

УДК 532.529.5

**ОСОБЕННОСТИ ОБТЕКАНИЯ ЦИЛИНДРА ДВУХФАЗНЫМ ПОТОКОМ***Моренко И. В.<sup>1</sup>, Федяев В. Л.<sup>2</sup>***FEATURES OF TWO-PHASE FLOW AROUND THE CIRCULAR CYLINDER**

Morenko I. V., Fedyaev V. L.

The gas-particle unsteady cross flow around the circular cylinder is investigated. Influence of Stokes number and other parameters on the lift and drag coefficient, Strouhal number are analyzed.

Keywords: flow around a circular cylinder, two-phase flow, hydrodynamic characteristics

**Введение**

Обтекание тел жидкостью с частицами широко представлено как в природе, так и в технологических установках. В качестве примера можно назвать песчаные бури, потоки воды в руслах рек, течение рабочих сред в фильтрах, турбинах, в устройствах для абразивной очистки поверхностей, напыления, нанесения покрытий, окрашивания.

Моделирование потоков жидкости с примесями, их гидродинамического взаимодействия с телами необходимо для решения ряда современных проблем экологии; задач, связанных с безопасностью жизнедеятельности, в частности, полетов летательных аппаратов; при разработке либо модернизации технологических установок, аппаратов и устройств.

Известно, что в случае обтекания кругового цилиндра потоком вязкой жидкости при умеренных числах Рейнольдса  $Re$  формируется вихревая дорожка Кармана за телом вследствие квазипериодического отрыва вихрей с его поверхности. Картина течения, гидродинамические характеристики могут существенно меняться, если среда переносит дисперсную примесь. К настоящему времени имеется ряд исследований потоков жидкости с примесями, в частности работы [1–9]. Однако в большинстве из них влияние примесей на несущий поток не учитывается.

В данной работе в случае поперечного обтекания монодисперсной смесью одиночного кругового цилиндра исследуется влияние числа Стокса, концентрации примеси, других параметров на характер вихревого течения за телом, на коэффициенты сопротивления, подъемной силы, число Струхала.

**1. Определяющие соотношения**

Моделирование движения среды с примесями можно осуществить с помощью различных подходов [9]. Так, при использовании Эйлера континуального подхода частицы по отдельности не рассматриваются, для каждой фазы записываются и решаются уравнения сохранения массы, количества движения и энергии. Существенное преимущество этого подхода состоит в использовании одностипных балансовых соотношений, единого алгоритма интегрирования соответствующих систем уравнений. Согласно Лагранжеву подходу рассматривается течение жидкой несущей фазы, в которой движутся твердые частицы. В результате появляется возможность определить траектории отдельных частиц, выявить особенности их движения. В целом, Эйлеров и Лагранжев подходы дополняют друг друга, каждый из них имеет свои преимущества и недостатки и, следовательно, свои области применения.

<sup>1</sup>Моренко Ирина Вениаминовна, канд. техн. наук, старший научный сотрудник Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; e-mail: morenko@mail.knc.ru

<sup>2</sup>Федяев Владимир Леонидович, д-р техн. наук, заведующий лабораторией моделирования технологических процессов Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; профессор кафедры теоретических основ теплотехники Казанского государственного технического университета им. А. Н. Туполева; e-mail: morenko@mail.knc.ru

ния. Эйлеров подход используется в случае концентрированных дисперсных сред, содержащих мелкие малоинерционные частицы. Лагранжев подход применим для разреженных дисперсных сред, когда частицы крупные, велика их инерционность [9].

В настоящей работе используется Лагранжев подход. Считается, что частицы составляют небольшую часть занимаемого смесью объема, менее 10 %.

В декартовой прямоугольной системе координат  $x_1Ox_2$  плоскопараллельное течение несущей среды, представляющей собой вязкую несжимаемую жидкость, описывается уравнениями

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\bar{f}_{pi}}{\rho}, \quad (1.2)$$

$$i = 1, 2.$$

Здесь  $t$  — время;  $u_i, u_j$  — компоненты вектора скорости  $\mathbf{u}$  ( $i, j = 1, 2$ );  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность жидкости,  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости,  $\bar{f}_{pi}$  — проекция на ось  $x_i$  осредненных по объему сил гидродинамического сопротивления частиц [2].

