УДК 539.3

О ТРЕХМЕРНЫХ БЛОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ[1]

Бабешко В. А.[2], Бабешко О. М.[3], Евдокимова О. В.[4], Федоренко А. Г.[5]

ABOUT THREE-DIMENSIONAL BLOCK ELEMENTS

Babeshko V. A., Babeshko O. M., Evdokimova O. V., Fedorenko A. G.

The three-dimensional block elements are studying. The general representation of that elements were received. The pseudodifferential equations of the block elements were developed. The methods of solving of the pseudodifferential equations were discussed.

Keywords: three-dimensional block elements, pseudodifferential equations, boundary problem.

В работах [1, 2] развит метод построения плоского блочного элемента, который в отличие от конечного элемента отражает сплошность среды точно удовлетворяя дифференциальным уравнениям краевой задачи.

В настоящей работе излагается построение пространственного блочного элемента в форме прямоугольного параллелепипеда.

В качестве иллюстрации он построен для трехмерной краевой задачи. Для него выведены псевдодифференциальные уравнения и представление функции формы, точно удовлетворяющей дифференциальному уравнению краевой задачи. Используемый подход достаточно детально изложен в [3–7]. Заметим, что непростым явился отказ при исследовании этих краевых задач от использования традиционных для них Соболевских пространств, в которых ищется решение. Потребовался переход в нетрадиционные, сугубо топологические пространства медленно растущих обобщенных функций H_S, и нужно было определиться с ролью и местом обобщенных функций, возникающих в проводимом исследовании. В настоящее время этот вопрос полностью закрыт. Параллельно с дифференциальным методом факторизации, как сказано выше, находится интегральный метод факторизации. Оба метода сопутствуют друг другу при исследовании и решении как краевых задач, так и интегральных уравнений и их систем [6, 8, 9].

1. Развитая теория уже нашла ряд важных приложений, в частности, при построении математической модели оценки напряженности литосферных плит, в материаловедении, строительстве, нанотехнологиях. Приложением теории в области фундаментальных наук можно назвать выделение нового математического объекта — блочного элемента и создание на этой основе метода блочного элемента [1]. Наряду с построением блочного элемента в указанной работе пере-

[1]Отдельные фрагменты работы выполнены при поддержке грантов РФФИ (09-08-00170, 08-08-00468, 09-08-00171, 08-08-00669), программы Юг России (08-01-99012, 08-01-99013, 08-01-99016, 08-08-99090, 08-08-99091, 09-01-96500, 09-01-96503, 09-08-96522, 09-08-96527, 09-08-00294), программ отделения ЭММПУ и Президиума РАН, выполняемых Южным научным центром РАН.

[2]Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko@kubsu.ru.

[3]Бабешко Ольга Мефодьевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: infocenter@kubsu.ru.

[4]Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой художественного проектирования костюма Кубанского государственного университета; e-mail: infocenter@kubsu.ru.

[5]Федоренко Алексей Григорьевич, научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета.

числяется ряд достоинств и недостатков этого метода.

Ниже приводится пример построения трехмерного блочного элемента, повидимому, наиболее удобного в приложениях, т. к. упрощается представление псевдодифференциальных уравнений и просто достигается разбиение области на элементы прямоугольной сеткой. Как сказано ранее, блочный элемент можно строить для любой конечной системы дифференциальных уравнений в частных производных, причем порядок производных может быть любым, ограниченным. Элемент строится по определенному алгоритму автоматически. Ниже, для иллюстрации, в качестве примера, построен блочный элемент для следующей трехмерной краевой задачи в ограниченной области Ω с гладкой границей $\partial\Omega$ для дифференциального уравнения вида

$$Q(\partial x_1, \partial x_2, \partial x_3)\varphi = \Big[A_{11}(x_1,x_2,x_3)\partial^2 x_1 + A_{22}(x_1,x_2,x_3)\partial^2 x_2 + A_{33}(x_1,x_2,x_3)\partial^2 x_3 + A(x_1,x_2,x_3)\Big]\varphi(x_1,x_2,x_3) = 0 \quad (1)$$

с некоторыми граничными условиями, например, Дирихле или Неймана.

