

УДК 539.3; 548.735.6 : 552.112

ВЛИЯНИЕ МИКРОСТРУКТУРЫ НА ЭФФЕКТИВНЫЕ УПРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕОДНОРОДНЫХ ГОРНЫХ ПОРОД ТИПА КВАРЦЕВАЯ МАТРИЦА–БИОТИТ¹

*Колесников В. И.², Бардушкин В. В.³, Сычев А. П.⁴, Яковлев В. Б.⁵,
Сычев А. А.⁶*

INFLUENCE OF THE MICROSTRUCTURE ON EFFECTIVE ELASTIC CHARACTERISTICS OF INHOMOGENEOUS QUARTZ MATRIX-BIOTITE TYPES OF ROCK

Kolesnikov V. I., Bardushkin V. V., Sychev A. P., Yakovlev V. B., Sychev A. A.

Calculations of effective elastic characteristics of inhomogeneous rock of quartz matrix-biotite type are carried out. Influence of the form and concentration of biotite crystalline inclusions in an isotropic quartz matrix on the modules of elasticity and anisotropy of elastic properties of the material is investigated.

Keywords: polycrystals, texture, crystallites, effective elastic modules, anisotropy

Моделирование физико-механических свойств горных пород (в частности их анизотропии) имеет большое значение при решении и интерпретации большого круга геолого-геофизических задач, как фундаментального, так и прикладного характера. К ним относятся задачи реконструкции палеотектонического напряженно-деформированного состояния горных массивов, предсказания землетрясений и извержений вулканов, учета искривления траекторий сверхглубоких скважин, обоснования выбора мест строительства глубинных хранилищ радиоактивных (химических) отходов и оценки риска их хранения [1, 2]. Одним из основных факторов, влияющих на физико-механические свойства геоматериалов, является их минеральный состав. Однако эти свойства в значительной степени обусловле-

ны и другими факторами, важнейшими из которых являются текстура формы включений (зерна породообразующих минералов, поры, трещины и т.п.), их ориентация в пространстве материала, кристаллографическая текстура, а также концентрация элементов неоднородности. Оценка степени влияния на петрофизические характеристики каждого из указанных факторов дает возможность сопоставлять и комплексно анализировать экспериментальные данные, чтобы в дальнейшем прогнозировать возможность их проявления в реальном геологическом разрезе [2–4].

Решение этих задач требует использования теоретических методов прогнозирования физико-механических свойств горных пород, позволяющих учитывать все эти факторы одновременно. Одним из подобных методов

¹Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России 2009–2013» и гранта РФФИ (10-08-01163-а).

²Колесников Владимир Иванович, академик РАН, д-р техн. наук, ректор Ростовского государственного университета путей сообщения; e-mail: rek@rgups.ru

³Бардушкин Владимир Валентинович, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Высшая математика №2» Национального исследовательского университета Московского государственного института электронной техники; e-mail: bardushkin@mail.ru

⁴Сычев Александр Павлович, канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией «Транспорта, энергетики и новых композиционных материалов» Южного научного центра РАН; e-mail: Sap@rgups.ru

⁵Яковлев Виктор Борисович, д-р физ.-мат. наук, декан вечернего факультета Национального исследовательского университета Московского государственного института электронной техники; e-mail: yakovlev@miee.ru

⁶Сычев Алексей Александрович, канд. техн. наук, научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: Sap@rgups.ru

является метод обобщенного сингулярного приближения теории случайных полей [2–5]. Физический смысл такого приближения заключается в предположении однородности полей напряжений и деформаций в пределах неоднородности. Именно этим методом были проведены вычисления данной работы. В качестве объекта моделирования выбран кварц (самый распространенный в земной коре минерал), содержащий включения из биотита. Основное расчетное соотношение для эффективных свойств в рамках обобщенного сингулярного приближения имеет вид (индексы опущены, угловые скобки определяют процедуру усреднения) [5]

$$c^* = \langle c(\mathbf{r})(I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle \langle (I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1},$$