При рассмотрении движения частиц примесей предполагается, что концентрация их в несущем потоке мала, взаимное влияние частиц, вращение не учитывается. Считается, что частицы не деформируются, имеют сферическую форму одинакового радиуса  $r_p$  и плотность  $\rho_p$ .

В локальной декартовой системе координат  $xOy$  траектория движения частицы описывается уравнениями

$$\frac{dx}{d\tau} = u_{px}, \quad \frac{dy}{d\tau} = u_{py}, \quad (1.3)$$

где  $\tau$  — время;  $u_{px}, u_{py}$  — проекции вектора скорости частицы  $\mathbf{u}_p$  на оси координат. Учитывая силы гидродинамического сопротивления, действующие со стороны несущей среды на частицу, силы тяжести и Архимеда, уравнение движения частицы представляется в виде

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{d\tau} = F_p (\mathbf{u} - \mathbf{u}_p) + \mathbf{g} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_p} \right). \quad (1.4)$$

Здесь  $\mathbf{g}$  — вектор ускорения свободного падения,  $F_p = 9C_p \text{Re}_p \mu / 12\rho_p d_p^2$ ,  $d_p = 2r_p$ ,

$\text{Re}_p = \frac{\rho d_p |\mathbf{u}_p - \mathbf{u}|}{\mu}$  — число Рейнольдса ча-

стицы,  $C_p = a_1 + \frac{a_2}{\text{Re}_p} + \frac{a_3}{\text{Re}_p^2}$  — коэффициент гидродинамического сопротивления,  $a_1, a_2, a_3$  — константы.

Согласно соотношению (1.4) сила гидродинамического сопротивления частицы

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_p &= 0,25C_p \text{Re}_p r_p \mu (\mathbf{u} - \mathbf{u}_p) = \\ &= 0,5\pi C_p r_p^2 \rho |\mathbf{u} - \mathbf{u}_p| (\mathbf{u} - \mathbf{u}_p). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Отсюда находятся осредненные по объему компоненты сил сопротивления  $\bar{f}_{pi}$  ( $i = 1, 2$ ), входящие в уравнение (1.2).

Записанные таким образом уравнения (1.1)–(1.2) необходимо дополнить граничными и начальными условиями, а (1.3), (1.4) — начальными.

## 2. Метод решения

Выберем расчетную область в форме прямоугольника. Начало системы координат  $x_1Ox_2$  поместим в центре обтекаемого цилиндра с радиусом  $R = 0,001$  м. Размеры расчетной области и положение цилиндра в ней определим таким образом, чтобы влияние внешних границ на решение задачи об обтекании цилиндра однородным потоком было бы минимальным.

Во входном сечении, перпендикулярном оси  $0x_1$ , примем  $u_1 = u_\infty = \text{const}$ ,  $u_2 = 0$ ; операционное давление  $p_0 = 100$  МПа.

На выходе из расчетной области воспользуемся «мягкими» граничными условиями:  $\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 0$ ,  $\frac{\partial u_2}{\partial x_1} = 0$ ,  $\frac{\partial p}{\partial x_1} = 0$ , что означает выравнивание гидродинамических характеристик потока несущей среды.

На боковых границах положим  $u_1 = 0$ ,  $\frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0$ ,  $\frac{\partial p}{\partial x_2} = 0$ .

Считается, что на поверхности обтекаемого цилиндра реализуются условия прилипания несущей среды  $\mathbf{u} = 0$ . В начальный момент времени  $t = 0$  среда мгновенно начинает двигаться,  $u_1 = u_\infty$ ,  $u_2 = 0$ ,  $p = p_0$ .

При расчете кинематики частиц примеси начало локальной системы координат  $xOy$  помещается в точку вбрасывания частиц в несущую среду. Точки эти располагаются вдоль входного сечения, ось  $0x$  направляется параллельно оси  $0x_1$ . В начальный момент времени  $\tau = 0$  компоненты скорости  $u_{px} = u_\infty$ ,  $u_{py} = 0$ . Помимо скорости частиц

в месте вбрасывания задаются также радиус, плотность частиц, массовый расход  $G_p$ , от которого зависит число частиц, поступающих в расчетную область в единицу времени.