Здесь коэффициенты $A_{kk}(x_1,x_2,x_3)$, $A(x_1,x_2,x_3)$ являются положительными гладкими функциями. Детали построения опущены, алгоритм изложен в ряде работ [3–7].

2. Введем в области Ω прямоугольную сетку, настолько плотную, чтобы в интересующей зоне этой области коэффициенты $A_{kk}(x_1,x_2,x_3)$, $A(x_1,x_2,x_3)$ можно считать постоянными и будем обозначать их A_{kk}, A, а область выбранного параллелепипеда сетки — Ω_0 с границей $\partial\Omega_0$. Пусть в исходной, первой, локальной системе координат область Ω_0 описывается соотношениями $|x_1^1| \leqslant a$, $|x_2^1| \leqslant c$, $|x_3^1| \leqslant b$.

Здесь в качестве первой локальной системы координат принята декартова прямоугольная система, расположенная на верхней грани параллелепипеда, являющейся прямоугольником. Ее центр совпадает с центром прямоугольника, имеющего стороны $|x_1^1| \leqslant a$, $|x_2^1| \leqslant c$, причем координатные оси x_1^1, x_2^1 лежат в касательной плоскости параллельно границам, а координатная ось x_3^1 направлена по внешней к области Ω_0 нормали.

В области Ω_0 решим дифференциальным методом факторизации краевую задачу (1) с постоянными коэффициентами A_{kk}, A, применяя алгоритм, изложенный в [3–7]. В процессе его применения осуществляется касательное расслоение ориентированной границы, $\partial\Omega_0$, и вводятся правые локальные системы координат с внешними нормалями x_3^k и касательными x_1^k, x_2^k. Локальные координаты располагаются на гранях параллелепипеда, следуют против часовой стрелки, с начальным индексом $k=1$ на верхней грани. Локальные системы координат на фронтальной грани и ей противоположной имеют индексы $k=5$ и $k=6$ соответственно.

Введем операторы преобразования Фурье

$$F(\alpha_1^k,\alpha_2^k)\varphi = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1^k,x_2^k) \times \exp i(\alpha_1^k x_1^k + \alpha_2^k x_2^k)\,dx_1^k dx_2^k,$$

$$F^{-1}(x_1^k,x_2^k)\Phi = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\alpha_1^k,\alpha_2^k) \times \exp\left[-\,i(\alpha_1^k x_1^k + \alpha_2^k x_2^k)\,\right] d\alpha_1^k d\alpha_2^k,$$

$$F(\alpha_1^k,\alpha_2^k,\alpha_3^k)\varphi = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1^k,x_2^k,x_3^k) \times \exp i(\alpha_1^k x_1^k + \alpha_2^k x_2^k + \alpha_3^k x_3^k)\,dx_1^k dx_2^k dx_3^k,$$

$$F^{-1}(x_1^k,x_2^k,x_3^k)\Phi = \frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\alpha_1^k,\alpha_2^k,\alpha_2^k) \times \exp\left[-i(\alpha_1^k x_1^k + \alpha_2^k x_2^k + \alpha_3^k x_3^k)\right] d\alpha_1^k d\alpha_2^k d\alpha_3^k,$$

$$k = 1, 2, \ldots, 6.$$

Опустим процесс построения функциональных и псевдодифференциальных уравнений для этой краевой задачи. В работах [3–7] он изложен для более сложных краевых задач. Заметим лишь, что функциональное уравнение краевой задачи представимо в форме

$$KF(\alpha_1^k,\alpha_2^k,\alpha_3^k)\varphi = \iint_{\Omega} \omega,$$

$$K(\alpha_1^k,\alpha_2^k,\alpha_3^k) = -Q(-i\alpha_1^k, -i\alpha_2^k, -i\alpha_3^k).$$

ω — внешняя форма, связанная с краевой задачей [3–7].

