

УДК 539.3

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШТАМПА И ДВУХСЛОЙНОЙ ПОЛОСЫ ПРИ НАЛИЧИИ СИЛ ТРЕНИЯ В ОБЛАСТИ КОНТАКТА¹

Колесников В. И.², Чебаков М. И.³, Иваночкин П. Г.⁴

ABOUT SPECIFIC FEATURES OF CONTACT INTERACTION OF A STAMP AND A TWO-LAYER STRIP IN THE PRESENCE OF FRICTION FORCES IN THE CONTACT AREA

Kolesnikov V. I., Chebakov M. I., Ivanochkin P. G.

A plane problem about the contact with friction of a parabolic stamp and a two-layer strip which models the frictional contact of a body with a covering is considered. To solve the integral equation, a special method of collocations is used, which makes it possible to obtain rather exact solutions practically for all values of the problem parameters. Distributions of pressure in an elastic covering and an elastic substrate for rather firm and rather soft layers are obtained. The action of the factor of the covering friction and thickness on the pressure distribution is investigated.

Keywords: contact problem, two-layer strip, friction interaction, body with a covering, strained state, friction factor.

Введение

Сегодня общепризнанно, что наиболее рациональным путем, позволяющим направленно изменять напряженно-деформированное состояние в приповерхностном слое, деформационно-силовые параметры контактных областей и природу контактного взаимодействия тел, является нанесение покрытий и модифицирование поверхностного слоя. Современные технологии инженерии поверхности используют композиции на основе металлов, керамик и полимеров, позволяют наносить практически любые твердые материалы. Нанесение покрытий, как процесс поверхностной обработки материалов, характеризуется многообразием методов и широтой их применения.

Исследование напряженного состояния тел с покрытиями является необходимым звеном при анализе характера их разруше-

ния и разработке способов создания износостойких покрытий. Во многих работах рассмотрены способы оценки свойств покрытий. Однако вопрос влияния покрытий на конструктивную прочность изделия в целом значительно сложнее, чем принято считать, и не может быть решен с помощью исследования структуры и свойств только покрытий. Как отмечено в ряде работ [2,3], имеются не только количественные, но и качественные различия в поведении материалов с покрытиями. Так, при удачном подборе композиции «основной материал-покрытие», может резко возрасти износостойкость или теплостойкость, и, наоборот, в неудачной конструкции возможно расслаивание, растрескивание и т.д.

Композиция «основной материал-покрытие» представляет, по сути, некоторую поверхностную конструкцию со свойствами, не достижимыми отдельно ни мате-

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (06-08-01257, 07-08-00730, 08-08-00853, 08-08-00873).

²Колесников Владимир Иванович, академик РАН, д-р тех. наук, профессор, ректор Ростовского государственного университета путей сообщения, заведующий кафедрой теоретической механики; e-mail: rec@rgups.ru.

³Чебаков Михаил Иванович, заведующий отделом НИИ механики и прикладной математики им. И. И. Воровича Южного Федерального университета, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры теории упругости ЮФУ; e-mail: chebakov@math.rsu.ru.

⁴Иваночкин Павел Григорьевич, канд. физ.-мат. наук, профессор кафедры теоретической механики Ростовского государственного университета путей сообщения; e-mail: prkom_ivan@rgups.ru.

риалом основы, ни материалом поверхностного слоя. Композицию «основной материал–покрытие» следует рассматривать как единое целое, а ее комплексное исследование должно базироваться на взаимосвязи показателей качества композиции с ее конструктивными характеристиками и физико-механическими свойствами используемых материалов.

Особенно важным становится исследование работоспособности рассматриваемой композиции в прецизионных сопряжениях, где изменение размерных характеристик является жестко ограниченным.

В настоящей работе с этих принципиальных позиций рассмотрено контактное взаимодействие жесткого штампа с двухслойной полосой и исследовано влияние сил трения в зоне контакта. При решении подобных задач обычно используют либо численное моделирование [2], либо упрощенные модели покрытий, позволяющие получать простые аналитические соотношения.