Если по ходу движения частица покидает расчетную область, то обратно в нее она не возвращается. При контакте с поверхностью обтекаемого тела частицы отражаются с соответствующими коэффициентами нормальной и касательной компонент их скоростей.

Решение задачи осуществляется с помощью программного комплекса Fluent (лицензия КГТУ им. А. Н. Туполева) с неявным решателем второго порядка точности. Используется процедура коррекции давления SIMPLEC, нерегулярные треугольные сетки с существенным сгущением узлов в окрестности обтекаемого тела. Общее число узлов расчетных сеток составляет около 34 000, на поверхности цилиндра — 200. Критерий сходимости по всем искомым параметрам принимается равным  $10^{-8}$ . Количество итераций на каждом временном шаге не превышает 30.

### 3. Результаты численных экспериментов

В ходе выполнения расчетов на начальном этапе примеси в несущую среду не вбрасываются, она остается однородной. После установления автоколебательного режима течения частицы подаются в поток.

Примем по аналогии с [2] в качестве входных параметров несущей среды следующие: скорость набегающего потока  $u_\infty = 100$  м/с, плотность  $\rho = 0,00855$  кг/м<sup>3</sup>, коэффициент динамической вязкости  $\mu = 1,71 \cdot 10^{-5}$  кг/(м·с), число Рейнольдса  $Re = 100$ , диаметр цилиндра  $D = 0,002$  м.

При нестационарном обтекании тел жидкостью основными расчетными величинами являются коэффициент сопротивления

$$C_D = \frac{F_{x1}}{0,5\rho u_\infty D}, \text{ коэффициент подъемной}$$

$$\text{силы } C_L = \frac{F_{x2}}{0,5\rho u_\infty D} \text{ и число Струхаля}$$

$$St = \frac{\omega D}{u_\infty}. \text{ Здесь } F_{x1}, F_{x2} \text{ — проекции на оси } O x_1, O x_2 \text{ силы гидродинамического сопротивления, } \omega \text{ — частота схода вихрей с поверхности обтекаемого цилиндра.}$$

Из результатов расчета обтекания цилиндра однородным потоком следует, что осредненное по времени значение коэффициента сопротивления  $\bar{C}_D$  равно 1,38, амплитуда подъемной силы  $\Delta C_L = 0,34$ , число Стру-

халя  $St = 0,169$ . В целом полученные данные удовлетворительно согласуются с имеющимися в литературе [1, 2, 10].

Основные параметры вбрасываемых в поток частиц следующие: радиус варьируется от  $r_p = 2 \cdot 10^{-7}$  м до  $r_p = 2 \cdot 10^{-6}$  м, материал — корунд, плотность  $\rho_p = 3950$  кг/м<sup>3</sup>, число Стокса  $Stk = \frac{d_p^2 u_\infty \rho_p}{18\mu D}$  изменяется от 0,1 до 10, объемная концентрация — от 0 до  $3 \cdot 10^{-6}$ , массовая концентрация — от 0 до 0,59,  $\varepsilon = \rho_p/\rho = 4,6 \cdot 10^5$ .

Предварительно рассмотрим влияние условий подачи частиц во входном сечении на картину движения дисперсионной и дисперсной сред. Если подача частиц осуществляется в узкой области ( $H = D$ ), располагаются равномерно 50 источников, каждый с массовым расходом  $G_p = 10^{-5}$  кг/с, то в следе за телом формируются четко выраженные структуры (кластеры), характеризующиеся повышенной концентрацией частиц (рис. 1а). При  $H = 10D$ , когда область вбрасывания достаточно широкая, количество источников с таким же единичным расходом равно 500, подобные структуры не наблюдаются (рис. 1б). Ориентировочно, при  $Stk \geq 0,35$  в следе за цилиндром появляются периодические области, в которых отсутствуют частицы. Причем, чем частицы крупнее, число их меньше, тем размеры участков больше (рис. 1в). Когда массовая концентрация достаточно велика, наблюдается подавление дорожки Кармана (рис. 1г).