где c — тензор модулей упругости; I — единичный тензор четвертого ранга; двумя штрихами обозначена разность между соответствующими параметрами неоднородной среды и однородного тела сравнения $c''(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c^c$ (верхним индексом « c » обозначаются характеристики тела сравнения); тензор $g = g_{ijkl}$ — интеграл от сингулярной составляющей второй производной тензора Грина уравнений равновесия (по парам индексов i и j , k и l , заключенным в выражении для тензора g_{ijkl} в круглые скобки, осуществляется операция симметризации) [5]

$$g_{ijkl} = a_i(kl)(j),$$

где

$$a_{iklj} = -\frac{1}{4\pi} \int n_k n_j t_{il}^{-1} d\Omega, \quad d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi.$$

t_{il}^{-1} — элементы матрицы, обратной матрице \mathbf{T} с элементами $t_{il} = c_{ijkl}^c n_k n_j$, а n_k и n_j — компоненты вектора внешней нормали к поверхности включения. Для включений эллипсоидальной формы с главными полуосями l_1 , l_2 и l_3 эти компоненты определяются соотношениями

$$n_1 = \frac{1}{l_1} \sin\theta \cos\varphi, \quad n_2 = \frac{1}{l_2} \sin\theta \sin\varphi,$$

$$n_3 = \frac{1}{l_3} \cos\theta.$$

В процессе формирования поликристаллических материалов образуется поликристаллическая текстура, вследствие чего их свойства отличаются в различных направлениях. При этом для многокомпонентных

поликристаллов следует учитывать, что ансамбль кристаллитов одного материала может иметь одну текстуру, а ансамбль кристаллитов другого — иную. Ориентация кристаллитов может быть определена при помощи вращений $\mathbf{q} = \{\varphi_1, \Phi, \varphi_2\}$, задаваемых углами Эйлера φ_1 , Φ и φ_2 ($0 \leq \varphi_1 < 2\pi$, $0 \leq \Phi \leq \pi$, $0 \leq \varphi_2 < 2\pi$). Математически кристаллографическая текстура описывается при помощи функции распределения ориентаций кристаллографических осей кристаллитов (ФРО). Если принять, что в двухкомпонентном материале кристаллиты каждого из компонентов отличаются друг от друга только ориентацией кристаллографических осей, то процедура усреднения сведется к интегрированию по всевозможным углам Эйлера с ФРО $f_1(\mathbf{q}) = f_1(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ и $f_2(\mathbf{q}) = f_2(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ для компонентов «1» и «2» соответственно [5].

При этом для некоторой случайной (тензорной) величины $a(\mathbf{r})$ в двухкомпонентном материале получаем:

$$\langle a(\mathbf{r}) \rangle = \sum_{i=1}^2 \frac{\nu_i}{8\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} f_i(\mathbf{q}) a_i(\mathbf{q}) d\mathbf{q},$$

где ν_1 и ν_2 — объемные доли компонентов ($\nu_1 + \nu_2 = 1$); $a_1(\mathbf{q}) = a_1(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ и $a_2(\mathbf{q}) = a_2(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ — величины, относящиеся к соответствующим компонентам; $d\mathbf{q} = \sin\Phi d\Phi d\varphi_1 d\varphi_2$.

Проведено моделирование эффективных физико-механических характеристик неоднородных материалов типа кварцевая матрица–биотит. Рассматривалась среда, состоящая из кристаллитов кварца изометричной формы, описываемых изотропной текстурной функцией $f_1(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) \equiv 1$, с включениями биотита в форме эллипсоидов вращения с главными полуосями $l_1 = l_2 \neq l_3$ и ФРО вида $f_2(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) = \delta(\Phi)$ ($\delta(\Phi)$ — дельта-функция Дирака), характеризующей совпадение направлений осей 6-го порядка кристаллитов биотита с осью z лабораторной системы координат. При расчетах были взяты следующие значения различных от нуля компонент тензора модулей упругости минералов $c = \|c_{ij}\|$, ГПа ($i, j = 1, 2, \dots, 6$):