1. Постановка задачи

На примере плоской задачи теории упругости о взаимодействии штампа с основанием, образованным двумя упругими слоями с различными механическими свойствами и жестко соединенных между собой и с недеформируемой подложкой, исследуется влияние геометрических и механических параметров задачи на напряженно-деформированное состояние такой композиции, как на ее поверхности, так и во внутренних точках.

Предполагается, что подошва штампа имеет форму параболы, в зоне контакта нормальные и касательные напряжения связаны законом Кулона, а на штамп действуют нормальные и касательные усилия, при этом система штамп – двухслойное основание находится в условиях предельного равновесия и штамп в процессе деформации слоя не поворачивается.

Рассмотрим область $-h_2 \leq y \leq h_1$, $-\infty < x < \infty$ состоящую из двух слоев $0 \leq y \leq h_1$, $-\infty < x < \infty$ (слой 1) и $-h_2 \leq y \leq 0$, $-\infty < x < \infty$ (слой 2) соответственно (рис. 1), где (x, y) – декартовы координаты на плоскости. Пусть слой 1 и слой 2, имеющие разные упругие постоянные, жестко соединены между собой по границе $y = 0$, граница $y = -h_2$ слоя 2 жест-

ко соединена с недеформируемым основанием, а грань $y = h_1$ слоя 1 взаимодействует со штампом, находящимся под действием нормальной силы P и горизонтальной силы $T = \mu P$. Пусть в зоне контакта нормальные и касательные напряжения связаны законом Кулона $\tau_{xy} = \mu \sigma_y$ (μ – коэффициент трения). В рассматриваемом случае штамп имеет подошву в виде параболы с радиусом кривизны R в вершине (зона контакта переменной). Исследуется случай предельного равновесия, сила P приложена к штампу с некоторым эксцентриситетом таким образом, что он не поворачивается в процессе деформирования слоя.

В случае плоской деформации задача сводится к соответствующим уравнениям Ляме при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} \sigma_y^1 = \tau_{xy}^1 = 0 \quad (y = h_1, x < -a, x > b), \\ \tau_{xy}^1 = \mu \sigma_y^1, \quad v^1 = \delta - f(x) \\ (y = h_1, -a \leq x \leq b), \\ v^1 = v^2, \quad u^1 = u^2, \quad \sigma_y^1 = \sigma_y^2, \quad \tau_{xy}^1 = \tau_{xy}^2 \\ (y = 0), \\ u^2 = v^2 = 0 \quad (y = -h_2). \end{aligned}$$

Здесь u^i, v^i – перемещения в упругих слоях соответственно вдоль осей x, y ; σ_y^i, τ_{xy}^i – нормальные и касательные напряжения (индексы 1 и 2 относятся соответственно к слоям 1 и 2); $f(x) = x^2/(2R)$.

С помощью преобразования Фурье поставленная контактная задача сводится к интегральному уравнению (ИУ) относительно неизвестных нормальных контактных напряжений под штампом $\sigma_y = q(x)$

$$\int_{-a}^b q(\xi) k \left(\frac{\xi - x}{h_1} \right) d\xi = \pi \theta \delta(x) \quad (1.1)$$

$$(-a \leq x \leq b), \quad \theta = \frac{G_1}{1 - \nu_1},$$

ядро которого представимо в виде двух слагаемых

$$k(t) = k_1(t) - \varepsilon k_2(t), \quad \varepsilon = \frac{(1 - 2\nu_1)\mu}{2(1 - \nu_1)},$$

$$k_1(t) = \int_0^\infty \frac{L_1(u)}{u} \cos ut du, \quad (1.2)$$

$$k_2(t) = \int_0^\infty \frac{L_2(u)}{u} \sin ut du,$$

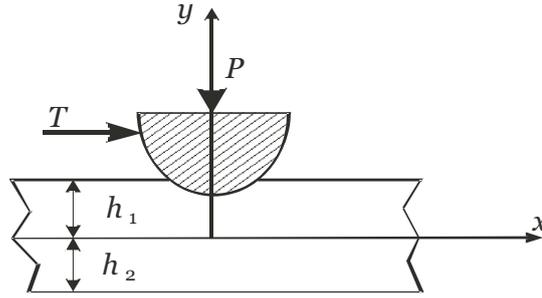


Рис. 1. Схема контакта штампа с двухслойной полосой

Здесь

$$L_1(u) = \frac{n_{01}(u)G^2 + n_{11}(u)G + n_{21}(u)}{d_0(u)G^2 + d_1(u)G + d_2(u)},$$

$$L_2(u) = \frac{n_{02}(u)G^2 + n_{12}(u)G + n_{22}(u)}{(d_0(u)G^2 + d_1(u)G + d_2(u))(1 - 2\nu_1)},$$