Типичную динамику изменения коэффициентов  $C_D, C_L$  с течением времени при ширине области подачи частиц  $H = 10D$  и расходе на одну струйку  $G_p = 10^{-5}$  кг/с иллюстрируют рис. 2а, 2б.

В соответствии с этими результатами в зависимости от времени можно выделить следующие режимы обтекания цилиндра. В начале, когда однородная жидкость мгновенно приходит в движение, происходит своего рода гидравлический удар, характеризующийся большими значениями коэффициента сопротивления  $C_D$ , затем  $C_D$  уменьшается, ориентировочно, до момента безразмерного времени 40. С ростом застойной области за телом  $C_D$  увеличивается ( $t = 40 \div 100$ ). Далее вихревая область теряет устойчивость, наблюдается автоколебательный режим течения, сопровождающийся осцилляциями  $C_D$  и  $C_L$ ,  $\bar{C}_D = 1,38$ ,  $\Delta C_L = 0,34$ . После установления автоколебательного режима течения частицы подаются в поток. В момент времени  $t = 280$  частицы достигают цилиндра, это

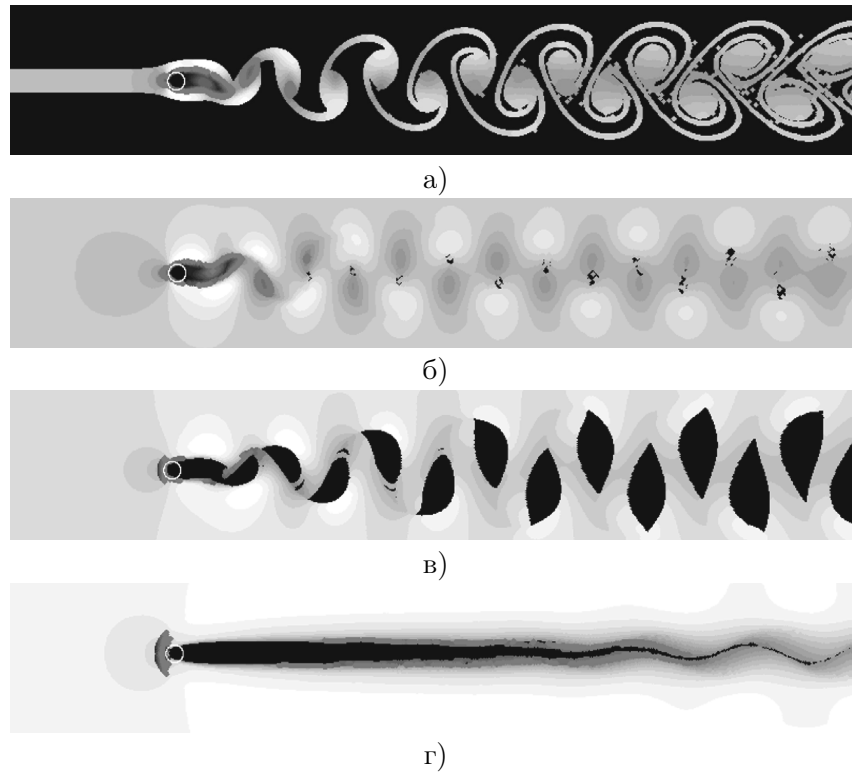


Рис. 1. Модуль скорости частиц примеси: а —  $H = D$ ,  $Stk = 0,1$ ,  $G_p = 10^{-5}$  кг/с; б —  $H = 10D$ ,  $Stk = 0,1$ ,  $G_p = 10^{-5}$  кг/с; в —  $H = 10D$ ,  $Stk = 1,0$ ,  $G_p = 10^{-5}$  кг/с; г —  $H = 10D$ ,  $Stk = 2$ ,  $G_p = 5 \cdot 10^{-5}$  кг/с

