УДК 539.37

НЕЛИНЕЙНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ С ПОЛЮСОМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО НАГРУЖЕНИЯ

***Ганеева М. С.*[1], *Моисеева В. Е.*[2]**

NONLINEAR STRAINING OF SHELLS OF REVOLUTION WITH A POLE UNDER THE ACTION OF NONAXISYMMETRIC LOADING

Ganeeva M. S., Moiseeva V. E.

The stress-strain state of non-shallow shells of revolution with a pole in case of intensive loading reaching the limit loads of instability is investigated. The algorithm for calculating nonlinear straining is given, which allows obtaining critical values of non-axisymmetric load parameter. The calculation results for semispherical shell are analyzed.

Keywords: a shell of revolution, non-axisymmetric loading, instability.

Введение

При современном уровне развития строительства, промышленности и энергетики надежность и безопасность сооружений приобретает особое значение. Аварии на электростанциях, химических, нефтеперерабатывающих заводах, газопроводах не только приводят к жертвам и экономическому ущербу, но могут стать причиной экологической катастрофы. В современных конструкциях широко используются тонкостенные элементы в виде оболочек, находящихся под действием интенсивного нагружения. В силу тонкостенности оболочек и интенсивности действующих нагрузок возникает необходимость расчета нелинейного деформирования таких объектов. В данной работе исследуется воздействие неосесимметричного нагружения типа ветровой нагрузки на непологую оболочку вращения с полюсом в случае интенсивного нагружения с достижением предельных нагрузок потери устойчивости. Разработана методика расчета геометрически и физически нелинейного напряженно-деформированного состояния, позволяющая получать критические значения параметра неосесимметричной нагрузки. Представлены и проанализированы результаты расчетов для полусферической оболочки, замкнутой в полюсе и с центральным отверстием.

1. Постановка задачи и метод решения

Рассматривается оболочка вращения (рис. 1), замкнутая в окружном направлении [1]. За координатные линии приняты меридианы s, параллели φ и внешняя нормаль z к срединной поверхности. При этом $s_1 \leqslant s \leqslant s_N$, $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$, $-0,5h \leqslant z \leqslant 0,5h$, $h(s)$ — толщина оболочки; $R_1(s)$, $R_2(s)$ — главные радиусы кривизны; $r = R_2 \sin(\theta)$ — радиус параллели; $\theta \in [\theta_1, \theta_N]$ — угол между осью вращения оболочки x и нормалью к срединной поверхности z.

На оболочку действуют нагрузки $\mathrm{X}_i^{\text{н}}(s, \varphi)$, $i = \overline{1,3}$. Задача решается на основе уравнений теории Кирхгофа–Лява в геометрически нелинейной постановке при умеренных поворотах. Допускается работа материала за пределом упругости, связь между напряжениями и деформациями описывается уравнениями теории малых упругопластических деформаций [2]. Основные соотношения получены в недеформированных координат-

[1]Ганеева Музайна Саитгареевна, доктор физ.-мат. наук, главный научный сотрудник лаборатории «Механика сплошной среды» Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; e-mail: ganeeva@kfti.knc.ru.

[2]Моисеева Валерия Евгеньевна, кандидат физ-мат. наук, старший научный сотрудник лаборатории «Механика сплошной среды» Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; e-mail: moiseeva@kfti.knc.ru.

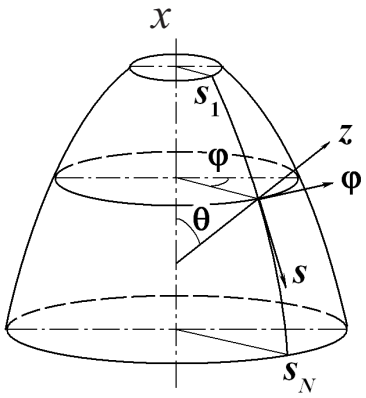

Рис. 1. Оболочка вращения

ных линиях. Далее используются соотношения и обозначения работы [1].

