

УДК 532.517.2:534.2

ДВУХСЛОЙНОЕ ТЕЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНО-ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Снигерев Б. А.¹, Тазюков Ф. Х.²

TWO LAYER NON-LINEAR VISCOUS FLOW IN PLANE CHANNEL

Snigerev B. A., Tazyukov F. Kh.

Numerical simulation of double-layer nonlinear viscous flow in flat channel was performed. The fluid motion is described by equations conservation of mass and momentum, supplemented by the rheological equation of state of nonlinear viscous fluid on the Carreau model. The technique of numerical solving the problem based on the finite element method is described. Results the field of velocities, position of interface boundary in a two-layer flow depending on rheological properties of liquid and flow regimes are presented.

Keywords: non-linear viscous fluid, interface boundary, two-layered flow

Многие изделия в химической, фармацевтической, пищевой и других отраслях промышленности выпускаются в виде многослойных материалов. В последнее время на рынке многослойных изделий повысились требования к их потребительским свойствам, таким как качество материала, равномерность толщины слоев, плотность и др. Таким образом, в последнее время остро стоит задача улучшения процесса технологии нанесения многослойных покрытий на различных поверхностях. Исследование процесса двухслойного течения неньютоновских жидкостей через различные каналы и головки позволит лучше определить необходимые параметры технологического процесса изготовления многослойных изделий [1–3].

Рассмотрим течение двух несмешивающихся неньютоновских жидкостей в сходящемся канале, схема которого представлена на рис. 1. Введем следующие обозначения для границ: S_1^k, S_2^k – входное и выходное сечения для жидкости k ($k=1,2$), S_3^k, S_4^k – твердые непроницаемые стенки, S_5 – подвижная граница раздела двух несмешивающихся жидкостей.

Предполагается, что течение обеих жидкостей установившееся, ламинарное, безвол-

новое. Уравнения движения имеют вид

$$\rho^k \left(\frac{\partial v_i^k}{\partial t} + v_j^k \frac{\partial v_i^k}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial P^k}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}^k}{\partial x_j}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_i^k}{\partial x_i} = 0,$$

где $k = 1, 2$ — означает жидкости 1 и 2. Жидкость предполагается нелинейно вязкой, для зависимости девиатора тензора напряжения от тензора скоростей деформаций используется модель Карро [3–5]

$$\tau_{ij}^k = \eta^k(I_2) D_{ij},$$

$$\eta^k(I_2) = \eta_\infty^k + (\eta_0^k - \eta_\infty^k) [1 + (\lambda I_2)^2]^{\frac{n-1}{2}}.$$

Здесь η_0^k, η_∞^k — наибольшая и наименьшая эффективные сдвиговые вязкости полимерной жидкости k соответственно, $D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ — тензор скоростей деформаций, I_2 — второй инвариант тензора скоростей деформаций, λ, n — параметры модели. Граничные условия для потоков запишем в виде $S_1^k : v_1^k = U_0^k(x_2), v_2^k = 0, p^k = p_0^k; U_0^k(x_2)$ — заданное распределение скорости жидкости, p_0^k — давление на входе, $S_2^k : \partial v_1^k / \partial x_1 = 0, S_3^k : v_1^k = v_2^k = 0$. На поверхности раздела двух жидкостей S_5

¹Снигерев Борис Александрович, канд. техн. наук, старший научный сотрудник Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; e-mail: snigerev@mail.knc.ru

²Тазюков Фарук Хоснудудинович, д-р техн. наук, профессор Казанского государственного технологического университета; e-mail: tazyukov@mail.ru