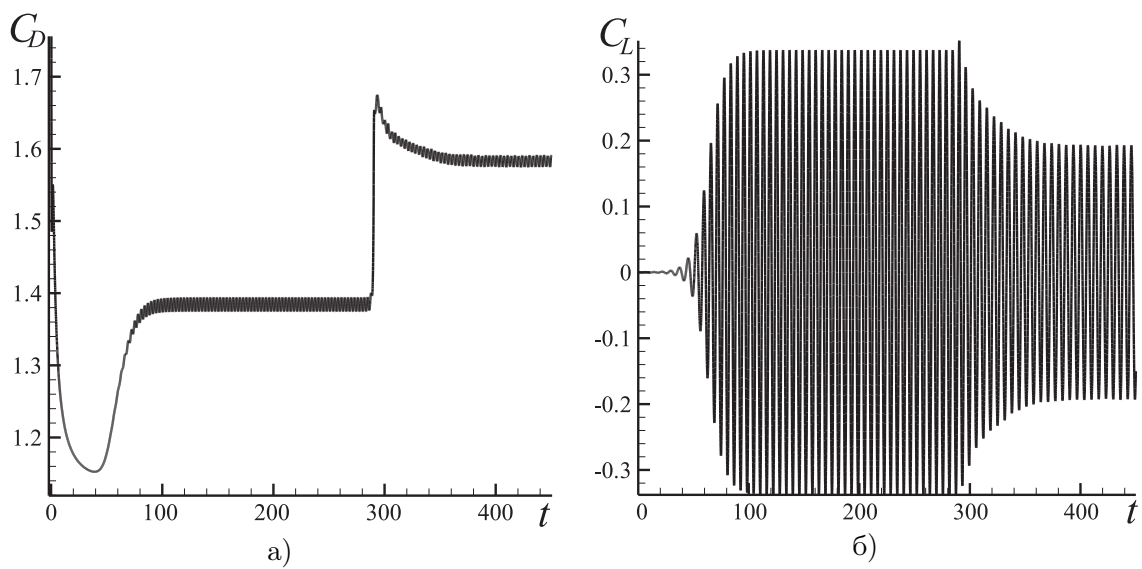


Рис. 2. а — коэффициент сопротивления  $C_D$ , б — коэффициент подъемной силы  $C_L$

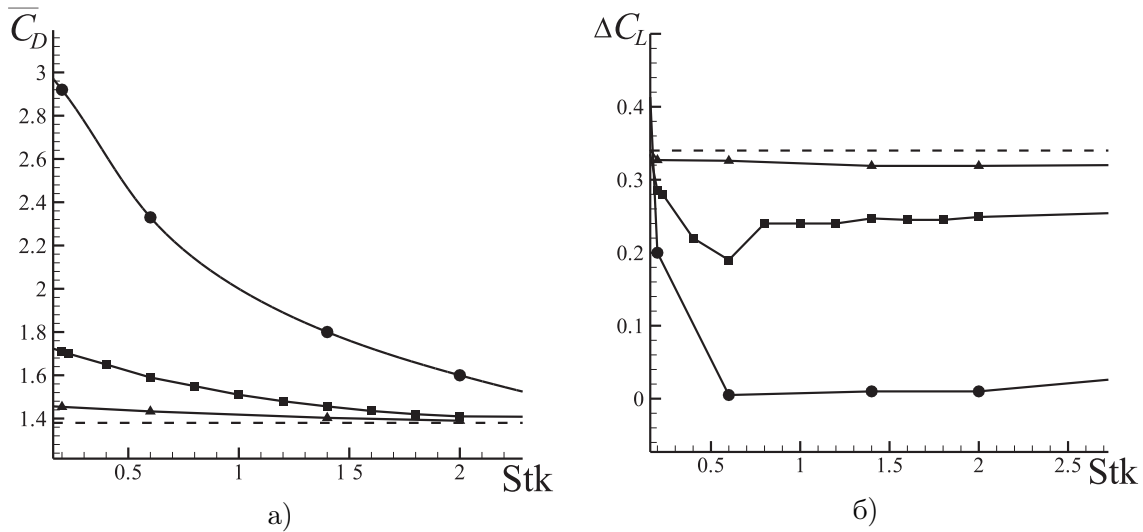


Рис. 3. Средний коэффициент сопротивления (а) и амплитуда подъемной силы (б):  
 $G_p = 5 \cdot 10^{-5}$  кг/с (●),  $10^{-5}$  кг/с (■),  $0,2 \cdot 10^{-5}$  кг/с (▲), пунктирная линия —  $G_p = 0$  кг/с

приводит к скачкообразному увеличению  $\bar{C}_D$  и уменьшению амплитуды  $\Delta C_L$ , после чего значения  $\bar{C}_D$ ,  $\Delta C_L$  вновь стабилизируются.