где $G = G_2/G_1$, а G_i, ν_i — модули сдвига и коэффициенты Пуассона для i -го слоя, δ — перемещение штампа в вертикальном направлении. Входящие в выражения для $L_1(u), L_2(u)$ функции $n_{ij}(u)$ зависят от параметров $H = h_2/h_1, \kappa_i = 3 - 4\nu_i$ и имеют достаточно громоздкий вид, в силу чего не приводятся.

Ядро интегрального уравнения (1.1) имеет логарифмическую особенность и может быть представлено в виде [1]

$$\begin{aligned} k(t) &= -\ln|t| + F(t), \\ F(t) &= -F_1(t) + \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn}(t) - F_2(t), \end{aligned} \quad (1.3)$$

где функции $F_i(t)$ выражаются сходящимися при любых значениях t ($-2a/h_1 \leq t \leq 2b/h_1$) интегралами

$$\begin{aligned} F_1(t) &= \int_0^\infty \frac{1 - L_1(u) - e^{-u}}{u} \cos ut du, \\ F_2(t) &= \int_0^\infty \frac{1 - L_2(u)}{u} \sin ut du. \end{aligned} \quad (1.4)$$

В такой постановке задача исследовалась в [5] на основе решения соответствующих интегральных уравнений (ИУ) асимптотическим методом больших λ [1, 6, 7], который позволяет находить эффективное решение только для относительно больших толщин слоев по сравнению с размерами области контакта. В реальных же узлах трения слои могут

иметь достаточно малые относительные толщины и метод больших λ не может быть использован. Отметим, что другие асимптотические методы [1], эффективные в случае относительно малых толщин слоев при отсутствии сил трения, не удается пока адаптировать для случая наличия сил трения в зоне контакта.

В [8] для решения (1.1) с ядром (1.3) использовался прямой метод коллокаций по схеме работы [9]. Он позволил получить достаточно точные решения практически для любых значений параметров задач с небольшими затратами времени современных компьютеров.

2. Численные результаты и выводы

При расчетах использовались следующие безразмерные параметры: $G = G_2/G_1$ — относительная жесткость покрытия; $\lambda = 2h_1/(a + b)$ — относительная толщина покрытия (размеры зоны контакта находились при решении контактной задачи); $H = h_2/h_1$ — относительная толщина композиции «основной материал–покрытие».

Расчеты проводились при заданном вертикальном перемещении штампа δ и при некоторых значениях геометрических (R, h_1, H) и механических (ν_1, ν_2, G) параметров задачи. $P^* = P/G_1, M^* = M/G_1$.

Анализ численных расчетов показал, что при относительно большой толщине покрытия ($\lambda > 2$) картина распределения напряжений аналогична результатам для упругой полосы [7], т.е. влиянием подложки в этом случае можно пренебречь.

Рассмотрим относительно тонкие покрытия. Результаты, представленные на рис. 2, 3, получены для случая, когда в качестве подложки использовано стальное основание,

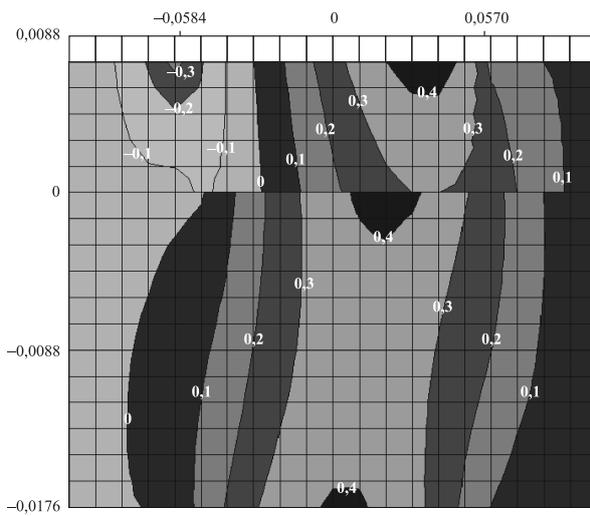


Рис. 2. Распределение напряжений σ_x в двухслойной полосе (жесткое покрытие)