– для кварца

$$c_{11} = c_{22} = 86,74, \quad c_{33} = 107,20,$$

$$c_{44} = c_{55} = 57,94, \quad c_{66} = 39,88,$$

$$c_{12} = c_{21} = 6,99,$$

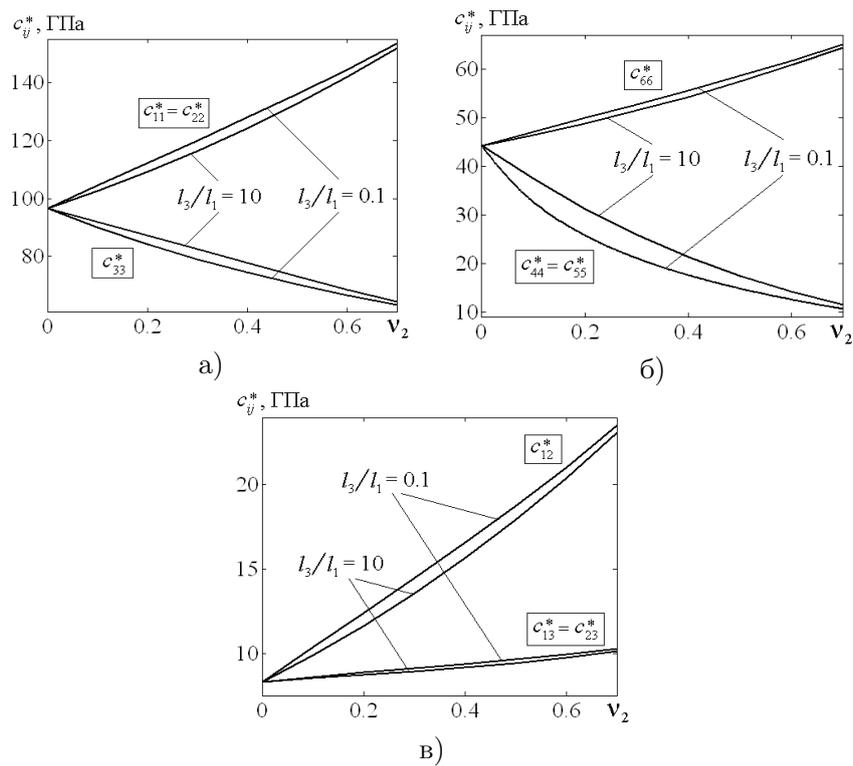


Рис. 1. Зависимости отличных от нуля компонент тензора эффективных модулей упругости c_{ij}^* неоднородных материалов типа кварцевая матрица–биотит от концентрации ν_2 и формы l_3/l_1 включений биотита

$$c_{13} = c_{23} = c_{31} = c_{32} = 11, 91,$$

$$c_{14} = c_{41} = -c_{24} = -c_{42} = \\ = -c_{56} = -c_{65} = 17, 91;$$

– для биотита

$$c_{11} = c_{22} = 186, 0, \quad c_{33} = 54, 0,$$

$$c_{44} = c_{55} = 5, 8,$$

$$c_{66} = \frac{c_{11} - c_{12}}{2} = 76, 8,$$

$$c_{12} = c_{21} = 32, 4,$$

$$c_{13} = c_{23} = c_{31} = c_{32} = 11, 6.$$

Параметры тела сравнения принимались равными параметрам матрицы [6].

Исследовано влияние формы и концентрации кристаллических включений биотита в изотропной кварцевой матрице на модули упругости и анизотропию упругих свойств материала. На рис. 1 приведены результаты модельных расчетов ненулевых компонент (в

матричной форме записи) c_{ij}^* тензора эффективных модулей упругости от концентрации ν_2 биотита для включений в форме дисков $l_3/l_1 = 0, 1$ и игл $l_3/l_1 = 10$. Исследования показали, что изменение формы биотитовых включений варьирует значения эффективных модулей упругости породы меньше, чем изменение их концентрации.