3. Приведем вид получающихся псевдодифференциальных уравнений в трех первых локальных системах координат, т.е. для $k = 1, 2, 3$. Имеем

$$F^{-1}(x_1^1, x_2^1)\Bigg\{ \int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi_{13}' - i\alpha_{3-}^1 \varphi_1\right) \times \\ \times \exp i\left[\alpha_1^1\eta_1^1 + \alpha_2^1\eta_2^1\right] d\eta_1^1 d\eta_2^1 + \\ + \int_{-c}^{c}\int_{-b}^{b} A_{11}\left(\varphi_{22}' + i\alpha_1^1\varphi_2\right) \times \\ \times \exp i\left[-\alpha_1^1 a + \alpha_2^1 x_2^2 + \alpha_{3-}^1\left(x_1^2 - b\right)\right] dx_1^2 dx_2^2 + \\ + \int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi_{33}' + i\alpha_{3-}^1\varphi_3\right) \times \\ \times \exp i\left[-\alpha_1^1 x_1^3 + \alpha_2^1 x_2^3 - \alpha_{3-}^1 2b\right] dx_1^3 dx_2^3 - \\ - \int_{-c}^{c}\int_{-b}^{b} A_{11}\left(\varphi_{43}' - i\alpha_1^1\varphi_4\right) \times \\ \times \exp i\left[\alpha_1^1 a + \alpha_2^1 x_2^4 - \alpha_{3-}^1\left(x_1^4 + b\right)\right] dx_1^4 dx_2^4 + \\ + \int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi_{53}' + i\alpha_2^1\varphi_5\right) \times \\ \times \exp i\left[\alpha_1^1 x_1^5 - \alpha_2^1 c + \alpha_{3-}^1\left(x_2^5 - b\right)\right] dx_1^5 dx_2^5 + \\ + \int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi_{63}' - i\alpha_2^1\varphi_6\right) \times \\ \times \exp i\left[-\alpha_1^1 x_1^6 + \alpha_2^1 c + \alpha_{3-}^1\left(x_2^6 - b\right)\right] \times \\ \times dx_1^6 dx_2^6 \Bigg\} = 0,$$

$$\left|x_1^1\right| \leqslant a, \quad \left|x_2^1\right| \leqslant c,$$

$$F^{-1}(x_1^2, x_2^2)\Bigg\{ \int_{-b}^{b}\int_{-c}^{c} A_{11}\left(\varphi_{23}' - i\alpha_{3-}^2 \varphi_2\right) \times \\ \times \exp i\left[\alpha_1^2\eta_1^2 + \alpha_2^2\eta_2^2\right] d\eta_1^2 d\eta_2^2 + \\ + \int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi_{33}' + i\alpha_1^2\varphi_3\right) \times \\ \times \exp i\left[-\alpha_1^2 b + \alpha_2^2 x_2^3 + \alpha_{3-}^2\left(x_1^3 - a\right)\right] dx_1^3 dx_2^3 + \\ + \int_{-b}^{b}\int_{-c}^{c} A_{11}\left(\varphi_{43}' + i\alpha_{3-}^2\varphi_4\right) \times \\ \times \exp i\left[-\alpha_1^2 x_1^4 + \alpha_2^2 x_2^4 - \alpha_{3-}^2 2a\right] dx_1^4 dx_2^4 + \\ + \int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi_{13}' + i\alpha_1^2\varphi_1\right) \times \\ \times \exp i\left[\alpha_1^2 b + \alpha_2^2 x_2^1 - \alpha_{3-}^2\left(x_1^1 + a\right)\right] dx_1^1 dx_2^1 + \\ + \int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi_{53}' + i\alpha_2^2\varphi_5\right) \times \\ \times \exp i\left[\alpha_1^2 x_2^5 - \alpha_2^2 c - \alpha_{3-}^2\left(x_1^5 + a\right)\right] dx_1^5 dx_2^5 + \\ + \int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi_{63}' - i\alpha_2^2\varphi_6\right) \times \\ \times \exp i\left[\alpha_1^2 x_2^6 + \alpha_2^2 c + \alpha_{3-}^2\left(x_1^6 - a\right)\right] dx_1^6 dx_2^6 \Bigg\} = 0,$$