Пусть действующие на оболочку нагрузки, граничные условия симметричны (антисимметричны) относительно некоторого меридионального сечения и представлены в виде тригонометрических рядов по координате φ

$$X_i^{\text{н}}(s,\varphi) = \sum_{k=0}^{n} X_{i,k}^{\text{н}}(s)\cos k\varphi,$$

$$X_2^{\text{н}}(s,\varphi) = \sum_{k=1}^{n} X_{2,k}^{\text{н}}(s)\sin k\varphi,$$

$$i = 1, 3.$$

Вводится вектор искомых функций

$$\mathbf{Y} = (T_{11}^{\text{н}}, T_{12}^{\text{н}}, Q_1^*, M_{11}, v_1, v_2, w, \vartheta_1)',$$

$$Q_1^* = Q_1^{\text{н}} + \frac{1}{r}\frac{\partial M_{12}}{\partial \varphi},$$

где $T_{11}^{\text{н}}$, $T_{12}^{\text{н}}$, $Q_1^{\text{н}}$ — меридиональное, окружное и перерезывающее усилия в недеформированных осях; M_{11}, M_{12} — изгибающий и крутящий моменты; v_1, v_2 — касательные перемещения в направлениях координатных осей s и φ; w — прогиб (нормальное перемещение); ϑ_1 — поворот нормали к срединной поверхности оболочки. Для решения задачи используется метод разложения компонент вектора $\mathbf{Y}$ в тригонометрические ряды по окружной координате [3, 4]

$$\begin{gathered} w = \sum_{k=0}^{L} w_k(s)\cos k\varphi, \\ v_2 = \sum_{k=1}^{L} v_{2,k}(s)\sin k\varphi, \ldots . \end{gathered} \tag{1.1}$$

В силу нелинейности задачи $L > n$, и значение L устанавливается численным экспериментом.

Вводится вектор разрешающих функций для амплитуд рядов (1.1)

$$\begin{gathered} \mathbf{Z}_k = (\mathbf{T}_k, \mathbf{W}_k)'; \\ \mathbf{T}_k = (T_{11,k}, T_{12,k}, Q_{1,k}, M_{11,k})', \\ \mathbf{W}_k = (v_{1,k}, v_{2,k}, w_k, \vartheta_{1,k})', \\ k = \overline{0, L}. \end{gathered} \tag{1.2}$$

Задача сводится к интегрированию ряда систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{gathered} \frac{d\mathbf{Z}_k}{ds} = \mathbf{H}_k(s)\mathbf{Z}_k + \mathbf{g}_k(s, X_{i,k}^{\text{н}}) + \\ + \mathbf{\Gamma}_k(s, Y) + \mathbf{\Phi}_k(s, Y), \\ k = \overline{0, L} \end{gathered} \tag{1.3}$$

при соответствующих граничных условиях

$$\begin{gathered} \mathbf{A}_k\mathbf{Z}_k = \mathbf{a}_k \text{ при } s = s_1, \\ \mathbf{B}_k\mathbf{Z}_k = \mathbf{b}_k \text{ при } s = s_N, \\ k = \overline{0, L}. \end{gathered} \tag{1.4}$$

Здесь $\mathbf{H}_k(s)$ — матрица коэффициентов (8×8); $\mathbf{g}_k$ — вектор (8×1) амплитуд нагрузочных членов; $\mathbf{A}_k$, $\mathbf{B}_k$ — матрицы (4×8); $\mathbf{a}_k$, $\mathbf{b}_k$ — векторы (4×1). При этом коэффициенты Фурье разложений, связывающих системы (1.3) геометрически и физически нелинейных членов $\Gamma_k(s, Y)$, $\Phi_k(s, Y)$, в ряды вида (1.1) подсчитываются численно по формулам Бесселя [5].

Для решения нелинейной краевой задачи (1.3), (1.4) используется метод последовательных приближений [4] в сочетании с

Таблица 1. Варианты применения алгоритма

a_1	a_2	a_3	Ведущий параметр
1	1	1	$\tilde{C}_{k(3)} = \tilde{C}_k$
1	0	0	$\tilde{C}_{k(3)} = \tilde{C}_{k(2)} = \tilde{C}_{k(1)}$
0	1	0	$\tilde{C}_{k(3)} = \tilde{C}_{k(2)}$
0	0	1	$\tilde{C}_{k(3)}$

методом ортогональной прогонки [6]. Процесс последовательных приближений организован по ряду значений ведущего параметра, удачный выбор которого обеспечивает сходимость процесса для получения полной картины характерной кривой зависимости параметров нагрузки и прогиба с определением предельных точек. Основу методики составляет алгоритм продолжения численного решения по некоторому интегральному параметру, который определяется эпюрой полуволны на амплитуде одной из основных гармоник прогиба в тригонометрическом ряду по окружной координате (1.1). Для оболочки с полюсом ($\theta_1 = 0, r = 0$) соотношения (1.3), (1.4) в полюсе и его окрестности неприменимы, так как в (1.3), (1.4) присутствуют члены вида $r^{-\alpha}$, $\alpha > 0$. Тогда в малой окрестности полюса Δr используются для разрешающих функций (1.2) разложения, полученные с достаточной точностью в [1].

