}-h_{N-2})\right].$$

Как видно из (5), сшивание решений на границах слоев осуществляется с использованием лишь одной функции скачка $\psi(z)$, что, с одной стороны, существенно упрощает формулы, а с другой — позволяет, решив лишь одну краевую задачу, строить решения ряда смежных краевых задач для этой же системы дифференциальных уравнений.

Внося построенное решение краевой задачи в граничные условия (3), получаем систему интегральных уравнений вида

$$\sum_{n=1}^{N}\iint\limits_{\Sigma_n}k_m(x-\xi_1,y-\xi_2)q_n(\xi_1,\xi_2)d\xi_1 d\xi_2=$$
$$=f_m(x,y),\quad x,y\in\Omega_m,\quad (6)$$

$$k_m(x,y)=$$
$$=\frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{R^2}K_m(\alpha_1,\alpha_2)e^{-i(\alpha_1 x_1+\alpha_2 x_2)}d\alpha_1 d\alpha_2,$$

$$m=1,2,\ldots,N,\quad \mathbf{K}=\{k_m\}_1^N.$$

Функции $f_m(x,y)$ имеют сложное строение, зависят как от точечного источника, так и от функций $w_m(x,y)$, и здесь не приводятся.

Элементами квадратной матрицы-функции $\mathbf{K}(\alpha_1,\alpha_2)$, содержащей одинаковые строки, являются мероморфные функции двух комплексных переменных — α_1,α_2.

Для $m=1$ система интегральных уравнений вырождается в одно уравнение свертки на всей плоскости, решаемое применением преобразования Фурье.

Если $m=2$ и области Ω_m занимают полуплоскости, система сводится к функциональному уравнению Винера–Хопфа и решается в замкнутом виде.

Если $m \geqslant 2$ и области не являются полуплоскостями, для исследования интегральных уравнений нужно применять метод факторизации, предварительно перейдя к новым неизвестным, а именно, представив систему в виде

$$\mathbf{V}^{-1}\sum_{n=2}^{N} K_1^{-1}K_m F_n^- = \\ = \mathbf{V}^{-1}F_m - \mathbf{V^{-1}}K_1^{-1}K_m F_1,$$

$$(x,y)=\mathbf{x}, \quad \mathbf{x}\in\Omega_{\mathbf{m}}, \quad m=2,\ldots,N$$

Здесь функции $\sum\limits_{n=2}^{N}\mathbf{V^{-1}}F_n^-$ являются неизвестным продолжением правой части первого уравнения в системе (6) вне области Ω_1 во всей плоскости.

$$f_n^- = \mathbf{V^{-1}}F_n^- = \begin{cases} 0, & \mathbf{x}\notin\Omega_{\mathbf{n}}, \\ \neq 0, & \mathbf{x}\in\Omega_{\mathbf{n}}. \end{cases}$$

Для областей сложной конфигурации дальнейшее исследование этой системы требует применения методов геометрии многообразий.

Принимая во внимание, что мероморфные функции $K_m(\alpha)$ имеют лишь комплексные нули и полюса, выпишем приближенное, вырожденное, решение задачи, которое находится из системы (6) и имеет вид

$$q_n(\mathbf{x}) = \mathbf{V^{-1}}(\mathbf{x})\sum_{m=1}^{N} K_m^{-1}F_m + O(e^{-\xi|\mathbf{x}-\tau|}), \\ \mathbf{x}\in\Omega_{\mathbf{n}}, \quad \tau\in\partial\Omega_{\mathbf{n}}. \tag{7}$$

Здесь ξ — минимальное значение модуля мнимой части ближайшего к вещественной оси нулевого множества функций $K_m(\alpha)$.

Таким образом, эти функции приближенно описывают решение во внутренних точках областей Ω_n. В том случае, когда области Ω_m и Ω_n граничат по гладкой кривой, в полосе, содержащей указанную кривую, решение может быть представлено в виде

$$q_p(x_1) = \\ = \mathbf{V^{-1}}(x_1)\left\{\frac{F_n^+}{K_{n1}} + \frac{F_m^-}{K_m} - \frac{1}{K_n^+(\alpha_1)K_m^-(\alpha_1)}\times \right. \\ \left. \times\left[\left(\frac{K_m^-F_n^+}{K_n^-}\right)^- + \left(\frac{K_n^+F_m^-}{K_m^+}\right)^+\right]\right\}, \\ p=n, \quad x_1>0; \quad p=m, \quad x_1<0.$$

Здесь ось $0x_1$ с началом на границе, нормальна к ней и переходит из области Ω_m в область Ω_n.