$$\left|x_1^2\right| \leqslant b, \quad \left|x_2^2\right| \leqslant c,$$

$$F^{-1}(x_1^3, x_2^3)\Bigg\{ \int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi_{33}' - i\alpha_{3-}^3 \varphi_3\right) \times \\ \times \exp i\left[\alpha_1^3\eta_1^3 + \alpha_2^3\eta_2^3\right] d\eta_1^3 d\eta_2^3 - \\ - \int_{-b}^{b}\int_{-c}^{c} A_{11}\left(\varphi_{43}' + i\alpha_1^3\varphi_4\right) \times \\ \times \exp i\left[-\alpha_1^3 a + \alpha_2^3 x_2^4 + \alpha_{3-}^3\left(x_1^4 - b\right)\right] dx_1^4 dx_2^4 + \\ + \int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi_{13}' + i\alpha_{3-}^3\varphi_1\right) \times \\ \times \exp i\left[-\alpha_1^3 x_1^1 + \alpha_2^3 x_2^1 - \alpha_{3-}^3 2b\right] dx_1^1 dx_2^1 - \\ - \int_{-b}^{b}\int_{-c}^{c} A_{11}\left(\varphi_{23}' - i\alpha_1^3\varphi_2\right) \times \\ \times \exp i\left[\alpha_1^3 \alpha + \alpha_2^3 x_2^2 - \alpha_{3-}^3\left(x_1^2 + b\right)\right] dx_1^2 dx_2^2 - \\ - \int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi_{53}' + i\alpha_2^3\varphi_5\right) \times \\ \times \exp i\left[-\alpha_1^3 x_1^5 - \alpha_2^3 c - \alpha_{3-}^3\left(x_2^5 + b\right)\right] dx_1^5 dx_2^5 -$$

$$-\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi'_{63}-i\alpha_2^3\varphi_6\right)\times$$
$$\left.\times\exp i\left[\alpha_1^3 x_1^6+\alpha_2^3 c-\alpha_{3-}^3\left(x_2^6+b\right)\right]dx_1^6 dx_2^6\right\}=$$
$$=0,$$

$$\left|x_1^3\right|\leqslant a,\quad \left|x_2^3\right|\leqslant c.$$

Аналогичный вид имеют три остальных псевдодифференциальных уравнения, $k=4,5,6$. Характеристические уравнения в локальных системах координат представимы в форме

$$K_1(\alpha_1^m,\alpha_2^m,\alpha_3^m)=$$
$$=A_{11}(\alpha_1^m)^2+A_{22}(\alpha_2^m)^2+A_{33}(\alpha_3^m)^2-A,$$
$$m=1,3,$$

$$K_2(\alpha_1^n,\alpha_2^n,\alpha_3^n)=$$
$$=A_{33}(\alpha_1^n)^2+A_{22}(\alpha_2^n)^2+A_{11}(\alpha_3^n)^2-A,$$
$$n=2,4,$$

$$K_3(\alpha_1^p,\alpha_2^p,\alpha_3^p)=$$
$$=A_{11}(\alpha_1^p)^2+A_{33}(\alpha_2^p)^2+A_{22}(\alpha_3^p)^2-A,$$
$$p=5,6.$$

Интересующие нас корневые множества описываются соотношениями вида

$$\alpha_{3-}^m(\alpha_1^m,\alpha_2^m)=$$
$$=-i\sqrt{A_{33}^{-1}\left[A_{11}(\alpha_1^m)^2+A_{22}(\alpha_2^m)^2-A\right]},$$
$$m=1,3,$$

$$\alpha_{3-}^n(\alpha_1^n,\alpha_2^n)=$$
$$=-i\sqrt{A_{11}^{-1}\left[A_{33}(\alpha_1^n)^2+A_{22}(\alpha_2^n)^2-A\right]},$$
$$n=2,4,$$

$$\alpha_{3-}^p(\alpha_1^p,\alpha_2^p)=$$
$$=-i\sqrt{A_{22}^{-1}\left[A_{11}(\alpha_1^p)^2+A_{33}(\alpha_2^p)^2-A\right]},$$
$$p=5,6.$$