В качестве неизвестного вводится параметр нагружения Q. В (1.2) выделяется номер $\tilde{k}$ для $\tilde{w}_k$ — амплитуды одной из основных гармоник в ряду (1.1). Вводится интегральная амплитуда $\tilde{V}_k$ [3]. Пусть меридиан оболочки разбит на три части следующим образом:

$$s_1 \leqslant s \leqslant s_i, \quad \tilde{V}_k = a_1 \int\limits_{s_1}^{s} \tilde{w}_k ds,$$

$$\tilde{V}_k(s_1) = 0, \quad \tilde{V}_k(s_i) = \tilde{C}_{k(1)}; \tag{1.5}$$

$$s_i \leqslant s \leqslant s_j, \tilde{V}_k = a_2 \int\limits_{s_i}^{s} \tilde{w}_k ds + \tilde{C}_{k(1)},$$

$$\tilde{V}_k(s_i) = \tilde{C}_{k(1)}, \quad \tilde{V}_k(s_j) = \tilde{C}_{k(2)}; \tag{1.6}$$

$$s_j \leqslant s \leqslant s_N, \quad \tilde{V}_k = a_3 \int\limits_{s_j}^{s} \tilde{w}_k ds + \tilde{C}_{k(2)},$$

$$\tilde{V}_k(s_j) = \tilde{C}_{k(2)}, \quad \tilde{V}_k(s_N) = \tilde{C}_{k(3)}. \tag{1.7}$$

В зависимости от выбора значений коэффициентов a_i, $i = \overline{1,3}$ на меридиане оболочки выделяется та часть, на которой будет наблюдаться монотонное возрастание величины интегральной амплитуды прогиба $\tilde{C}_{k(3)}$ (табл. 1).

Неизвестные Q, $\tilde{V}_k$ удовлетворяют уравнениям

$$\frac{dQ}{ds} = 0, \quad \frac{d\tilde{V}_k}{ds} = a_i \tilde{w}_k, \quad i = \overline{1,3}. \tag{1.8}$$

Вводится вектор неизвестных (10×1):

$$\tilde{\mathbf{R}}_k = (\tilde{\mathbf{T}}_k, \tilde{\mathbf{W}}_k, Q, \tilde{V}_k)',$$

$$\tilde{\mathbf{T}}_k = (\tilde{T}_{11,k}, \tilde{T}_{12,k}, \tilde{Q}_{1,k}, \tilde{M}_{11,k})',$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_k = (\tilde{v}_{1,k}, \tilde{v}_{2,k}, \tilde{w}_k, \tilde{\vartheta}_{1,k})',$$

соответствующими уравнениями для которого будут (1.3) при $k = \tilde{k}$ и (1.8):

$$\frac{d\tilde{\mathbf{R}}_k}{ds} = \tilde{\mathbf{H}}_k(s)\tilde{\mathbf{R}}_k + \tilde{\mathbf{\Gamma}}_k(s, Y) + \tilde{\mathbf{\Phi}}_k(s, Y), \tag{1.9}$$

где $\tilde{\mathbf{H}}_k(s)$ — матрица коэффициентов (10×10), остальные величины — векторы (10×1). Граничные условия (1.4)–(1.7) при $k = \tilde{k}$ запишутся в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_k \tilde{\mathbf{R}}_k &= \tilde{\mathbf{a}}_k \text{ при } s = s_1, \\ \tilde{\mathbf{B}}_k \tilde{\mathbf{R}}_k &= \tilde{\mathbf{b}}_k \text{ при } s = s_N, \end{aligned} \tag{1.10}$$

где $\tilde{\mathbf{A}}_k$, $\tilde{\mathbf{B}}_k$ — матрицы (5×10), $\tilde{\mathbf{a}}_k$, $\tilde{\mathbf{b}}_k$ — векторы (5×1).

Далее кратко представлен алгоритм численного решения нелинейной краевой задачи (1.3), (1.4).

