

УДК 519.6:532.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО СПИРАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ В КОЛЬЦЕВОМ КОНФУЗОРЕ

Ерофеев И. В.¹, Иванов А. В.², Коржов Е. Н.³, Шашкин А. И.⁴

MATHEMATICAL MODELING OF THE TURBULENT SPIRAL FLOW IN THE ANNULAR CONFUSOR

Erofeev I. V., Ivanov A. V., Korzhov E. N., Shashkin A. I.

The turbulent spiral flow in a narrow-gap annular confusor formed by the cylindrical and taper surfaces under influence of pressure difference during rotation of the inner cylinder is studied. On the basis of the suggested mathematical model some regularities of the flow are found.

Keywords: annular channel, mathematical modeling, spiral turbulent flow.

Создание новых турбонасосных агрегатов (ТНА) является весьма актуальной проблемой, необходимость решения которой обусловлена ростом требований к их техническим характеристикам. Работоспособность, ресурс, надежность и экологичность ТНА в значительной степени зависят от совершенства уплотнительных устройств. Одним из наиболее эффективных бесконтактных уплотнений роторов ТНА является уплотнение с плавающими кольцами [1]. Несмотря на кажущуюся внешнюю простоту конструкции, механизм работы уплотнительного узла с плавающим кольцом изучен недостаточно. При движении жидких и газообразных сред в таких конструкциях с большим перепадом давления происходит деформация кольцевых уплотнителей, вследствие чего возникает необычная конфигурация — короткий щелевой канал, образованный цилиндрической и конической поверхностями. Гидродинамика такого рода систем ранее не исследовалась. В этой связи представляется актуальным изучение основных закономерностей и особенностей течения жидких и газообразных сред в тонких щелевых прослойках, образованных конусом и цилиндром, с

помощью методов математического моделирования.

Целью данной работы является изучение при помощи математического моделирования основных закономерностей спирального турбулентного течения в кольцевом конфузоре, образованном цилиндрической и конической поверхностями, под действием перепада давления, когда цилиндр вращается, а поверхность конуса неподвижна.

Рассматривается турбулентный режим течения вязкой несжимаемой жидкости в кольцевом канале, образованном цилиндрической и конической поверхностями. Течение происходит под действием перепада давления при наличии вращения внутреннего цилиндра. Исследование ограничивается квазистационарным случаем, когда цилиндр и конус являются соосными.

В основе большинства существующих описаний турбулентного потока лежат представление Рейнольдса о том, что вектор скорости и давление в турбулизованной среде можно представить в виде суммы двух соответствующих величин — осредненной по времени и пульсационной составляющей

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} + \mathbf{v}', \quad p = \bar{p} + p', \quad (1)$$

¹Ерофеев Илья Владимирович, аспирант кафедры математического и прикладного анализа Воронежского государственного университета; e-mail: iluul@yandex.ru.

²Иванов Андрей Владимирович, канд. тех. наук, зам. главного конструктора КБ Химавтоматики; e-mail: cadb@comch.ru.

³Коржов Евгений Николаевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики Воронежского государственного университета; e-mail: ken@amm.vsu.ru.

⁴Шашкин Александр Иванович, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математического и прикладного анализа Воронежского государственного университета; e-mail: dean@amm.vsu.ru.

где \mathbf{u} , p — вектор скорости и давление в турбулизованной среде, а \mathbf{v} , \bar{p} — их осредненные по времени величины

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(X, t) &= \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \mathbf{u}(X, \tau) d\tau, \\ \bar{p}(X, t) &= \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} p(X, \tau) d\tau, \end{aligned} \quad (2)$$

где T — постоянный период осреднения; $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ — совокупность пространственных координат; \mathbf{v}' , p' — пульсационные составляющие скорости и давления в турбулентном потоке.

