УДК 538.915

ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЗАТУХАЮЩЕГО ТОКА В КВАНТОВЫХ КОЛЬЦАХ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ[1]

Васильченко А. А.[2], Бунякин А. В.[3], Сыромятников П. В.[4]

PERSISTENT CURRENT OSCILLATION IN QUANTUM RINGS UNDER HIGH MAGNETIC FIELD

Vasilchenko A. A., Bunyakin A. V., Syromyatnikov P. V.

The system of Kohn-Sham equations for spin-polarized two-dimensional electrons is self-consistently solved. Magic numbers for the complete angular moment of electrons in a quantum ring in high magnetic field are found. It is shown that the oscillation period of persistent current in quantum rings depends on the number of electrons and can vary from two to four flux quanta.

Keywords: quantum rings, persistent current, magic numbers

В последние годы активно исследуются квантовые эффекты в мезоскопических и наноразмерных структурах. Хорошо известно, что в тонких сверхпроводящих кольцах температура сверхпроводящего перехода имеет осцилляционный вид с периодом, равным половине кванта магнитного потока $\Phi_0 = h/e$. В квантовых кольцах вследствие межэлектронного взаимодействия ситуация значительно сложнее. Осцилляции Литтла–Паркса и осцилляции незатухающего тока в полупроводниковых квантовых кольцах связаны с изменением энергии системы в магнитном поле. В частности, в двумерных системах с аксиальной симметрией оба эффекта объясняются изменениям углового момента электронов в квантовых кольцах и параметра порядка в сверхпроводниках-кольцах.

Целью настоящей работы является исследование электронных свойств в квантовом кольце в сильном магнитном поле. Магнитное поле берется таким, что все электроны являются спин-поляризоваными. Численная диагонализация многочастичного гамильтониана для конечного числа N двумерных электронов в магнитном поле показала [1, 2], что энергетический спектр электронов имеет ряд интересных особенностей. В частности, существуют метастабильные и основное состояния электронов в зависимости от полного углового момента электронов M. Проведенные вычисления [3] в рамках теории функционала плотности хорошо согласуются с точными вычислениями для $N = 3$ [1] и $N = 7$ [2]. Расхождения в энергии составило менее двух процентов на один электрон, магические числа совпали. Отметим, что наличие магических чисел связано с тем, что электроны имеют компактную конфигурацию в пространстве углового момента. Вычисления, представленные в работах [1–3], показали, что энергетический спектр электронов в квантовых точках имеет щель, природа которой связана с электрон-электронным взаимодействием.

Аналогичные свойства следует ожидать в квантовых кольцах. Для изучения этих свойств используется теория функционала плотности.

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ и администрации Краснодарского края (09-02-96508, 09-01-96507).

[2]Васильченко Александр Анатольевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры компьютерных технологий и информационной безопасности Кубанского государственного технологического университета; e-mail: a_vas2002@mail.ru

[3]Бунякин Алексей Вадимович, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры кафедры оборудования нефтяных и газовых промыслов Кубанского государственного технологического университета; e-mail: alex.bunyakin@mail.ru

[4]Сыромятников Павел Викторович, канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией Южного научного центра РАН; e-mail: syromyatnikov@math.kubsu.ru

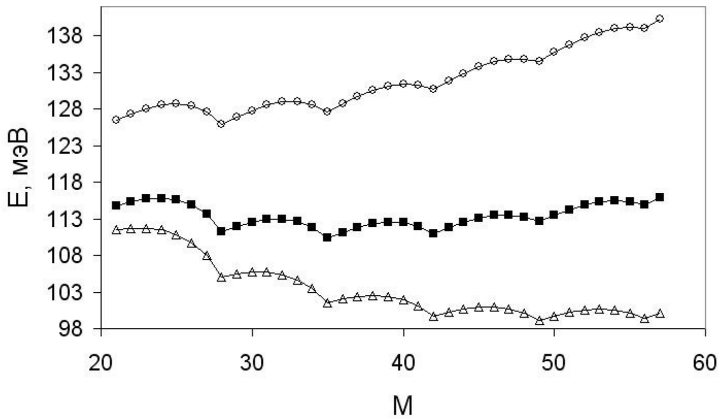

Рис. 1. Зависимость полной энергии электронов от суммарного углового момента электронов ($N = 7$, $B = 6,5T$, $\hbar\omega_0 = 4$ мэВ): ○ — $r_0 = 10$ нм; ■ — $r_0 = 20$ нм; △ — $r_0 = 30$ нм. Точки соединены линиями для наглядности

