

УДК 532.517.2:534.2

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕНЬЮТОНОВСКОГО ЭФФЕКТА ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ОБТЕКАНИИ СФЕРЫ ПОТОКОМ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ

Снигерев Б. А.¹INVESTIGATION OF THE NON-NEWTONIAN EFFECT ON NONISOTHERMAL VISCOELASTIC FLOW
AROUND A SPHERE

Snigerev B. A.

Viscoelastic flow structure and heat transfer around a sphere is being studied. Fluid motion is described by equations of conservation of mass, momentum and thermal energy with rheological constitutive equation of Phan-Thien Tanner (PTT). This model is a generalized Maxwell type model with two additional parameters, developed from kinetic theory of polymers. Numerically shown the considerable influence of fluid stress relaxation time and temperature difference between sphere and medium on viscoelastic structure of the flow in wake. Investigation results of the heat transfer exchange in non-isothermal flow around sphere with slip and noslip condition on walls are given.

Keywords: viscoelastic fluid, axisymmetric flow, heat transfer.

Движение тел сферической и закругленной формы в жидкостях, обладающих неньютоновскими свойствами, применяется в вискозиметрии при измерении вязкости жидкостей, в том числе растворов и расплавов полимеров. Экспериментальные и численные исследования обтекания тел потоком вязкоупругой жидкости позволили обнаружить неньютоновское поведение жидкости в следе за сферой, проявляющееся в том, что скорость восстанавливается из нулевого значения на твердой стенке до скорости в основном потоке немонотонно [1, 2]. В настоящей работе методами численного моделирования исследуется структура течения и теплообмен при обтекании сферы потоком вязкоупругой жидкости с граничными условиями прилипания или скольжения на твердой поверхности. Одним из наиболее интересных и малоисследованных явлений реальных течений полимеров в трубе при поперечном обтекании сферы является образование так называемого «отрицательного следа», возникающего только при медленном обтекании тела потоком вязкоупругой жидкости. Суть эффекта «отрицательного следа» заключается в том, что осевая скорость полимерной жид-

кости за телом восстанавливается от нулевого значения на теле до величины скорости в основном потоке немонотонно.

Исходной является система уравнений законов сохранения массы, импульса и энергии, для замыкания которой привлекается определяющее реологическое конститутивное уравнение Фан-Тьен Таннера с двумя безразмерными коэффициентами ε , ξ [3–5]

$$Re \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \quad \tau_{ij} = \tau_{ij}^V + 2\beta D_{ij},$$

$$g\tau_{ij} + We \frac{\delta \tau_{ij}^V}{\delta t} + \xi (D_{ik}\tau_{kj}^V + \tau_{ik}^V D_{kj}) = 2(1 - \beta)D_{ij},$$

$$\frac{\delta \tau_{ij}^V}{\delta t} = \frac{\partial \tau_{ij}^V}{\partial t} + v_k \frac{\partial \tau_{ij}^V}{\partial x^k} - \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \tau_{kj}^V - \tau_{ik}^V \frac{\partial v_k}{\partial x_j},$$

$$g = 1 + e^{\left[\frac{\varepsilon We}{1-\beta} \text{tr}(\tau_{ij}^V) \right]}, \quad D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right),$$

$$Pe \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + v_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} + Br(\tau_{ij} D_{ji}).$$

¹Снигерев Борис Александрович, канд техн. наук, старший научный сотрудник Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; e-mail: snigerev@mail.knc.ru.