На рис. 2 представлены расчетные зависимости параметра анизотропии материала $A_z = (c_{33}^* - c_{23}^*) / (2c_{66}^*)$ в направлении оси z . При этом на рис. 2а показано изменение A_z при увеличении объемной доли ν_2 биотита для разной формы включений ($l_3/l_1 = 0, 1$ — кривая 1; $l_3/l_1 = 1$ — кривая 2; $l_3/l_1 = 10$ — кривая 3). Точка $\nu_2 = 0$ на этом рисунке соответствует поликристаллическому материалу, в котором отсутствуют биотитовые включения. В этой точке параметры анизотропии равны единице, что определяет изотропию эффективных упругих свойств «чистого» кварцевого поликристалла с изотропной ФРО. На рис. 2б представлены расчетные зависимости параметра анизотропии A_z композитного материала при вариации формы

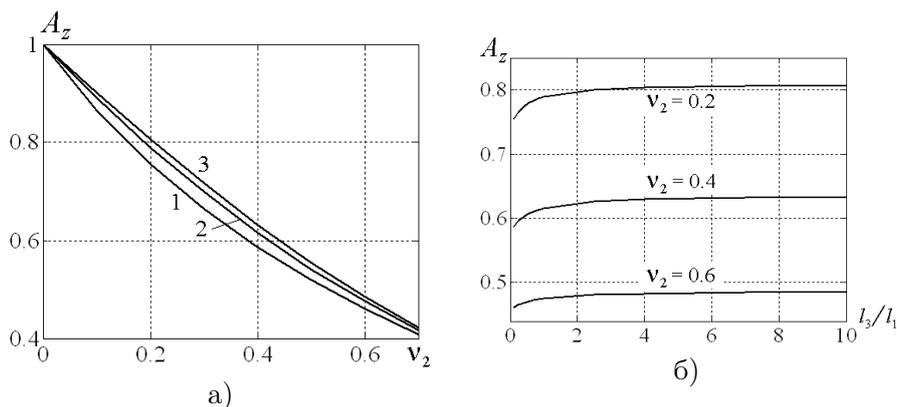


Рис. 2. Зависимости параметра анизотропии A_z материалов типа кварцевая матрица–биотит от концентрации ν_2 и формы l_3/l_1 включений биотита

включений биотита для разных фиксированных значений их концентрации ν_2 .

Исследования показали, что зависимости параметра анизотропии A_z как от изменения концентрации включений, так и от вариации их формы имеют нелинейный характер. При этом форма включений в виде дисков варьирует параметр анизотропии больше, чем веретенообразная (относительно сферической формы). Анизотропия материала сильнее изменяется с увеличением концентрации биотита, чем при вариации формы биотитовых включений.

Литература

1. Александров К. С., Продайвода Г. Т. Анизотропия упругих свойств минералов и горных пород. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 354 с.
2. Соболев Г. А., Никитин А. Н., Савелова Т. И., Яковлев В. Б. Теоретико-экспериментальный подход к исследованию микро- и макро-
3. Колесников В. И., Бардушкин В. В., Никитин А. Н., Сычев А. П., Яковлев В. Б. Механические свойства оливиносодержащих пород при высоких давлениях // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2004. № 3. С. 11–18.
4. Колесников В. И., Чекакина И. И., Бардушкин В. В., Сычев А. П., Яковлев В. Б. Моделирование текстурообразования в оливиносодержащих породах при высоких давлениях // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2008. № 3. С. 36–41.
5. Шермергор Т. Д. Теория упругости микroneоднородных сред. М.: Наука, 1977. 399 с.
6. Хорошун Л. П., Маслов Б. П., Лещенко П. В. Прогнозирование эффективных свойств пьезоактивных композитных материалов. Киев: Наукова думка, 1989. 207 с.

Ключевые слова: поликристаллы, текстура, кристаллиты, эффективные модули упругости, анизотропия

Статья поступила 23 сентября 2010 г.

Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону

Национальный исследовательский университет Московский государственный институт электронной техники, г. Зеленоград

Южный научный центр РАН, г. Ростов-на-Дону

© Колесников В. И., Бардушкин В. В., Сычев А. П., Яковлев В. Б., Сычев А. А., 2010