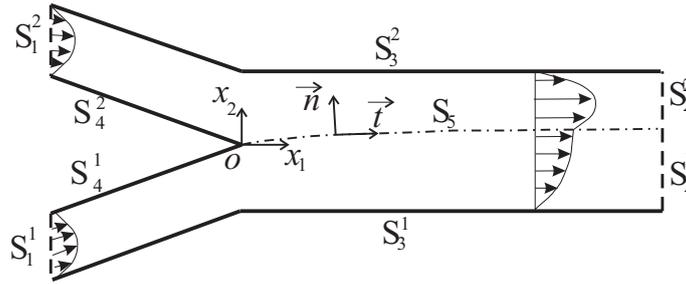


Рис. 1. Схема расчетной области двухслойного потока жидкости

должно выполняться кинематическое условие непротекания $v_i^k n_i = 0$, равенство касательных скоростей $v_i^1 t_i = v_i^2 t_i$, где n_i , t_i — компоненты единичного вектора нормали и касательной к поверхности S_5 . Для полного тензора напряжения, определяемого как $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$, где δ_{ij} — компоненты единичного тензора, выполняются два динамических условия [6-8]

$$\sigma_{ij}^1 n_j - \sigma_{ij}^2 n_j = 2\gamma H n_j, \quad (2)$$

$$\sigma_{ij}^1 t_j = \sigma_{ij}^2 t_j. \quad (3)$$

Здесь γ — коэффициент поверхностного натяжения, H — главная кривизна поверхности раздела. В двумерном случае поверхность раздела описывается уравнением $F(x_1, x_2, t) = 0$, тогда выполняется следующее условие

$$\frac{\partial F}{\partial t} + v_i^k \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0. \quad (4)$$

Для численного решения задачи (1)–(3) применяется метод конечных элементов [9]. Область расчета разбивается на две расчетные области Ω_1 и Ω_2 , занимаемые жидкостями 1 и 2 соответственно. Для удовлетворения граничного условия разрыва нормальных напряжений (2) граница S_5 покрывается сеткой сдвоенных узлов, имеющих различные номера, но одинаковые координаты. Численное решение задачи в областях Ω_1 и Ω_2 с неизвестным положением границы раздела S_5 строится с помощью следующего итерационного алгоритма. На первом этапе, считая положение границы S_5^n на n итерации известным (при $n = 1$, $F(x_1, x_2, t) = 0$ является уравнением прямой линии) решаются численно уравнения (1) в области Ω_1 с заменой граничных условий (2)–(3) на

$$v_i^1 t_i|^{n+1} = v_i^2 t_i|^{n+1}, \quad v_i^1 n_i|^{n+1} = 0,$$

$$\sigma_{ij}^1 n_j|^{n+1} = \sigma_{ij}^2 n_j|^{n+1} + 2\gamma H n_j,$$

$$\sigma_{ij}^1 t_j|^{n+1} = \sigma_{ij}^2 t_j|^{n+1}.$$

Затем аналогичная задача решается для области Ω_2 , когда значения на границе S_5 вычисляются по известному решению в области Ω_1 . После первого этапа определяется поле скоростей и давлений в обеих областях на $n + 1$ итерации. Затем с помощью численной аппроксимации кинематического условия (4), определяется положение новой границы раздела $F_5^k|_{n+1}$ для обеих областей Ω_1 и Ω_2 . Новое положение границы берется в виде линейной интерполяции функций $F_5^k|_{n+1}$. Далее возможен переход к первому этапу с известным новым положением границы и решением задачи на предыдущей итерации.

Установившаяся безволновая картина течения двухслойной жидкости для двух линейно вязких жидкостей с равенствами плотностей $\rho^1 = \rho^2$, расходов на входе $Q^1 = Q^2$, но с различными вязкостями, удовлетворяющих соотношению $\eta^1/\eta^2 = 10$, показана на рис. 2 в виде линий тока. Из рис. 2 видно, что граница раздела потоков совпадает с линией тока, исходящей из точки на границе, являющейся точкой схода двух слоев жидкости. На рис. 3а приведены профили скорости для течения двух ньютоновских жидкостей в канале при $\rho^1 = \rho^2$, $Q^1 = Q^2$, но с различными отношениями вязкостей в сечении $x_1 = 5h$, где h — полуширина канала. Профиль скорости в данном сечении считается установившимся. Берутся отношения η^1/η^2 равные следующим значениям $\eta^1/\eta^2 = 2, 5, 10, 20$. Видно, что увеличение вязкости жидкости (с индексом 2) нижнего слоя приводит к тому, что положение границы раздела смещается в сторону менее вязкой жидкости. В случае течения двух одинаковых жидкостей, при условии равенства их расходов, граница