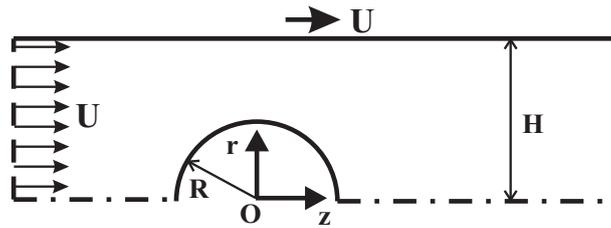


Рис. 1. Схема расчетной области при осесимметричном обтекании сферы

Система уравнений (1) записана в безразмерной форме. В качестве определяющих параметров приняты U_0 — средняя скорость жидкости на входе, L_0 — характерный размер, равный радиусу сферы, давление и напряжения отнесены к значению $\eta U_0/L$. В системе уравнений (1) v_i — компоненты скорости жидкости, P — давление, τ_{ij} — девиатор напряжения, τ_{ij}^V — вязкоупругая часть напряжения, $\theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$ — безразмерная температура, T_0 — температура жидкости на входе, T_1 — температура тела, $\beta = \eta_N/\eta$ — параметр ретардации, $\eta = \eta_N + \eta_V$; η_V , η_N — динамические вязкости при нулевой скорости сдвига полимера и растворителя соответственно; tr — след тензора. Числа Рейнольдса, Пекле, Вайссенберга и Бринкмана вводятся безразмерными соотношениями

$$Re = \rho U L / \eta, \quad Re = \rho c_p U L / k,$$

$$We = \lambda U / L, \quad Br = \eta U^2 / k (T_1 - T_0).$$

Здесь c_p — теплоемкость жидкости при постоянном давлении, k — коэффициент теплопроводности жидкости, λ — время релаксации напряжений. Для зависимости вязкости и времени релаксации от температуры используется соотношение Аррениуса [4, 5]

$$\eta(T) = \eta_0 a(T), \quad \lambda(T) = \lambda_0 a(T),$$

$$a(T) = \exp[A(1/T - 1/T_0)], \quad A = E/R,$$

$$Re = Re_0 a(T), \quad We = We_0 a(T),$$

$$Br = Br_0 a(T), \quad \beta = \beta_0 a(T),$$

где индекс 0 означает, что значение параметра вычисляется при температуре T_0 , E — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная.

Для численного решения уравнений (1) разработан эффективный алгоритм на основе метода конечных элементов с использованием различных схем расщепления по физическим процессам [7]. Рассмотрим стационарное

неізотермическое течение разбавленного полимера в канале, имеющем препятствие в виде сферы, схема которого представлена на рис. 1. На рисунке величины H и R обозначают ширину канала и радиус сферы, координаты (r, z, φ) составляют цилиндрическую систему координат. В точке расчетной области $z = r = 0$ расположен центр сферы, входная граница находится на расстоянии $L_1 = 15H$, а выходная — $L_2 = 30H$ от центра.

Граничные условия для однородного потока на входе определяются в безразмерном виде как $S_1 : v_1 = 1, v_2 = 0, \tau_{ij}^V = 0, \theta = 0$, на выходе ставятся условия Неймана в предположении, что здесь достигается установившееся течение $S_2 : \partial v_1 / \partial x_1 = 0, \partial \tau_{ij}^V / \partial x_1 = 0, \partial \theta / \partial x_1 = 0, p = 0$. На твердой стенке поверхности сферы ставятся условия прилипания жидкости $v_i = 0$ или условия скольжения Навье $n_i \tau_{ij} \mathbf{t}_i = \gamma v_i \mathbf{t}_i, v_i \mathbf{n}_i = 0$; γ — коэффициент трения скольжения на сфере, $\mathbf{n}_i, \mathbf{t}_i$ — нормальный и касательный единичные векторы на границе сферы [5, 6]. На верхней стенке граничные условия имеют вид $v_1 = 1, \theta = 0$, температура на сфере $\theta = 1$.

Для изотермического обтекания значения всех теплофизических параметров рассматриваются при температуре $T_0 = 423$ °К. В случае неізотермического обтекания рассматривается обтекание нагретой сферы, температура которой повышается до $T = 463$ °К, 503 °К соответственно. Расчеты проводились при следующих значениях теплофизических свойств полимерной жидкости: $\rho = 924$ кг/м³, $\eta = 10^4$ Па·с, $c_p = 2300$ Дж/(кг·К), $k = 0,26$ Вт/(м·К), $A = ER = 2000$ °К. В качестве характерных параметров выбраны $R = 10^{-2}$ м, $H = 2 \cdot 10^{-2}$ м, $U_0 = 4 \cdot 10^{-3}$ м/с. Время релаксации напряжений жидкости изменялось в пределах от $\lambda = 0,1$ до 10 с. В этом случае $Re = 10^{-5}$, $Re = 180$, $Br = 10^{-2}$, $\beta = 0,11$, $\xi = 0,5$, $\varepsilon = 0,02$, а число We изменяется в пределах от 0,1 до 3,0.