1) В качестве ведущего параметра задачи определяется значение $\tilde{C}_{k(3)}$ интегральной амплитуды $\tilde{V}_k$ на правом краю интервала $s = s_N$. Далее для краткости обозначено $\tilde{C}_{k(3)} = \tilde{C}$;

2) краевая задача (1.9), (1.10) решается без учета нелинейных членов, подбирается начальное значение параметра $\tilde{C}_1$ и шаг его

изменения $\Delta\tilde{C}$. Используя $\tilde{C}_1$, решается линейная задача (1.9), (1.10), получается вектор $\tilde{\mathbf{R}}_{k,1}^{(1)}$, в который входит первое приближение параметра нагрузки $Q_1^{(1)}$ на шаге $\tilde{C}_1$;

3) в краевую задачу (1.3), (1.4) передается $Q_1^{(1)}$, получаются $Y_1^{(1)}$, $\mathbf{\Gamma}_k(s, Y_1^{(1)})$, $\mathbf{\Phi}_k(s, Y_1^{(1)})$, $k = \overline{0, L}$;

4) передаются нелинейные члены $\tilde{\mathbf{\Gamma}}_k(s, Y_1^{(1)})$, $\tilde{\mathbf{\Phi}}_k(s, Y_1^{(1)})$ в задачу (1.9), (1.10), получается вектор $\tilde{R}_{k,1}^{(2)}$, в том числе $Q_1^{(2)}$;

5) передается $Q_1^{(2)}$ в краевую задачу (1.3), (1.4), получаются $Y_1^{(2)}$, $\mathbf{\Gamma}_k(s, Y_1^{(2)})$, $\mathbf{\Phi}_k(s, Y_1^{(2)})$, $k = \overline{0, L}$;

6) повторяются пп. 4), 5) с нарастанием номера последовательных приближений до достижения заданной точности за p итераций. Получается решение $Y_1^{(p)} = Y_1$ для параметров $\tilde{C}_1$ и нагрузки $Q_1^{(p)} = Q_1$;

7) осуществляется переход к следующему шагу параметра $\tilde{C}_2 = \tilde{C}_1 + \Delta\tilde{C}$, для которого за нулевое приближение принимается $Y_2^{(0)} = Y_1$;

8) повторяются пп. 4), 5), 7) до получения Y_i, Q_i, $i = \overline{1, l}$ и других характеристик напряженно-деформированного состояния задачи.

Алгоритм реализован в виде программы на языке ФОРТРАН для ПЭВМ.

2. Пример и анализ результатов

Рассматривается деформирование полусферического купола под действием внешнего нормального давления $X_3^{\text{н}}$. Обозначены R и h — радиус сферы и толщина, $R/h = 100$, $\theta_N = \pi/2$. Материал оболочки следует закону линейного упрочнения [2] с коэффициентом упрочнения $\lambda = 0,9$; $\nu = 0,3$ — коэффициент Пуассона; $\sigma_S/E = 7,459 \cdot 10^{-3}$ — предел текучести; E — модуль Юнга; $\sigma_i = (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2)^{0,5}$ — интенсивность напряжений.

Результаты расчетов получены для оболочек с полюсом $\theta_1 = 0$ и с центральным отверстием $\theta_1 = 0,2$ при $\tilde{k} = 0$, $L = 8$, $N = 480$. Принято $s_1 = 0$. На краях отверстия и основания задавались условия шарнирного закрепления

$$v_1 = 0, \quad v_2 = 0, \quad w = 0, \quad M_{11} = 0 \qquad (2.1)$$

или жесткой заделки

$$v_1 = 0, \quad v_2 = 0, \quad w = 0, \quad \vartheta_1 = 0. \qquad (2.2)$$

Условия в окрестности полюса примут вид [1]

$$Z_k \text{ при } r = \Delta r, \quad k = \overline{0, L}. \qquad (2.3)$$

Тогда, например, запись (2.3)–(2.1) означает условия (2.3) в окрестности полюса и шарнирного закрепления (2.1) у основания $\theta_N = \pi/2$; запись (2.2)–(2.2) означает условия заделки (2.2) у отверстия $\theta_1 = 0,2$ и у основания $\theta_N = \pi/2$.

Рассмотрены следующие случаи внешнего нормального давления $X_3^{\text{н}}$: осесимметричное нагружение

$$X_3^{\text{н}} = Q; \qquad (2.4)$$

неосесимметричное нагружение оболочки с полюсом

$$X_3^{\text{н}} = \begin{cases} Q, \quad \theta \in [0, \theta_0],\ \theta_0 = 0,026; \\ Q\,[1 + \sin(\theta - \theta_0)(\cos\varphi + \\ \quad + 0,5\cos 2\varphi)],\ \theta \in [\theta_0, \pi/2]; \end{cases} \qquad (2.5)$$

неосесимметричное нагружение оболочки с отверстием

$$X_3^{\text{н}} = Q(1 + \cos\varphi + 0,5\cos 2\varphi). \qquad (2.6)$$

В (2.4)–(2.6) параметр нагрузки Q представляет собой среднее давление, которому пропорционален весь груз на поверхность оболочки.