Следует заметить, что если среду считать гомогенной, вязкость смеси можно определить по формуле Эйнштейна [9]

$$\mu_{CM} = \mu (1 + 5/2\beta_p),$$

а плотность с помощью соотношения

$$\rho_{CM} = \rho_p \beta_p + \rho (1 - \beta_p).$$

Здесь  $\beta_p$  — объемная концентрация примеси в среде. В случае расхода на один источник  $G_p = 10^{-5}$  кг/с имеем  $\beta_p = 6,5 \cdot 10^{-7}$ ,  $\rho_{CM} = 0,011$ ,  $\mu_{CM} \approx \mu$ . Следовательно, число Рейнольдса смеси будет  $Re_{CM} = \frac{\rho_{CM} \cdot u_\infty \cdot D}{\mu_{CM}} = 129$ , что больше числа Рейнольдса среды без примесей. По данным работы [11] коэффициент сопротивления кругового цилиндра при этом значении числа Рейнольдса равен 1,40.

Как отмечалось выше, один из основных определяющих параметров рассматриваемой задачи — число Стокса. Наибольший интерес представляют течения монодисперсной смеси, когда числа Стокса порядка единицы. Ниже приводятся результаты расчета характеристик потока при изменении числа Стокса от 0,1 до 10,0.

При проведении данных экспериментов число Рейнольдса  $Re = 100$ , ширина участка подачи частиц  $H = 10D$ , количество точек вбрасывания, их положение, плотность материала частиц остаются постоянными. Поэтому, если расход  $G_p$  фиксируется, изменение

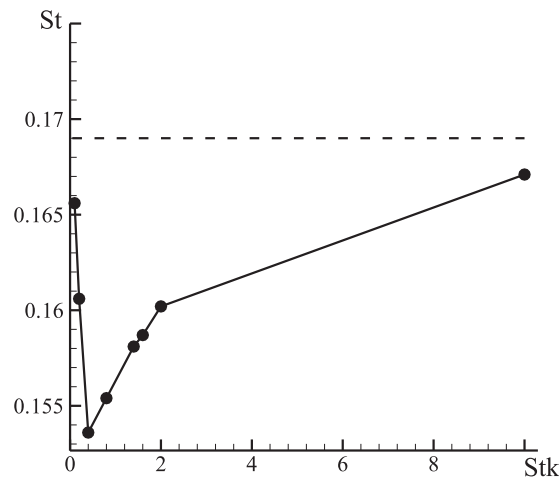
числа Стокса означает изменение размеров частиц, их количества в расчетной области.

В ходе расчетов было также установлено, что наличие примесей в жидкости ведет к изменению, главным образом, коэффициента давления с наветренной стороны тела. Коэффициент трения меняется незначительно (не более 5 %).

Изменение среднего значения коэффициента гидродинамического сопротивления цилиндра, амплитуды коэффициента подъемной силы в зависимости от числа Стокса, расхода  $G_p$  показывается на рис. 3. Здесь штриховая линия соответствует значениям  $\bar{C}_D$ ,  $\Delta C_L$  при обтекании цилиндра однородной жидкостью без примесей ( $G_p = 0$  кг/с).

Анализируя эти результаты, можно отметить следующее. С ростом числа Стокса средний коэффициент сопротивления монотонно убывает, стремясь к значению  $\bar{C}_D$  цилиндра в однородной жидкости. При больших  $Stk$ , а значит, больших размерах частиц, их сравнительно малом количестве в области течения, влияние частиц на коэффициент сопротивления мало.