Формулы (7) обосновывают возможность использования для описания оседания загрязняющих веществ в зонах, удаленных от границ областей Ω_m, проекций решений краевых задач с соответствующими граничными условиями, но заданными на всей плоскости.

3. Рассмотрим один из частных случаев применения построенной модели – загрязнение воздушного бассейна предприятием при выбросах вследствие катастрофического события природного или техногенного характера, которое может повлечь за собой необходимость эвакуации населения.

Краснодарский край по своему географическому положению, климатическим факторам, геоморфологическому и геотектоническому строению подвержен частому возникновению аномальных природных явлений. Проявление этих факторов в сочетании с высокой антропогенной нагрузкой приводит к природно-техногенным авариям и катастрофам. Особенностью региона является наличие морского побережья и горных районов, высокая плотность населения Черноморского побережья Кавказа (с многократным увеличением населения в районе Большого Сочи в летний период). На сейсмоопасных территориях проходят многие важные коммуникации края (транспорт, газовые и нефтяные магистрали), находятся электростанции и другие объекты, разрушение которых ведет к экологической деградации территорий и гибели людей.

Так как ЗВ выбрасываются в атмосферу в условиях вполне определенной метеорологической обстановки (направление и скорость ветра, влажность, давление, температура), то задача определения зоны оседания

облака ЗВ и концентрации требует знания физико-механических характеристик каждого слоя и параметров, характеризующих способность данного участка поверхности удерживать, при наличии приповерхностных движений среды, часть осаждающихся веществ.

На температуру воздуха, скорости ветра, характеристики влажности воздуха и турбулентного обмена существенное влияние оказывают близость неоднородной по своим физическим свойствам земной поверхности, большие колебания во времени и пространстве содержания поглощающих радиацию газов, наличие облаков, туманов, твердых примесей.

В границах приземного слоя скорость и температура приближенно описываются логарифмическими функциями высоты, а коэффициент турбулентного обмена возрастает пропорционально высоте. Выше приземного слоя под влиянием силы Кориолиса и изменения напряжения трения с высотой профиль скорости ветра отличается от логарифмического, наблюдается поворот ветра, особенно в дневное время [4]. Предложенные полуэмпирические зависимости имеют ошибку порядка 25 % [4, 5].

Предлагается следующий способ оперативного получения информации о метеорологических характеристиках атмосферы и распространении облака загрязняющих веществ. Способ позволяет получить достоверную информацию о состоянии атмосферы и базируется на точной ландшафтной карте территории.

Проводится оперативный мониторинг состояния атмосферы в зоне выброса. Производится запуск метеозондов в облако ЗВ. Координаты шаров-зондов определяются с помощью спутниковой навигационной системы. С помощью специальной электронной системы слежения за движениями и отклонениями зонда данные передаются в автоматическом режиме на компьютер, где происходит вычисление направления ветра на разных высотах и изменения его скорости. Применяя математические модели, предложенные выше, можно определить зону осаждения ЗВ и концентрацию в каждой точке. Прогнозируемая зона осаждения ЗВ накладывается на карту подстилающей поверхности местности, составленную с учетом коэффициентов удержания ЗВ.

Для случая катастрофического события полученные данные могут быть наложены на дорожную карту и с учетом возможностей транспортных коммуникаций на прилегающей к месту аварии территории по специальной программе определяют наиболее оперативный и безопасный путь эвакуации из зоны аварии.

Проблема получила следующее техническое решение.

Для корректной работы любой программной реализации данной модели в момент катастрофы требуется определение скорости слоя атмосферы и его высота. Все остальные параметры, необходимые для решения поставленной задачи, находятся в момент установки и настройки системы анализа ситуации для каждого конкретного объекта в отдельности.

Наиболее логичным способом определения данных параметров атмосферного слоя представляется GPS/GSM терминал, закрепленный на метеозонде, сообщающий свои координаты наземным службам через заданный промежуток времени.

Система связи, обеспечивающая работу модели, должна отвечать следующим требованиям:

1) обеспечивать мониторинг метеозонда в районе источника выброса ЗВ в атмосферу;

2) быть простой и надежной в эксплуатации;

3) быть быстроразворачиваемой персоналом невысокой квалификации.