С учетом выражений (1)–(2) уравнения, описывающие поведение изотермического турбулентного потока, в общем случае движения однородной несжимаемой среды могут быть представлены следующей системой уравнений, называемой стандартной k – ε моделью турбулентности [2–6]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \mathbf{v} = 0, \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \nabla(\mathbf{v}\mathbf{v}) = \nabla \mathbf{P} + \rho \mathbf{F}, \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \nabla(k\mathbf{v}) = \nabla \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \nabla k \right) + G - \rho \varepsilon, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \nabla(\varepsilon \mathbf{v}) &= \\ &= \nabla \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 G - C_2 \rho \varepsilon). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь

$$\mathbf{P} = -p\mathbf{I} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{v} + 2\mu_{eff}\mathbf{E} \quad (7)$$

— тензор полных напряжений турбулизованного потока; p — плотность жидкости; \mathbf{F} — вектор плотности массовых сил; k — кинетическая энергия турбулентных пульсаций единицы массы среды (здесь и далее по повторяющимся индексам выполняется суммирование); ε — скорость диссипации кинетической энергии турбулентных пульсаций; \mathbf{I} — единичный тензор; p — давление; $\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left[\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \right]$ — тензор скоростей деформаций, вычисленный через осредненные

компоненты вектора скорости \mathbf{v} ; λ — параметр Ламе; μ_{eff} — эффективный коэффициент турбулентной вязкости, который представляется

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t, \quad (8)$$

где μ — коэффициент «молекулярной вязкости» турбулизованной среды; μ_t — коэффициент турбулентной вязкости или «молярная» вязкость турбулентного потока, представляемый в соответствии с формулой Прандтля–Колмогорова [3]

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}; \quad (9)$$

G — диссипативная функция турбулентного потока, которая определяется через обычные сдвиговые компоненты тензора напряжений \mathbf{P} и осредненную скорость v :

$$G = \mathbf{P} \cdot (\nabla \mathbf{v}); \quad (10)$$

$$\begin{aligned} C_1 = 1,44, \quad C_2 = 1,92, \quad C_\mu = 0,09, \\ \sigma_k = 1,0, \quad \sigma_\varepsilon = 1,3 \end{aligned} \quad (11)$$

— численные значения параметров k – ε модели, которые вычисляются на основе сопоставления расчетов с результатами эксперимента, то есть эмпирически.

Считая, что плотностью массовых сил можно пренебречь и что течение носит осесимметричный характер, запишем уравнения в цилиндрической системе координат

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z) = 0, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \rho \frac{\partial}{\partial r}(rv_r^2) + \rho \frac{\partial}{\partial z}(v_r v_z) - \frac{\rho v_\phi^2}{r} = \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_{eff} r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) - 2\mu_{eff} \frac{v_r}{r^2} + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \rho \frac{\partial}{\partial r}(rv_\phi v_r) + \rho \frac{\partial}{\partial z}(v_\phi v_z) + \frac{\rho v_\phi v_r}{r} = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_{eff} r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} \right) - \mu_{eff} \frac{v_\phi}{r^2} + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial z} \right) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r}\rho\frac{\partial}{\partial r}(rv_rv_z) + \rho\frac{\partial}{\partial z}(v_z^2) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \\ + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu_{eff}r\left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z}\right)\right] + \\ + 2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{eff}\frac{\partial v_z}{\partial z}\right), \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r}\rho\frac{\partial}{\partial r}(rv_rk) + \rho\frac{\partial}{\partial z}(v_zk) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial r}\right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial z}\right) + G - \rho\varepsilon, \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r}\rho\frac{\partial}{\partial r}(rv_r\varepsilon) + \rho\frac{\partial}{\partial z}(v_z\varepsilon) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}\right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right) + \frac{\varepsilon}{k}(C_1G - C_2\rho\varepsilon), \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G = 2\mu_t \left[\left(\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{v_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r}\right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_\phi}{\partial z}\right)^2 \right], \end{aligned}$$

где r, z — координаты цилиндрической системы отсчета, начало которой находится на общей оси цилиндра и конуса и направление её оси z совпадает с направлением движения жидкости; v_r, v_z — радиальная и осевая составляющие её вектора скорости.