По-иному ведет себя амплитуда подъемной силы. Во-первых,  $\Delta C_L$  при обтекании цилиндра монодисперсной смесью меньше, чем  $\Delta C_L$  цилиндра в жидкости без примесей. Во-вторых, характер изменения  $\Delta C_L$  при увеличении  $Stk$  существенно зависит от расхода  $G_p$ . При малых расходах амплитуды  $\Delta C_L$  цилиндра в смеси и в однородной жидкости близки. Если расходы частиц большие, то на участке  $0,1 \leq Stk \leq 0,6$  при увеличении  $Stk$   $\Delta C_L$  уменьшается, затем возрастает. Инте-

Рис. 4. Числа Струхала ( $G_p = 10^{-5}$  кг/с)

ресно, что в интервале  $0,6 < Stk < 0,8$  при  $G_p = 10^{-5}$  кг/с этот рост достаточно резкий, потом незначительный, тогда как уже при  $G_p = 5 \cdot 10^{-5}$  кг/с увеличение  $\Delta C_L$  выражено слабо. Разница в поведении  $\Delta C_L$  при  $G_p = 10^{-5}$  и  $5 \cdot 10^{-5}$  кг/с объясняется тем, что в последнем случае дорожка Кармана за обтекаемым телом подавляется, в результате уменьшается амплитуда коэффициента подъемной силы, изменение  $\Delta C_L$  в зависимости от  $Stk$  становится более монотонным.

По всей видимости, существует некий интервал изменения расходов  $G_p$ , когда при  $Stk$  равном приблизительно 0,6  $\Delta C_L$  имеет минимум. Соответственно, вблизи  $Stk = 0,6$  число Струхала также минимально (рис. 4), частота схода вихрей с поверхности цилиндра мала.

Из представленных результатов следует, что наличие частиц примеси в жидкости заметно влияет на основные гидродинамические характеристики обтекаемых тел: на коэффициент сопротивления и амплитуду подъемной силы, число Струхала. Механизмы этого влияния во многом зависят от поведения частиц вблизи обтекаемого тела, соударения с поверхностью, воздействия на структуру следа за телом. Одним из важных показателей взаимодействия частиц гетерогенной среды с обтекаемым телом является коэффициент осаждения частиц  $\eta$ , представляющий собой отношение числа частиц, столкнувшихся с поверхностью, к числу частиц, которые могли бы выпасть на тело, если бы их траектории были бы прямыми линиями. В общем случае при движении частиц вблизи поверхности тела действуют следующие механизмы осаждения: касание, инерция, гравитационное осаждение, диффузия,

электростатическое осаждение, термофорез. В случае, когда осаждение связано с касанием, инерцией частиц, коэффициент осаждения зависит, в первую очередь, от чисел Рейнольдса, Стокса. Функция  $\eta = \eta(Re, Stk)$  является нормально-логарифмической [9]. Поведение ее в зависимости от  $Stk$  при поперечном обтекании монодисперсной смесью кругового цилиндра иллюстрирует рис. 5.

Видно, что при малых числах Стокса, большом количестве мелких фракций, частицы, в основном, огибают цилиндр,  $\eta$  близко к нулю. С ростом размеров частиц, их массы коэффициент осаждения монотонно увеличивается и приближается асимптотически к значению  $\eta = 1$ , т.е. почти все частицы оседают на поверхности цилиндра.

Установлено, что коэффициент осаждения частиц зависит не только от чисел Рейнольдса, Стокса, но и от расхода частиц. Для фиксированных  $Re$  и  $Stk$  значение  $\eta$  будет минимальным, если частицы примеси не воздействуют на несущую среду ( $f_p = 0$ ). При учете влияния примеси на поток коэффициент осаждения увеличивается с ростом расхода частиц  $G_p$ .