Численные расчеты проведены с выбором ведущего параметра процесса (1.5)–(1.7) при $a_1 = 1$, $a_2 = a_3 = 0$ на интервале $0 \leqslant s \leqslant s_{65}$ для оболочки с отверстием, с граничными условиями (2.1)–(2.1) и (2.2)–(2.2), нагружением (2.6); при $a_1 = a_2 = 0$, $a_3 = 1$, $s_{381} \leqslant s \leqslant s_N$ для оболочки, замкнутой в полюсе, с граничными условиями (2.3)–(2.1), (2.3)–(2.2), нагружениями (2.4), (2.5). Результаты вычислений приведены на рис. 2–5 и в табл. 2. Здесь приняты сокращения: Л — линейное решение, Г — геометрически нелинейное решение, Ф — физически нелинейное решение, ГФ — геометрически и физически нелинейное решение, ГУ — граничные условия, НДС — напряженно-деформированное состояние. На рис. 2, 3 сплошные линии отражают неосесимметричное нагружение (2.5), штриховые — осесимметричное (2.4). Линии ГФ (2.2) соответствуют осесимметричному (2.4) и неосесимметричному нагружению (2.5) при жесткой заделке основания (2.2).

По зависимостям параметра нагружения от максимального прогиба w, полученным

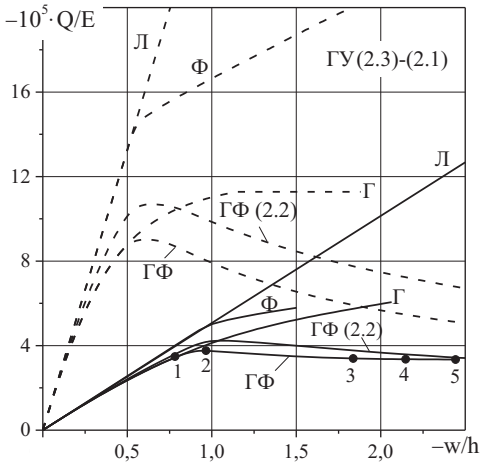

Рис. 2. Зависимости $Q(w)$

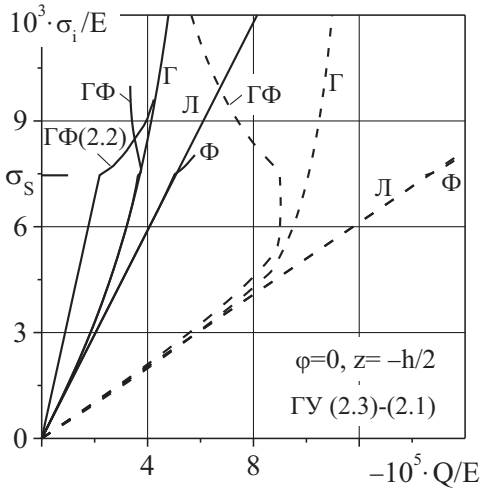

Рис. 3. Зависимости $\sigma_i(Q)$

при решении задачи в Л-, Г-, Ф-, ГФ-постановках (рис. 2), видно, что уже при малых прогибах $|w/h| \approx 0,5$ наблюдается количественное различие в результатах. Здесь же проявляется и качественное влияние совместного учета ГФ-нелинейностей: ГФ-решение выявляет предельные нагрузки как при осесимметричном, так и неосесимметричном нагружении. На ГФ-кривой при неосесимметричном нагружении отмечены номерами пять характерных точек, которым соответствуют следующие состояния:

1) достигнут предел текучести материала $\max\limits_{s,\varphi,z} \sigma_i = \sigma_S$, $Q/E = -3,44 \cdot 10^{-5}$;

2) достигнуто верхнее критическое значение параметра неосесимметричной нагрузки $Q/E = -3,76 \cdot 10^{-5}$;

3), 4), 5) — значения параметра нагрузки на ниспадающей ветке: $Q/E = -3,39 \cdot 10^{-5}$; $Q/E = -3,36 \cdot 10^{-5}$; $Q/E = -3,35 \cdot 10^{-5}$.

При этом критическое значение параметра осесимметричной нагрузки примерно в 3 раза выше соответствующего значения в неосесимметричном случае. Из рис. 2 также видно, что жесткое закрепление основания оболочки несколько повышает предельные нагрузки как в осесимметричном, так и в неосесимметричном случаях: линии ГФ (2.2) по сравнению с линиями ГФ.