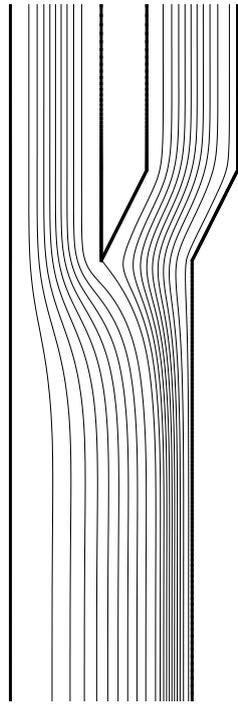


Рис. 2. Линии тока течения двух ньютоновских жидкостей для $\eta^1/\eta^2 = 10$

раздела располагается в середине канала на высоте $h/2$. Обозначим через l_1, l_2 — ширины потоков несмешивающихся жидкостей. Введем безразмерную величину $h_f = 2l_1/h$, показывающую степень изменения ширины потока при совместном течении в канале. Расчеты показывают, что при увеличении вязкости нижнего слоя для выбранных значений, величина h_f изменяется как $h_f = 1,06, 1,15, 1,22, 1,31$.

Форма профиля границы раздела двух жидкостей с отношениями вязкостей $\eta^1/\eta^2 = 2, 5, 10, 20$ приведена на рис. 3б. Видно, что при совместном течении двух жидкостей в плоском канале для $\eta^1/\eta^2 = 10$ приводит к тому, что ширина потока более вязкой жидкости увеличивается на 22%. Следует отметить также, что с увеличением вязкости нижнего слоя профиль скорости становится более вогнутым, при этом значение скорости на границе раздела уменьшается. Безразмерное значение скорости жидкости в точке границы раздела для выбранных отношений вязкостей жидкости равняется $v_1/U_0 = 0,95, 0,91, 0,87, 0,65$. Рассмотрено также совместное течение для линейно вязкой жидкости

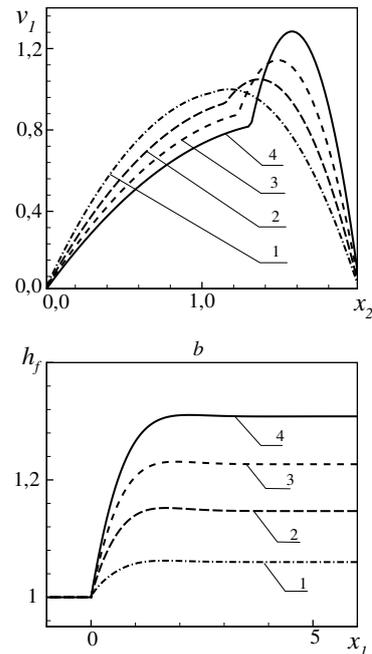


Рис. 3. Распределение скорости в вертикальном сечении канала $x_1 = 5h$ (а), профиля границы раздела жидкостей (б) при различных значениях отношений вязкостей η^1/η^2 1 — $\eta^1/\eta^2 = 2$, 2 — 5, 3 — 10, 4 — 20

в области 1 и нелинейно вязкой в области 2. Плотности, расходы жидкостей совпадают, наибольшая эффективная сдвиговая вязкость неьютоновской жидкости в области 2 выбирается равной вязкости ньютоновской жидкости 1 ($\eta_0^2 = \eta^1$), но изменяется степень аномалии нелинейно вязкой жидкости (индекс течения n). На рис. 4 показаны профили скорости в дальнем сечении $x_1 = 5h$ для значений индекса течения $n = 0,9, 0,6, 0,4$, а на рис. 5 в ближнем сечении $x_1 = 0,1h$ соответственно. В сечении, расположенном на расстоянии $x_1 = 0,1h$ от точки схода двух потоков, происходит трансформация профилей скорости из за значительной разницы вязкостей набегающих потоков. Профиль скорости еще не установившегося потока характерен тем, что с увеличением вязкости скорость жидкости на границе раздела также уменьшается. Увеличение степени аномалии вязкости приводит уменьшению ширины потока верхнего слоя, значения параметра h_f соответственно равны $h_f = 1,01, 1,09, 1,12$.