Граничные условия задаются в следующем виде. На входе в канал задано однородное распределение скорости, для кинетической энергии турбулентных пульсаций и скорости её диссипации условие интенсивности пульсационных составляющих [5]

$$z = 0, r_1 \leq r \leq r_2 : \quad v_r(r, 0) = v_\phi(r, 0) = 0, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} v_z(r, 0) = v_z^0, \quad k(r, 0) = k^0, \\ \varepsilon(r, 0) = \varepsilon^0, \end{aligned}$$

где величины k^0 и ε^0 определяются при заданной интенсивности турбулентности потока I и длины пути перемешивания l_n Прандтля в соответствии с выражениями [7]

$$k^0 = \frac{3}{2}(\mathbf{v}I)^2, \quad \varepsilon^0 = C_\mu^{\frac{3}{4}}\frac{k^{0\frac{3}{2}}}{l_n}. \quad (19)$$

На твердых поверхностях предполагается выполнение условия прилипания: на конической поверхности $r = r_2 + z \operatorname{tg} \alpha$ все компоненты вектора скорости обращаются в ноль, на цилиндрической поверхности $r = r_1$ осевая и радиальная скорости обращаются в ноль, кинетическая энергия турбулентных пульсаций обращается в ноль на обеих поверхностях, однако скорость ее диссипации отлична от нуля [8]

$$\begin{aligned} r = r_1, z \geq 0 : v_r(r_1, z) = 0, \\ v_\phi(r_1, z) = r_1\omega_0, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_z(r_1, z) = 0, \quad k(r_1, z) = 0, \quad \varepsilon(r_1, z) = \varepsilon^\Gamma; \\ r = r_2 - z \operatorname{tg} \alpha, \\ z \geq 0 : v_r(r_2 - z \operatorname{tg} \alpha, z) = 0, \quad (21) \end{aligned}$$

$$v_\phi(r_2 - z \operatorname{tg} \alpha, z) = 0,$$

$$v_z(r_2 - z \operatorname{tg} \alpha, z) = 0,$$

$$k(r_2 - z \operatorname{tg} \alpha, z) = 0,$$

$$\varepsilon(r_2 - z \operatorname{tg} \alpha, z) = \varepsilon^\Gamma.$$

На выходе из канала задается распределение давления, соответствующее постоянной величине, равное давлению в окружающей среде, а также условие сохранения массы жидкости

$$\begin{aligned} z = l, r_1 \leq r \leq r_2 : p(r, l) = p_0, \\ 2\pi\rho \int_{r_1}^{r_2 - l \operatorname{tg} \alpha} v_z(r, l) dr = Q. \quad (22) \end{aligned}$$

В рассмотрение вводятся характерные величины для зависимых и независимых переменных: $r_2 - r_1$ — величина зазора между цилиндром и конусом на входе в канал, являющаяся масштабом для радиальной координаты; l — длина канала, являющаяся масштабом для осевой координаты; \bar{v}_z — средняя скорость течения вдоль оси канала, определяемая через заданную величину массового расхода и площадь зазора между поверхностями, образующими этот канал, на входе в него $\bar{v}_z = \frac{Q}{\pi\rho(r_2^2 - r_1^2)}$; $\rho\bar{v}_z^2$ — величина гидродинамического напора в канале, используемая в качестве характерной величины для давления; k^0 — кинетическая энергия турбулентных пульсаций на входе в канал; ε^0 — скорость диссипации кинетической энергии турбулентных пульсаций на входе в канал.