## Заключение

Проведены численные расчеты нестационарного обтекания кругового цилиндра вязкой несжимаемой жидкостью с примесями при  $Re = 100$ . Установлено, что наличие в потоке небольшой объемной концентрации примеси ( $3 \cdot 10^{-6}$ ) с плотностью много больше плотности несущей среды влияет на основные гидродинамические характеристики в окрестности обтекаемого тела. В частно-

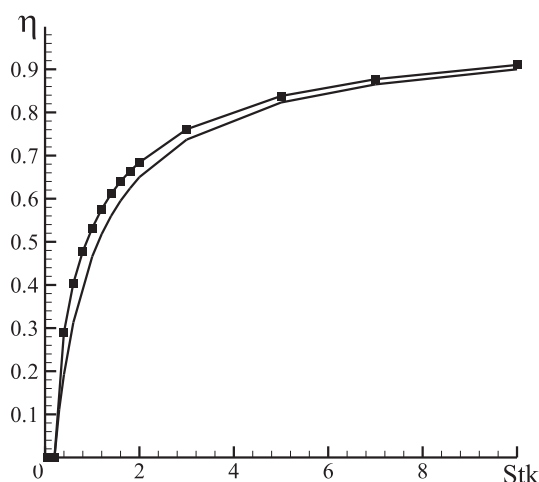


Рис. 5. Коэффициент осаждения частиц на поверхности цилиндра: сплошная линия — без учета влияния частиц на несущую среду; с учетом влияния  $G_p = 10^{-5}$  кг/с (■)

сти, увеличивается гидродинамическое сопротивление; уменьшается амплитуда подъемной силы, число Струхала. С ростом числа Стокса коэффициент сопротивления монотонно стремится к коэффициенту сопротивления цилиндра в однородном потоке. Зависимость амплитуды коэффициента подъемной силы от числа Стокса является нелинейной, на характер ее изменения оказывает большое влияние расход примесей, подаваемых в расчетную область.

### Литература

1. Yao J., Zhao Y., Hu G., Fan J., Cen K. Numerical Simulation of Particle Dispersion in the Wake of a Circular Cylinder // *Aerosol Science and Technology*. 2009. No. 43. P. 174–187.
2. Волков А. Н., Циркунов Ю. М. Влияние дисперсной примеси на структуру нестационарного двухфазного следа за поперечно обтекаемым цилиндром при умеренных числах Рейнольдса // *Математическое моделирование*. 2003. Т. 15. № 7. С. 98–110.
3. Liu L., Ji F., Fan J., Cen K. Direct numerical simulation of particle dispersion in the flow around a circular cylinder // *Journal of thermal science*. 2004. Vol. 13. No. 4. P. 344–349.
4. Brandon D. J., Aggarwal S. K. A Numerical Investigation of Particle Deposition on a Square Cylinder Placed in a Channel Flow // *Aerosol Science and Technology*. 2001. No. 34. P. 340–352.
5. Aggarwal S. K., Yapo J. B., Grinstein F. F., Kailasanath K. Numerical simulation of particle transport in planar shear layers // *Computers & Fluids*. 1996. Vol. 25. No. 1. P. 39–59.
6. Зиганшин М. Г., Зиганшин А. М. Полуэмпирическая модель образования автослоя на тканых фильтрационных материалах. Ч. 1. Исследование взаимодействия взвешенных частиц и препятствия в потоке // *Известия КазГАСУ*. 2009. Т. 11. № 1. С. 181–185.
7. Moshfegh A., Farhadi M. Numerical simulation of particles dispersion and deposition in channel flow over two square cylinders in tandem // *FACTA UNIVERSITATIS Series: Mechanical Engineering*. 2008. Vol. 6. No. 1. P. 13–24.
8. Tian Z. F., Inthavong K, Tu J. Y., Yeoh G. Numerical simulation of gas-particle flows over an in-line tube bank // *ANZIAM J.* 2007. No. 48. P. 509–526.
9. Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука, 1987. 464 с.
10. Young D. L., Huang J. L., Eldho T. I. Simulation of laminar vortex shedding flow past cylinders using a coupled BEM and FEM model // *Comput. Methods appl. Mech. Eng.* 2001. No. 190. P. 5975–5998.
11. Кутателадзе С. С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. М.: Энергоатомиздат, 1990. 367 с.

Ключевые слова: обтекание кругового цилиндра, двухфазный поток, гидродинамические характеристики

Статья поступила 2 декабря 2010 г.

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, г. Казань  
Казанский государственный технический университет им. А. Н. Туполева, г. Казань

© Моренко И. В., Федяев В. Л., 2010