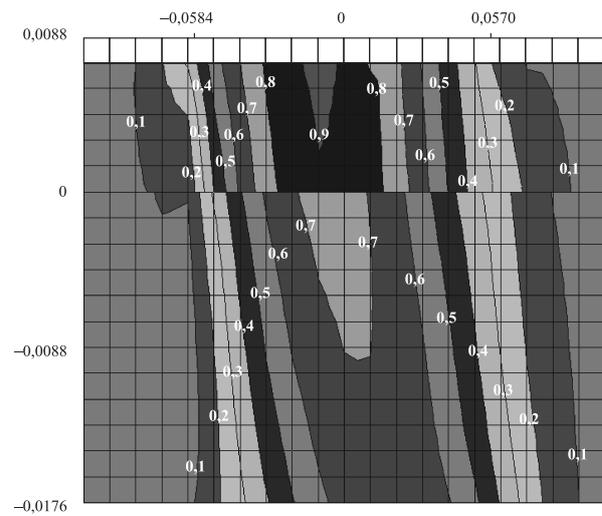


Рис. 3. Распределение эффективных напряжений в двухслойной полосе (жесткое покрытие)

покрытие получено азотированием: модули Юнга $E_1 = 276$ ГПа, $E_2 = 200$ ГПа; $\nu_1 = 0,2$, $\nu_2 = 0,3$, $h_1 = 8,8$ мкм, $R = 6,35$ мм, $H = 2$. В этом случае коэффициент трения $\mu = 0,3$, относительная жесткость покрытия $G = 0,67$. Задавая осадку индентора $\delta = 0,0003$ мм получим размеры зоны контакта $a = 0,0584$ мм, $b = 0,0570$ мм и следовательно относительную толщину покрытия $\lambda = 0,153$.

При исследовании напряженного состояния композиции были изучены напряжения, концентрация которых может привести к разрушению покрытия, а именно растягивающие напряжения и эффективные напряжения

$$\sigma_e = \frac{\sqrt{\xi}}{2},$$

$$\xi = (\sigma_y - \sigma_x)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6\tau_{xy}.$$

Линии равных значений напряжений проградированы в долях максимального контактного напряжения p_0 . Погрешность вычислений увеличивается при приближении значения y к значению h_1 из-за проблем вычисления быстро осциллирующих интегралов по бесконечному промежутку, поэтому результаты вычислений в поверхностном слое покрытия не приводятся.

На рис. 2 представлено распределение компоненты напряжений σ_x . Как видно из рисунка растягивающие напряжения возникают в покрытии в зоне за штампом. В подложке возникают преимущественно сжимающие напряжения, в то время как растягивающие напряжения, реализующиеся левее зоны

контакта незначительны. Максимальное значение сжимающих напряжений в подложке, равное $0,427p_0$, достигается на границе раздела. Кроме того, имеется концентрация σ_x на нижней границе подложки ($\sigma_x = 0,410p_0$).

Распределение эффективных напряжений в покрытии (рис. 3) характеризуется тем, что зона концентрации напряжений простирается от поверхности покрытия до границы раздела. В подложке максимум эффективного напряжения $\sigma_e = 0,730p_0$ находится на границе покрытия и подложки. При приближении к нижней границе подложки наблюдается увеличение эффективных напряжений до значения $\sigma_e = 0,677p_0$.

На рис. 4, 5 представлены результаты распределения напряжений в мягком ($G = 2$) покрытии. Расчеты проведены для значений параметров $\nu_1 = 0,2$, $\nu_2 = 0,3$, $h_1 = 8,8$ мкм, $R = 6,35$ мм, $H = 3$, $\mu = 0,3$. При осадке $\delta = 0,0003$ мм размеры зоны контакта $a = 0,0595$ мм, $b = 0,0570$ мм и, следовательно, относительная толщина покрытия $\lambda = 0,151$.