Приведение переменных к безразмерному виду можно осуществить согласно преобразованиям:

$$\begin{aligned} R &= \frac{r}{r_2 - r_1}, & Z &= \frac{z}{l}, \\ V_R &= \frac{v_r}{v^*}, & V_\phi &= \frac{v_\phi}{r_1 \omega_0}, \\ V_Z &= \frac{v_z}{\bar{v}_z}, & P &= \frac{p}{\rho \bar{v}_z^2}, \\ K &= \frac{k}{k_0}, & E &= \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}, \end{aligned} \quad (23)$$

где v^* определяется, исходя из уравнения неразрывности (3)

$$v^* = \frac{(r_2 - r_1) \bar{v}_z}{l}.$$

После подстановки (22) в уравнения (12)–(16) и в граничные условия (17)–(21) получается краевая задача следующего вида:

$$\frac{\partial V_R}{\partial R} + \frac{1}{R} V_R + \frac{\partial V_Z}{\partial Z} = 0, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R V_R^2) + \frac{\partial}{\partial Z} (V_R V_Z) - \frac{Ta}{Re} \frac{V_\phi^2}{\delta^2} = \\ &= -\frac{1}{\delta^2} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{\delta} \left(\frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{R}{Re} A \frac{\partial V_R}{\partial R} \right] - \frac{2A}{Re} \frac{V_R}{R^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial Z} \left[\frac{A}{Re} \left(\frac{\partial V_Z}{\partial R} + \delta^2 \frac{\partial V_R}{\partial Z} \right) \right] \right), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R V_R V_\phi) + \frac{\partial}{\partial Z} (V_\phi V_Z) + \frac{V_R V_\phi}{R} = \\ &= \frac{1}{\delta} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{R}{Re} A \frac{\partial V_\phi}{\partial R} \right] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{A}{Re} \frac{V_\phi}{R^2} + \frac{\partial}{\partial Z} \left[\frac{A}{Re} \frac{\partial V_\phi}{\partial Z} \right] \right), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R V_R V_Z) + \frac{\partial}{\partial Z} (V_Z^2) = \\ &= -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{R \delta} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{R}{Re} A \left(\frac{\partial V_Z}{\partial R} + \delta^2 \frac{\partial V_R}{\partial Z} \right) \right] + \\ &\quad + 2\delta \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{A}{Re} \frac{\partial V_Z}{\partial Z} \right), \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R V_R K) + \frac{\partial}{\partial Z} (V_Z K) = \\ &= \frac{1}{\sigma_k R \delta} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{R}{Re} A \frac{\partial K}{\partial R} \right] + \frac{\delta}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{A}{Re} \frac{\partial K}{\partial Z} \right) - \\ &\quad - \frac{E}{H} + 2C_\mu H \frac{K^2}{E} \left[\left(\frac{\partial V_R}{\partial R} \right)^2 + \left(\frac{V_R}{R} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial V_Z}{\partial Z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\delta \frac{\partial V_R}{\partial Z} + \frac{1}{\delta} \frac{\partial V_Z}{\partial R} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R V_R E) + \frac{\partial}{\partial Z} (V_Z E) = \\ &= \frac{1}{\sigma_\varepsilon R \delta} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{R}{Re} A \frac{\partial E}{\partial R} \right] + \frac{\delta}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{A}{Re} \frac{\partial E}{\partial Z} \right) - \\ &\quad - C_2 \frac{1}{H} \frac{E^2}{K} + 2C_\mu C_1 H K \left[\left(\frac{\partial V_R}{\partial R} \right)^2 + \left(\frac{V_R}{R} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial V_Z}{\partial Z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\delta \frac{\partial V_R}{\partial Z} + \frac{1}{\delta} \frac{\partial V_Z}{\partial R} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (29)$$

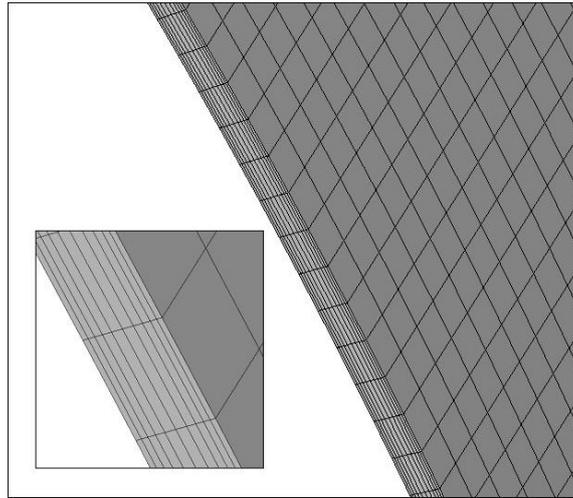
где введены следующие безразмерные параметры модели:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{r_2 - r_1}{l}, \quad \eta = \frac{r_1}{r_2}, \\ Re &= \frac{\bar{v}_z (r_2 - r_1)}{\nu}, \\ H &= \frac{k_0 \bar{v}_z}{\varepsilon_0 l}, \quad U = \frac{k_0^2}{\nu \varepsilon_0}, \\ Ta &= \frac{r_1 (r_2 - r_1) \omega_0}{\nu}. \end{aligned} \quad (30)$$