На рис. 3 приведены зависимости интенсивности напряжений σ_i/E от параметра нагрузки Q/E на наиболее нагруженном меридиане $\varphi = 0$. Видно, что в ГФ-решении эти зависимости изменяются немонотонно.

На рис. 4, 5 представлены эпюры w/h и σ_i/E по меридиану $\varphi = 0$, полученные в ГФ-решении, для пяти состояний, отмеченных номерами 1)–5) и описанных в пояснении к рис. 2. При осесимметричном нагружении (2.4) в оболочке с полюсом (рис. 4а) и с центральным отверстием (рис. 4б) при достижении верхней предельной нагрузки развивается круговая вмятина около основания. При неосесимметричном нагружении (2.5) в оболочке с полюсом (рис. 4в) развивается локальная вмятина около основания на наиболее нагруженном меридиане $\varphi = 0$. В оболочке с центральным отверстием при нагружении (2.6) локальная вмятина развивается около отверстия (рис. 4г).

На рис. 5 даны эпюры интенсивности напряжений σ_i для неосесимметричного нагружения (2.5), (2.6) на наиболее нагруженном меридиане $\varphi = 0$.

В табл. 2 приведены данные о НДС оболочки в зависимости от вида нагружения, граничных условий и наличия центрального отверстия. При осесимметричном нагружении (2.4) данные табл. 2 практически совпадают для оболочек с полюсом и с центральным отверстием $\theta_1 = 0,2$. Жесткая заделка основания несколько повышает как нагрузку волнообразования по параллели, так и верхнюю предельную нагрузку. При неосесимметричном нагружении (2.5), (2.6) влияние отверстия приводит к некоторому снижению характерных значений параметра нагружения Q/E.

В табл. 2 указаны также наибольшие $X^{\text{н}}_{3,M}/E$ и наименьшие $X^{\text{н}}_{3,m}/E$ по поверхности оболочки значения давления, соответствующие параметру верхней предельной на-

Таблица 2. Зависимость НДС оболочки от вида нагружения, граничных условий и наличия центрального отверстия

Нагрузка		(2.4)				(2.5)	(2.6)	(2.5)	(2.6)
Этапы нагружения / ГУ		(2.3)–(2.1)	(2.1)–(2.1)	(2.3)–(2.2)	(2.2)–(2.2)	(2.3)–(2.1)	(2.1)–(2.1)	(2.3)–(2.2)	(2.2)–(2.2)
$\max\limits_{s,\varphi,z}\sigma_i = \sigma_S$	$-Q/E\cdot 10^5$	8,33	8,34	7,40	6,81	3,44	2,87	2,19	2,62
	$-w/h$	0,45	0,45	0,32	0,29	0,78	0,47	0,45	0,40
Нагрузка волнообразования по параллели	$-Q/E\cdot 10^5$	8,29	8,29	9,52	9,51	–	–	–	–
	$-w/h$	0,43	0,43	0,46	0,46	–	–	–	–
	$\sigma_i/E\cdot 10^3$	7,43	7,43	7,90	8,14	–	–	–	–
Верхняя предельная нагрузка	$-Q/E\cdot 10^5$	9,03	9,03	10,7	10,7	3,76	3,26	4,23	3,39
	$-X^{н}_{3,M}/E\cdot 10^5$	9,03	9,03	10,7	10,7	9,40	8,16	10,6	8,47
	$-X^{н}_{3,m}/E\cdot 10^5$	9,03	9,03	10,7	10,7	1,88	1,63	2,12	1,69
	$-w/h$	0,60	0,63	0,64	0,66	0,97	0,57	1,10	0,55
	$\sigma_i/E\cdot 10^3$	8,04	8,18	8,25	8,55	8,01	7,98	9,60	8,04