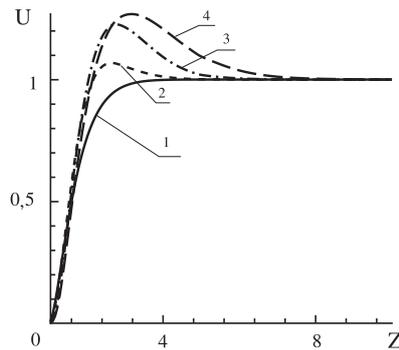


Рис. 2. Распределение продольной скорости в следе за сферой для изотермического обтекания при различных числах We : 1 — $We = 0,01$, 2 — $1,0$, 3 — $2,0$, 4 — $3,0$

На рис. 2 приведены профили скорости жидкости в следе за сферой с условиями прилипания для различных чисел We . При малых временах релаксации ($We = 0,01$, кривая 1) поведение жидкости аналогично ньютоновскому, когда наблюдается монотонное восстановление скорости среды от нуля до скорости в основном потоке по мере удаления от сферы. Для вязкоупругих жидкостей, характеризующихся увеличением времени релаксации, что соответствует росту числа We , наблюдается увеличение максимального значения скорости в следе, которое превышает значение скорости на входе в данном сечении. Протяженность этой зоны увеличивается с ростом числа We . На рис. 3а, 3б представлены изолинии осевой компоненты скорости для изотермического обтекания при $We = 0,1$, $3,0$ соответственно с условиями прилипания на сфере, а на рис. 3с — при $We = 3,0$ с условиями скольжения. При малых числах $We = 0,1$ обтекание аналогично ньютоновскому течению Стокса (рис. 3а). При увеличении вязкоупругих свойств жидкости, определяющихся параметром We , отчетливо видно образование зоны превышения скорости в следе за сферой (рис. 3б). Отметим при этом, что максимальное значение скорости жидкости на оси симметрии превышает значение скорости жидкости на входе в данном сечении. Вязкоупругое течение жидкости с условиями проскальзывания на стенке иллюстрирует рис. 3с, где видно, что условия скольжения приводят к увеличению неньютоновского эффекта. Безразмерная величина максимального значения скорости в следе увеличивается с $1,25$ до $1,56$, протяженность следа становится еще длиннее по срав-

нению с течением при граничных условиях прилипания на стенках сферы.

Воздействие степени нагрева тела на структуру течения в следе за сферой представлено на рис. 4а, где показаны профили скорости жидкости в следе за сферой с условиями прилипания при увеличении перепада температур между сферой и набегающим потоком. При увеличении температурного напора между сферой и средой до 70K максимальное значение скорости в области следа увеличивается до 35% по сравнению с изотермическим обтеканием, когда данное значение равняется 21% . Аналогичные кривые для сферы с условиями скольжения приведены на рис. 4б. Видно, что восстановление скорости в этом случае происходит на более коротком отрезке, при этом превышение скорости затухает более интенсивно по сравнению с нелинейным поведением при условиях прилипания на сфере. Нагрев сферы приводит к смещению данной зоны вверх по потоку. Приведенные результаты подтверждают, что одной из основных причин, вызывающих это явление для вязкоупругих жидкостей, является рост нормальных напряжений вдоль оси следа с проявлением аномалии вязкости, которая уменьшается как при увеличении скорости сдвига, так и температуры.