Исходя из требований, предъявляемых к системе связи, разработана схема, изображенная на рисунке.

В случае наступления критической ситуации в атмосферу выпускается зонд, с установленным на него GPS/GSM терминалом, который посылает свои координаты с помощью короткого текстового сообщения (short text message — SMS) на список телефонных номеров, запрограммированных заранее, каждые 5 секунд. Каждое SMS содержит 3 числа — долготу, широту, и высоту над уровнем моря зонда. Эти данные считываются с помощью специального программного обеспечения, и поступают для дальнейшей обработки в программную реализацию математической модели. Таким образом, данная реализация системы связи не нуждается в сложной инфраструктуре, состоящей из серверов, специализированных каналов данных и штата квалифицированного персонала. Для её работы достаточно сети GSM в районе действия предприятия и рабочей станции с установленным программным обеспечением.

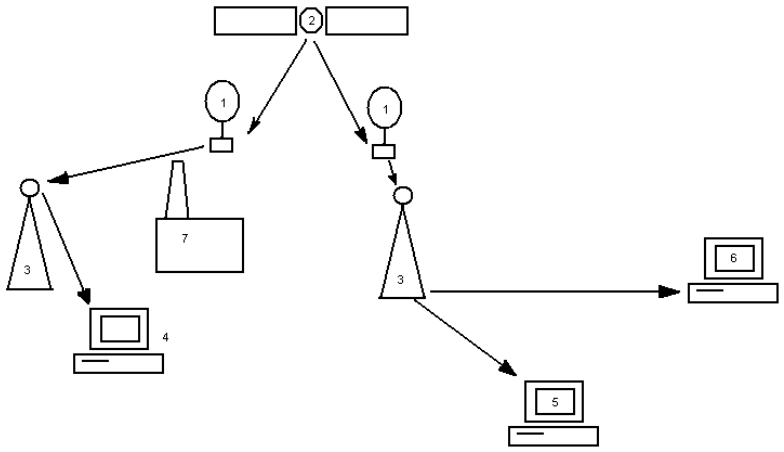


Схема системы связи: *1* — метеозонд с установленным и запрограммированным GPS/GSM терминалом; *2* — система спутников GPS; *3* — станция GSM; *4* — рабочая станция на предприятии с установленной программой модели; *5* — рабочая станция на местном пункте МЧС; *6* — центральное подразделение МЧС; *7* — источник выброса

Наиболее типичными представителями GSM/GPS терминалов на современном рынке являются следующие: Siemens XT55, Wavecom Wavecom WISMO QUIK Q2501B, Ritm Voyager, AT-300, Nokia 12, Sim Technology sim508.

Среди перечисленных устройств удовлетворительную массу вместе с элементами питания имеют только Wavecom WISMO QUIK Q2501B, Siemens XT55, Nokia 12, Sim Technology sim508.

Из этих трех устройств GPS с координатой высоты есть только у устройства Sim Technology sim508, который выбран для реализации модели связи.

Анализ зависимости скорости получения результирующей картины распространения ЗВ от количества использованных зондов показал, что численных различий в работе системы не обнаружено, таким образом, система связи не тормозит работу программного обеспечения и является удовлетворяющей всем поставленным задачам.

Литература

1. *Бабешко В. А., Бабешко О. М.* Метод факторизации решения некоторых краевых задач // ДАН. 2003. Т. 389. № 2. С. 184–188.
2. *Бабешко В. А., Бабешко О. М.* Обобщенная факторизация в краевых задачах в многосвязных областях // ДАН. 2003. Т. 392. № 2. С. 163–167.
3. *Бабешко В. А., Бабешко О. М.* Метод факторизации в краевых задачах в неограниченных областях // ДАН. 2003. Т. 392. № 6. С. 767–770.
4. *Матвеев Л. Т.* Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1984.
5. *Вайсблат Г. В., Петрова Е. К., Иванов Е. Н.* О связи коэффициента турбулентности в пограничном слое атмосферы с некоторыми метеорологическими параметрами // Вопросы климатологии и загрязнения атмосферы. М.: Гидрометеоиздат, 1980.

Ключевые слова: перенос вещества, оседание субстанции, многослойная среда, разнотипное основание, мониторинг

Статья поступила 1 августа 2008 г.
Кубанский государственный университет, г. Краснодар
© Бабешко В. А., Зарецкая М. В., Рядчиков И. В., 2008