Здесь берутся те ветви аналитических функций, которые обеспечивают принадлежность корней нижней полуплоскости при достаточно больших по модулю вещественных параметрах преобразований Фурье. Задавая в псевдодифференциальных уравнениях на границах значения функций или производных, получаем интегральные уравнения [5]. Решим их любым из изложенных в указанной работе способом, в том числе приближенным, и внесем решения в функциональные уравнения. В результате получим интегральное представление блочного элемента. В трех первых локальных системах координат его представление имеет вид

$$\varphi_1(x_1^1,x_2^1,x_3^1)=F^{-1}(x_1^1,x_2^1,x_3^1)\times$$
$$\times K_1^{-1}\left\{\int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi'_{13}-i\alpha_3^1\varphi_1\right)\times\right.$$
$$\times\exp i\left[\alpha_1^1\eta_1^1+\alpha_2^1\eta_2^1\right]d\eta_1^1 d\eta_2^1+$$
$$+\int_{-c}^{c}\int_{-b}^{b} A_{11}\left(\varphi'_{22}+i\alpha_1^1\varphi_2\right)\times$$
$$\times\exp i\left[-\alpha_1^1 a+\alpha_2^1 x_2^2+\alpha_3^1\left(x_1^2-b\right)\right]dx_1^2 dx_2^2+$$
$$+\int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi'_{33}+i\alpha_3^1\varphi_3\right)\times$$
$$\times\exp i\left[-\alpha_1^1 x_1^3+\alpha_2^1 x_2^3-\alpha_3^1 2b\right]dx_1^3 dx_2^3-$$
$$-\int_{-c}^{c}\int_{-b}^{b} A_{11}\left(\varphi'_{43}-i\alpha_1^1\varphi_4\right)\times$$
$$\times\exp i\left[\alpha_1^1 a+\alpha_2^1 x_2^4-\alpha_3^1\left(x_1^4+b\right)\right]dx_1^4 dx_2^4+$$
$$+\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi'_{53}+i\alpha_2^1\varphi_5\right)\times$$
$$\times\exp i\left[\alpha_1^1 x_1^5-\alpha_2^1 c+\alpha_3^1\left(x_2^5-b\right)\right]dx_1^5 dx_2^5+$$
$$+\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi'_{63}-i\alpha_2^1\varphi_6\right)\times$$
$$\left.\times\exp i\left[-\alpha_1^1 x_1^6+\alpha_2^1 c+\alpha_3^1\left(x_2^6-b\right)\right]dx_1^6 dx_2^6\right\},$$

$$\varphi_2(x_1^2,x_2^2,x_3^2)=\mathbf{F}^{-1}(x_1^2,x_2^2,x_3^2)\times$$
$$\times K_2^{-1}\left\{\int_{-b}^{b}\int_{-c}^{c} A_{11}\left(\varphi'_{23}-i\alpha_3^2\varphi_2\right)\times\right.$$
$$\times\exp i\left[\alpha_1^2\eta_1^2+\alpha_2^2\eta_2^2\right]d\eta_1^2 d\eta_2^2+$$

$$+\int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi'_{33}+i\alpha_1^2\varphi_3\right)\times$$
$$\times\exp i\left[-\alpha_1^2 b+\alpha_2^2 x_2^3+\alpha_3^2\left(x_1^3-a\right)\right]dx_1^3dx_2^3+$$
$$+\int_{-b}^{b}\int_{-c}^{c} A_{11}\left(\varphi'_{43}+i\alpha_3^2\varphi_4\right)\times$$
$$\times\exp i\left[-\alpha_1^2 x_1^4+\alpha_2^2 x_2^4-\alpha_3^2 2a\right]dx_1^4dx_2^4+$$
$$+\int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi'_{13}+i\alpha_1^2\varphi_1\right)\times$$
$$\times\exp i\left[\alpha_1^2 b+\alpha_2^2 x_2^1-\alpha_3^2\left(x_1^1+a\right)\right]dx_1^1dx_2^1+$$
$$+\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi'_{53}+i\alpha_2^2\varphi_5\right)\times$$
$$\times\exp i\left[\alpha_1^2 x_2^5-\alpha_2^2 c-\alpha_3^2\left(x_1^5+a\right)\right]dx_1^5dx_2^5+$$
$$+\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi'_{63}-i\alpha_2^2\varphi_6\right)\times$$
$$\left.\times\exp i\left[\alpha_1^2 x_2^6+\alpha_2^2 c+\alpha_3^2\left(x_1^6-a\right)\right]dx_1^6dx_2^6\right\},$$