Как видно из рис. 4, 5 напряжения сквозь мягкое покрытие передаются в подложку лишь с небольшими изменениями. В подложке точки максимума растягивающих ($\sigma_x = 0,126p_0$) и сжимающих ($\sigma_x = 0,463p_0$) напряжений находятся на границе подложка-покрытие. Уровень напряжений в подложке выше по сравнению с жестким покрытием, а зона концентрации напряжений простирается на большую глубину.

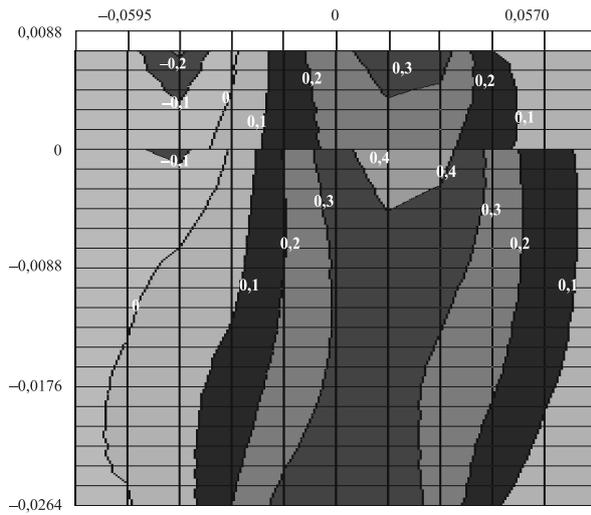


Рис. 4. Распределение напряжений σ_x в двухслойной полосе (мягкое покрытие)

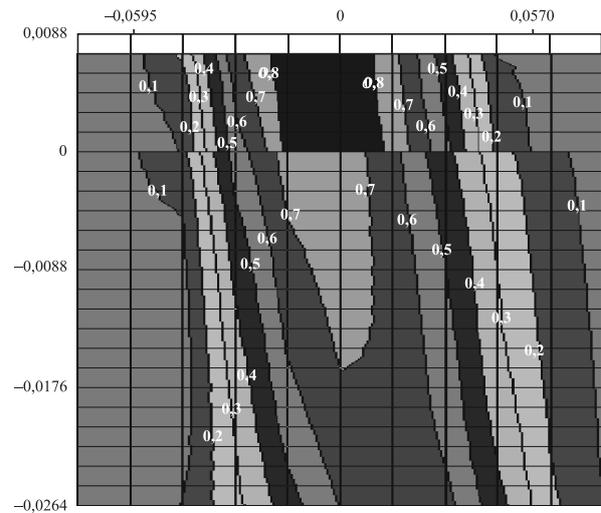


Рис. 5. Распределение эффективных напряжений в двухслойной полосе (жесткое покрытие)

Максимальное значение эффективных напряжений в подложке ($\sigma_e = 0,760p_0$) достигается на границе с покрытием. Уровень эффективных напряжений в подложке в случае мягкого покрытия также значительно выше.

Таблица иллюстрирует влияние жесткости подложки и относительной толщины композиции на размеры зоны контакта. Расчеты проведены для заданного значения нагрузки $P^* = 0,229 \cdot 10^{-5}$ и значения коэффициента трения $\mu = 0,3$. Для сравнения $a_s = 0,9246 \cdot 10^{-4}$ м; $b_s = 0,8014 \cdot 10^{-4}$ м. Интервал $(-a_s, b_s)$ — зона контакта при взаимодействии штампа с полуплоскостью, имеющей механические характеристики первого слоя [10]. В таблице все размерные величины приведены в системе СИ.

На основании многочисленных расчетов, основанных на [5, 8], можно сделать ряд выводов о влиянии сил трения в области контакта на размеры зоны контакта. В случае мягкого покрытия ($G > 1$) середина зоны контакта x_0 смещается в направлении, противоположном действию сдвигающего усилия, и размер зоны контакта уменьшается с увеличением G (при одном и том же значении безразмерного параметра $\zeta = P^*/R$).