В работе рассмотрено двухслойное течение нелинейно-вязких несмешивающихся жидкостей в плоском канале. Определены ос-

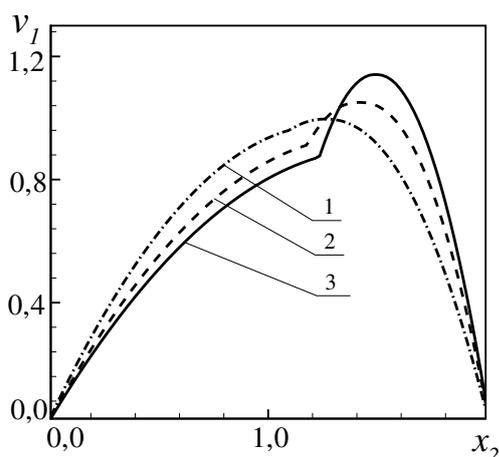


Рис. 4. Профиля скорости в сечении канала $x_1 = 5h$ при различных значениях индекса течения n : 1- $n=0,1$, 2- $0,4$, 3- $0,6$

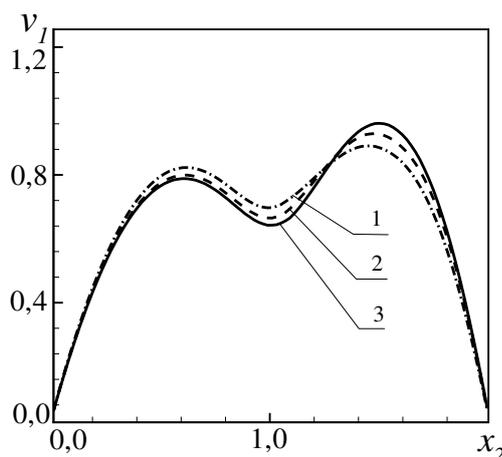


Рис. 5. Профиля скорости в сечении канала $x_1 = 0,1h$ при различных значениях индекса течения n : 1- $n=0,1$, 2- $0,4$, 3- $0,6$

новые гидродинамические параметры процесса совместного течения. Получены результаты о толщине слоев потоков в зависимости от физических свойств жидкостей и кинематических характеристик течения.

Литература

1. Хан Ч. Д. Реология в процессе переработки полимеров. М.: Химия, 1979. 344 с.
2. Янков В. И., Глот И. О., Труфанова Н. М., Шакиров Н. В. Течение полимеров в отверстиях фильер. Теория, расчет, практика. М., Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2010. 368 с.
3. Литвинов В. Г. Движение нелинейно-вязкой жидкости. М.: Наука, 1982. 376 с.
4. Bird R. B., Armstrong R. C., Hassager O. Dynamics of Polymeric Liquids. vol.1. Fluid Mechanics. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons, 1987. 565 p.
5. Назмеев Ю. Г. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков реологически сложных жидкостей. М.: Энергоатомиздат, 1996. 304 с.
6. Torres A., Hrymak A. N., Vlachopoulos J. Boundary conditions for contact lines in coextrusion flows // Rheologica Acta. 1993. Vol. 32. P. 513–525.
7. Снигерев Б. А., Алиев К. М., Тазюков Ф. Х. О форме выходящей струи при выдавливании вязкоупругой жидкости из плоского щелевого канала // Вестник Самарского государственного университета. 2009. №6(72). С. 130–138.
8. Keunings R. An algorithm for simulation of transient viscoelastic flows with free surface // J. Comp. Phys. 1986. Vol. 62. P. 199–220.
9. Nickell R. E., Tanner R. I., Caswell B. The solution of viscous incompressible jet and free surface flow using finite element method // J. Fluid. Mech. 1974. Vol. 65, № 1. P. 189–206.

Ключевые слова: нелинейно-вязкая жидкость, граница раздела, двухслойное течение

Статья поступила 10 июня 2010 г.

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, г. Казань

Казанский государственный технологический университет, г. Казань

© Снигерев Б. А., Тазюков Ф. Х., 2010