Полная энергия для двумерных электронов в квантовом кольце запишется в следующем виде (используется атомная система единиц):

$$E = T + \int \frac{n(r)\, n(r')\, d\mathbf{r} d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + \int \varepsilon_x(n)\; n d\mathbf{r} - \\ - \sum_m \int \left(\varepsilon_x(n_m) + \int \frac{n_m(r)\, d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) n_m(r)\; d\mathbf{r} + \\ + \int V(r)\, n(r)\, d\mathbf{r}, \quad (1)$$

где T — кинетическая энергия невзаимодействующих электронов в магнитном поле $\mathbf{B}$, которое задается векторным потенциалом $\mathbf{A} = \mathbf{B} \times \mathbf{r}/2$.

В выражении (1) исключается самодействие электронов, а для учета многочастичных эффектов используется только обменная энергия, которая берется в приближении локальной плотности. Для спинполяризованных электронов обменная энергия на один электрон имеет вид

$$\varepsilon_x(n) = \alpha\, n(r), \quad (2)$$

где $\alpha = -\sqrt{2\pi}\,\pi L$, L — магнитная длина, $n(r)$ — плотность электронов.

Для магнитных полей, при которых занят только нижний спиновый уровень Ландау, из выражения (1) получаем уравнения Кона-Шэма

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{r^2}{4L^4} + \frac{m^2}{r^2} - \frac{m}{L^2} + \right. \\ \left. + V_{eff}(r) \right\} \psi_m(r) = E_m \psi_m(r), \quad (3)$$

с эффективным одночастичным потенциалом

$$V_{eff}(r) = V_H(r) - V_{H,m}(r) + \\ + 2\alpha\,(n(r) - n_m(r)) + V_(r), \quad (4)$$

$$V_H(r) = 2\int \frac{n(r')\, d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \\ V_{H,m}(r) = 2\int \frac{n_m(r')\, d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (5) \\ V(r) = \frac{\omega_0^2}{4}(r - r_0)^2,$$

где m — угловой момент электрона, $n_m(r) = |\psi_m(r)|^2$, $n(r) = \sum_{occ_m} n_m(r)$.

В качестве внешнего потенциала взят параболический удерживающий потенциал с частотой ω_0 и радиусом кольца r_0.

Незатухающий ток представляет собой сумму парамагнитного и диамагнитного токов

$$I = -\sum_m \int \frac{2m}{r}\, \psi_m^2(r) dr + \frac{N}{2\pi L^2}. \quad (6)$$

Вычисления проводились для различных наборов значений m, а за основное состояние для заданного значения M принималось состояние с минимальной энергией. На

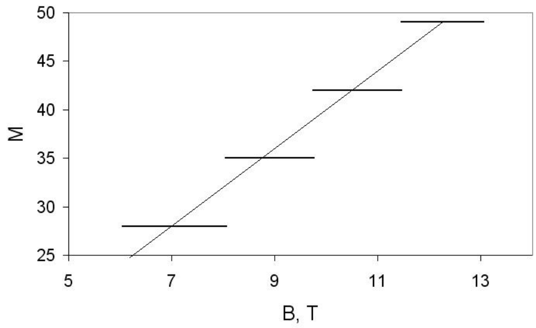

Рис. 2. Зависимость полного углового момента электронов от магнитного поля ($N = 7$, $\hbar\omega_0 = 4$ мэВ). Прямая линия соответствует формуле (8)

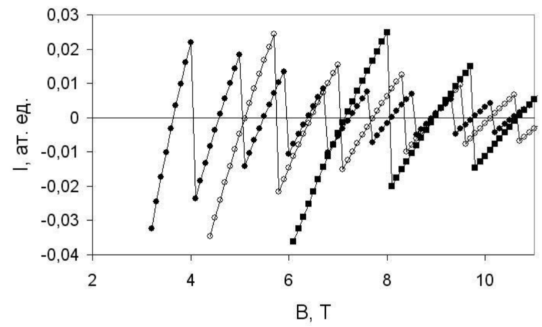

Рис. 3. Зависимость незатухающего тока в квантовом кольце от магнитного поля ($N = 7$, $\hbar\omega_0 = 4$ мэВ): ○ — $r_0 = 30$ нм, ■ — $r_0 = 20$ нм, △ — $r_0 = 10$ нм