В настоящей работе исследована структура течения и теплообмен при обтекании вязкоупругой жидкостью сферы в трубе с подвижными стенками, отличающаяся от ньютоновской образованием зоны с повышенной скоростью жидкости в следе. Показано существенное влияние времени релаксации напряжений в жидкости и температурного напора между телом и средой на нелинейное поведение жидкости в следе. Установлено, что уве-

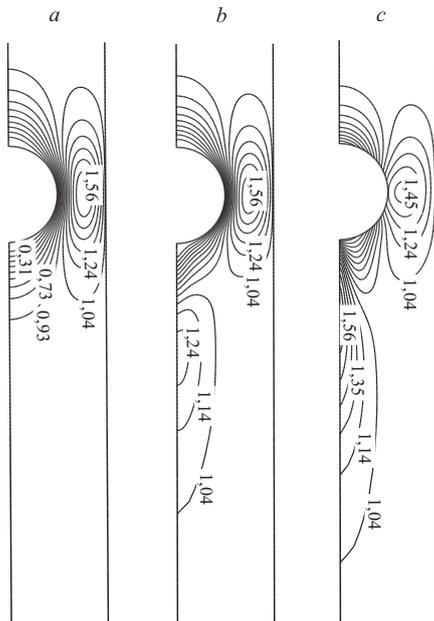


Рис. 3. Изолинии осевой компоненты скорости изотермического обтекания при $We = 0, 1$ (a), $We = 3, 0$ (b) с условиями прилипания, (c) $We = 3, 0$ с условиями полного проскальзывания на стенке сферы

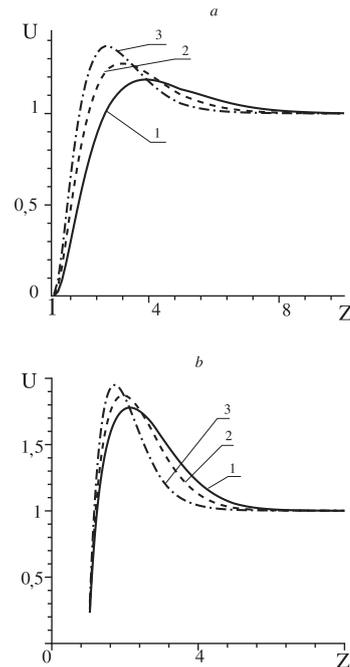


Рис. 4. Распределение продольной скорости в следе для неизотермического обтекания при $We = 3, 0$ с условиями прилипания на стенках сферы (a); с условиями полного скольжения (b) при 1 — $\Delta T = 0$ К, 2 — 40 К, 3 — 70 К

личение времени релаксации жидкости приводит к увеличению зоны превышения скорости в следе. Выявлено, что рост степени проскальзывания жидкости на стенках сферы и ее нагрев приводят к увеличению значения максимальной скорости в следе, при этом нелинейный след смещается вверх по потоку.

Литература

1. *Hassager O.* Negative wake behind bubbles in non-Newtonian liquids // *Nature*. 1979. Vol. 279. P. 402–403.
2. *Arigo M. T., McKinley G. H.* An experimental investigation of negative wakes behind spheres settling in shear-thinning viscoelastic fluids // *Rheol. Acta*. 1998. Vol. 37. P. 307–327.
3. *Phan-Thien N.* A new constitutive equation derived from network theory // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 1979. Vol. 2. P. 353–365.
4. *Bird R. B., Armstrong R. C., Hassager O.* Dynamics of Polymeric Liquids. Vol. 1. Fluid Mechanics. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons, 1987. 565 p.
5. *Назмеев Ю. Г.* Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков реологически сложных жидкостей. М.: Энергоатомиздат, 1996. 304 с.
6. *Захаренков С. М.* Реализация граничных условий частичного или полного проскальзывания при решении уравнений Навье–Стокса // *Журн. вычисл. мат. и мат. физ.* 2001. Т. 41. № 5. С. 796–806.
7. *Abouacar M., Phillips T. N., Snigirev B. A., Tamaddon-Jahromi H. R., Webster M. F.* High-order finite volume schemes for viscoelastic flows // *J. Comput. Phys.* 2004. Vol. 199. P. 16–40.

Ключевые слова: вязкоупругая жидкость, осесимметричное течение, теплообмен.