$$\varphi_3(x_1^3,x_2^3,x_3^3)=F^{-1}(x_1^3,x_2^3,x_3^3)\times$$
$$\times K_1^{-1}\left\{\int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi'_{33}-i\alpha_3^3\varphi_3\right)\times\right.$$
$$\times\exp i\left[\alpha_1^3\eta_1^3+\alpha_2^3\eta_2^3\right]d\eta_1^3d\eta_2^3-$$
$$-\int_{-b}^{b}\int_{-c}^{c} A_{11}\left(\varphi'_{43}+i\alpha_1^3\varphi_4\right)\times$$
$$\times\exp i\left[-\alpha_1^3 a+\alpha_2^3 x_2^4+\alpha_3^3\left(x_1^4-b\right)\right]dx_1^4dx_2^4+$$
$$+\int_{-a}^{a}\int_{-c}^{c} A_{33}\left(\varphi'_{13}+i\alpha_3^3\varphi_1\right)\times$$
$$\times\exp i\left[-\alpha_1^3 x_1^1+\alpha_2^3 x_2^1-\alpha_3^3 2b\right]dx_1^1dx_2^1-$$
$$-\int_{-b}^{b}\int_{-c}^{c} A_{11}\left(\varphi'_{23}-i\alpha_1^3\varphi_2\right)\times$$
$$\times\exp i\left[\alpha_1^3\alpha+\alpha_2^3 x_2^2-\alpha_3^3\left(x_1^2+b\right)\right]dx_1^2dx_2^2-$$
$$-\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi'_{53}+i\alpha_2^3\varphi_5\right)\times$$
$$\times\exp i\left[-\alpha_1^3 x_1^5-\alpha_2^3 c-\alpha_3^3\left(x_2^5+b\right)\right]dx_1^5dx_2^5-$$
$$-\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} A_{22}\left(\varphi'_{63}-i\alpha_2^3\varphi_6\right)\times$$
$$\left.\times\exp i\left[\alpha_1^3 x_1^6+\alpha_2^3 c-\alpha_3^3\left(x_2^6+b\right)\right]dx_1^6dx_2^6\right\}.$$

Аналогичный вид имеют представления этого блочного элемента в остальных системах координат. Возможность получения его представления, т.е. одной и той же двумерной функции в различных системах координат, осуществляется не только для удобства, но и с целью более детального его изучения, в частности, в погранслойных областях. Рассматривая совокупность контактирующих блочных элементов, полученных в результате разбиения области на блоки сеткой, используя правило удовлетворения граничных условий для такой системы [4], получим ленточную систему псевдодифференциальных уравнений, напоминающую по виду систему алгебраических уравнений, возникающую в слоистых структурах, но более высокого порядка. Исследования такой системы можно осуществлять, используя алгоритмы слоистых структур и различные варианты аналитического или численного решения псевдодифференциальных уравнений, в том числе изложенные в [8].

Литература

1. *Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимова О. В.* К теории блочного элемента // ДАН. Т. 427. №2. 2009. С. 183–187.
2. *Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимова О. В.* О решении проблемы блочных структур академика М.А. Садовского // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2009. №1. С. 18–23.
3. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* Дифференциальный метод факторизации в блочных структурах и наноструктурах // ДАН. Т. 415. №5. 2007. С. 596–599.
4. *Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Бабешко В. А.* О дифференциальном методе факторизации в неоднородных задачах // ДАН. Т. 418. №3. 2008. С. 321–323.
5. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Зарецкая М. В., Павлова А. В.* Дифференциальный метод факторизации для блочной структуры // ДАН. Т. 424. №1. 2009. С. 36–39.
6. *Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимова О. В.* Об интегральном и дифференциальном

методах факторизации // ДАН. 2006. Т. 410. №2. С. 168–172.
7. *Евдокимова О. В.* Дифференциальный метод факторизации в неоднородных и нестационарных задачах // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2007. №2. С. 51–55.
8. *Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимова О. В.* Интегральный метод факторизации в смешанных задачах для анизотропных сред // ДАН. Т. 426. №4. 2009. С. 471–475.
9. *Бабешко В. А., Бабешко О. М.* Метод факторизации в теории вирусов вибропрочности // ДАН. 2003. Т. 393. №4. С. 473–477.

Ключевые слова: трехмерные блочные элементы, псевдодифференциальные уравнения, краевые задачи.

Статья поступила 17 июня 2009 г.
Кубанский государственный университет, г. Краснодар