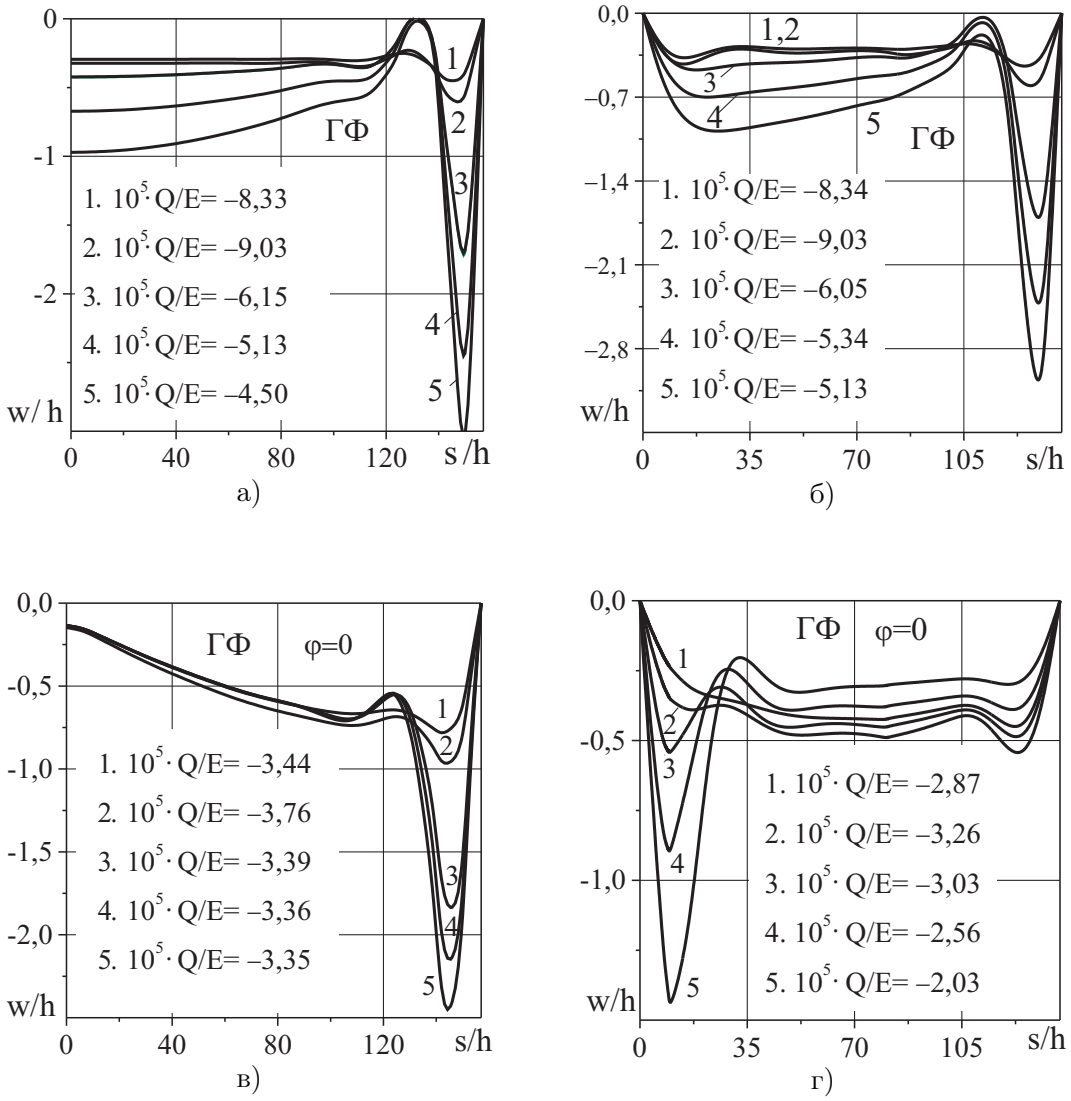

Рис. 4. а) $X^{н}_{3}$ (2.4), ГУ (2.3)–(2.1); б) $X^{н}_{3}$ (2.4), ГУ (2.1)–(2.1); в) $X^{н}_{3}$ (2.5), ГУ (2.3)–(2.1); г) $X^{н}_{3}$ (2.6), ГУ (2.1)–(2.1)