рис. 1 представлены результаты вычисленной энергии электронов (для GaAs квантового кольца) в зависимости от полного углового момента электронов. Видно, что магические числа (значения углового момента в локальных минимумах энергии) имеют период $\Delta M = N$ и основное и метастабильные состояния возможны только при

$$\mathrm{M} = \mathrm{M}_0 + kN, \tag{7}$$

где $M_0 = N(N-1)/2$, $k = 0, 1, 2 \ldots$

Отметим, что с увеличением радиуса кольца основное состояние сдвигается в сторону больших M. Это связанно с тем, что в основном состоянии электроны локализованы вблизи r_0. Таким образом, период магических чисел для квантовой точки и квантового кольца совпадает.

Наличие магических чисел приводит к квантованию полного углового момента электронов (рис. 2), при этом зависимость $M(B)$ представляет собой серию плато углового момента электронов, разделенных высотой N. Причем середины всех плато B_i близки к прямо пропорциональной зависимости от напряженности магнитного поля

$$B_i = cM, \tag{8}$$

где $c = \mathrm{const}$, $i = 1, 2 \ldots$

Из выражений (7) и (8) получим для ширин плато

$$\Delta B = \frac{2B_1}{N+1}, \tag{9}$$

где B_1 соответствует середине первого плато.

С изменением величины углового момента электронов следует ожидать изменение незатухающего тока в квантовом кольце. Результаты вычислений приведены на рис. 3. Период осцилляций незатухающего тока хорошо описывается формулой (9). Вблизи максимумов и минимумов незатухающего тока энергетическая щель близка к нулю, поэтому учет примесного потенциала и (или) температуры приведет к сглаживанию осцилляций в этих точках.

Вычисления, проведенные для различных значений N и ω_0 ($N < 14$, величина $\hbar\omega_0$ бралась 4, 6, 8 мэВ), также показали, что период осцилляций незатухающего тока хорошо описывается формулой (9).

Выражение для периода осцилляций незатухающего тока можно представить также в виде

$$\Delta B = \frac{2B_0}{N-1}, \tag{10}$$

где B_0 находится из (8) при $M = M_0$.

В случае квантового кольца фактор заполнения можно определить как $\nu = M_0/M$, тогда для периода магнитного потока $\Delta\Phi = \Delta BS$ (S — площадь кольца) с учетом (10) получим

$$\Delta\Phi = \frac{2N}{N-1}\Phi_0.$$

Для $N = 2$ и 3 период осцилляций будет кратен кванту потока Φ_0, в остальных случаях будет дробным.

Таким образом, показано, что в двумерном квантовом кольце возникает серия магических чисел для полного углового момента электронов. Это приводит к осцилляциям незатухающего тока в зависимости от магнитного поля. Период осцилляций незатухающего тока в квантовых кольцах может изменяться от двух до четырех квантов магнитного потока в зависимости от числа электронов.

Литература

1. *Maksym P. A.* Magic number ground states of quantum dots in a magnetic field // Physica B. 1993. Vol. 184. P. 385–393.
2. *Yannouleas C., Landman U.* Structural properties of electrons in quantum dots in high magnetic fields: Crystalline character of cusp states and excitation spectra // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 70. P. 235319–235327.
3. *Васильченко А. А., Яковенко Н. А.* Электронная структура квантовой точки в сильном магнитном поле // Инженерная физика. 2008. № 5. С. 2–4.
4. *Васильченко А. А., Яковенко Н. А.* Электронная структура квантовой точки в магнитном поле: магические числа, квантовый эффект Холла, переход металл-диэлектрик, вигнеровская кристаллизация // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2007. № 3. С. 78–84.

Ключевые слова: квантовое кольцо, незатухающий ток, магические числа

Статья поступила 7 сентября 2010 г.
Кубанский государственный технологический университет, г. Краснодар
Южный научный центр РАН, г. Ростов-на-Дону