Для жесткого покрытия ($G < 1$), наоборот, зона контакта при одном и том же значении ζ тем больше, чем жестче покрытие. Увеличение относительной толщины слоев H приводит к увеличению зоны контакта. Кроме того, как уже было замечено, размер зоны контакта зависит от значения коэффици-

ента Пуассона верхнего слоя — середина зоны контакта смещается вправо (по направлению действия сдвигающего усилия) при его увеличении. Увеличение коэффициента трения приводит к увеличению асимметрии зоны контакта. Момент контактных напряжений может принимать отрицательное, положительное или равное нулю значение в зависимости от сочетания значений параметров задачи. При увеличении значения коэффициента трения зона концентрации эффективных напряжений перемещается с границы раздела покрытия с подложкой на верхнюю границу покрытия.

Литература

1. Александров В. М. О плоских контактных задачах теории упругости при наличии сцепления и трения // ПММ. 1970. Т. 34. № 2. С. 246–257.
2. Kottropoulos K. Finite element analysis of layered elastic solid in normal contact with a rigid surface // J. of Tribology, 1988. V. 110. P. 477–485.
3. Воронин Н. А. Ключевые проблемы обеспечения качества и работоспособности поверхностей трения из топокомполитов // Трение и износ, 2006. Т. 27. № 5. С. 540–551.
4. Контактные задачи теории упругости для неоднородных сред / С. М. Айзикович, В. М. Александров, А. В. Белоконь, Л. И. Кренев, И. С. Трубочик. М.: Физматлит, 2006. 240 с.
5. Чебаков М. И. Взаимодействие штампа и двухслойного основания при наличии сил трения в области контакта // Экологический

Влияние параметров задачи на размеры зоны контакта

N	G	H	$\delta \cdot 10^6$	$M^* \cdot 10^{11}$	$a \cdot 10^4$	$b \cdot 10^4$	$x_0 \cdot 10^6$
1	0,67	2	0,300	0,276	0,584	0,570	-0,695
2	0,75	2	0,285	0,283	0,570	0,556	-0,717
3	0,75	3	0,346	0,312	0,618	0,603	-0,762
4	1	2	0,253	0,304	0,540	0,524	-0,795
5	1	3	0,301	0,338	0,580	0,563	-0,857
6	1,5	2	0,218	0,332	0,505	0,487	-0,878
7	1,5	3	0,253	0,372	0,537	0,518	-0,958
8	2	2	0,199	0,351	0,486	0,466	-0,988
9	2	3	0,227	0,394	0,512	0,491	-1,056
10	5	2	0,163	0,396	0,446	0,423	-1,128
11	5	3	0,175	0,447	0,460	0,435	-1,268
12	10	3	0,157	0,470	0,440	0,413	-1,352

- вестник научных центров ЧЭС. 2006. №1. С. 60–66.
- Александров В. М., Чебаков М. И. Аналитические методы в контактных задачах теории упругости. М.: Физматлит, 2004. 304 с.
 - Ворович И. И., Александров В. М., Бабешко В. А. Неклассические смешанные задачи теории упругости. М.: Наука, 1974. 456 с.
 - Иваночкин П. Г., Колесников В. И., Флек Б. М., Чебаков М. И. Контактная прочность двухслойного покрытия при наличии сил трения в области контакта // Изв. РАН Механика твердого тела. 2007. №1. С. 183–192.
 - Воронин В. В., Цецецо В. А. Численное решение интегрального уравнения 1 рода с логарифмической особенностью методом интерполяции и коллокации // Ж. вычисл. матем. и матем. физики. 1981. Т. 21. №1. С. 40–53.
 - Мухомелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 708 с.

Ключевые слова: контактная задача, двухслойная полоса, фрикционное взаимодействие, покрытие, напряженное состояние, коэффициент трения.

Статья поступила 12 ноября 2008 г.

Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону

Южный Федеральный университет, г. Ростов-на-Дону

© Колесников В. И., Чебаков М. И., Иваночкин П. Г., 2008