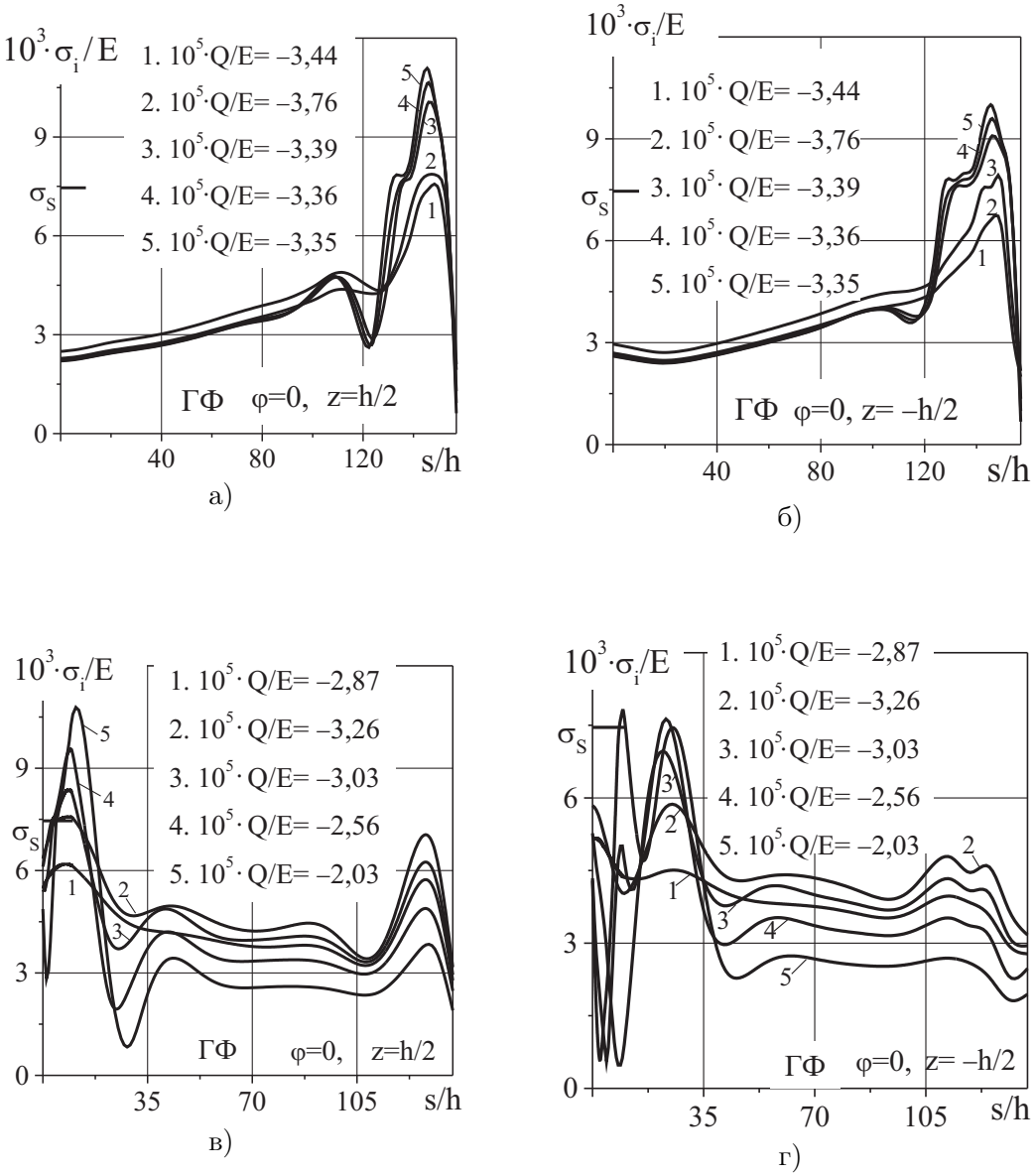

Рис. 5. а), б) $X_3^{\text{н}}$ (2.5), ГУ (2.3)–(2.1); в), г) $X_3^{\text{н}}$ (2.6), ГУ (2.1)–(2.1)

грузки. Видно, что давление $X^{\text{н}}_{3,M}/E$ неосесимметричных нагружений (2.5), (2.6) близко по значениям давлению осесимметричного нагружения (2.4). Однако область действия давления $X^{\text{н}}_{3,M}/E$ в случае нагружений (2.5), (2.6) составляет малую часть площади поверхности оболочки, что обуславливает значительную опасность неосесимметричного нагружения по сравнению с осесимметричным.

Литература

1. *Ганеева М. С.* Прочность и устойчивость оболочек вращения. М.: Наука, 1992. 161 с.
2. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Ч. 1. Упругопластические деформации. М.-Л.: Гостехтеориздат, 1948. 376 с.
3. *Ганеева М. С., Моисеева В. Е., Скворцова З. В.* Расчет нелинейного напряженно-деформированного состояния непологих оболочек вращения под действием ветровой нагрузки // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2009. № 9–10. С. 89–98.
4. *Ганеева М. С., Моисеева В. Е.* Методика расчета больших прогибов непологих упругопластических оболочек вращения при неосесимметричном нагружении // Изв. вузов. Авиационная техника, 2007. № 4. С. 3–7.
5. *Ланцош К.* Практические методы прикладного анализа: Справочное руководство. М.: Физматгиз, 1961. 524 с.
6. *Годунов С. К.* О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи математич. наук. 1961. Т. 16. № 3. С. 171–174.

Ключевые слова: оболочка вращения, неосесимметричное нагружение, потеря устойчивости.

Статья поступила 20 сентября 2009 г.
Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, г. Казань
© Ганеева М. С., Моисеева В. Е., 2009