Граничные условия в безразмерном виде запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} R = \frac{\eta}{1 - \eta} : & V_R(0, Z) = 0, \\ & V_Z(0, Z) = 0, \quad V_\phi(0, Z) = 1, \\ & K(0, Z) = 0, \quad E(0, Z) = \frac{\varepsilon^\Gamma}{\varepsilon_0}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} R = \frac{1}{1 - \eta} - \frac{\text{tg } \alpha}{\delta} : & \\ & V_R \left(\frac{1}{1 - \eta} - Z \frac{\text{tg } \alpha}{\delta}, Z \right) = 0, \\ & V_Z \left(\frac{1}{1 - \eta} - Z \frac{\text{tg } \alpha}{\delta}, Z \right) = 0, \\ & V_\phi \left(\frac{1}{1 - \eta} - Z \frac{\text{tg } \alpha}{\delta}, Z \right) = 0, \end{aligned} \quad (32)$$

Рис. 1. Вид сетки $10 \times 900 \times 50$

$$\begin{aligned}
 K \left(\frac{1}{1-\eta} - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\delta}, Z \right) &= 0, \\
 E \left(\frac{1}{1-\eta} - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\delta}, Z \right) &= \frac{\varepsilon^\Gamma}{\varepsilon_0}, \\
 Z = 0 : V_R(R, 0) &= 0, \\
 V_\phi(R, 0) &= 0, \\
 V_Z(R, 0) = 1, K(R, 0) &= 1, \\
 E(R, 0) &= 1,
 \end{aligned} \tag{33}$$

$$Z = 1 : P(R, 1) = P_0, \tag{34}$$

$$\int_{\frac{\eta}{1-\eta}}^{\frac{1}{1-\eta} - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\delta}} V_Z(R, 1) dR = \frac{1 + \eta}{2(1 - \eta)}.$$

Таким образом, рассматриваемая задача характеризуется набором из семи безразмерных параметров — шесть параметров, определяемые выражением (30), и углом конуса, равным 2α .

Решение задачи (24)–(29), (31)–(34) выполнялось с помощью конечноэлементного пакета программ для различных значений угла раскрытия конуса и массовых расходов.

Основные расчеты проводились на сетке $10 \times 100 \times 50$ при 100 итерациях, где 10 — это разбиение вдоль радиуса, 50 — разбиение вдоль образующей и 100 — разбиение по окружности. Для контроля точности результатов были также проведены расчеты на более мелкой сетке с разбиением по окружности от 200 до 900 узлов и числом итераций 50–200 (рис. 1). Разница между значениями

перепада давления, коэффициента гидравлического сопротивления, максимального значения скорости, полученными на более мелких сетках — $10 \times 300 \times 50$ и $20 \times 300 \times 50$ — и результатами, полученными на основной сетке, не превышает 7%. А увеличение числа итераций от 100 до 200 для тех же характеристик приводит к изменениям, не превышающим 1%.

На рис. 2 представлено распределение осевой компоненты скорости и статического давления в продольном и поперечном сечениях. Из рисунка видно, что вдоль всего канала наблюдается увеличение скорости потока и падение статического давления.

На рис. 3 представлены профили осевой компоненты скорости в поперечном сечении на выходе из канала. Из рисунка видно, что наличие вращения приводит к смещению максимума осевой компоненты скорости к внешней стенке. Также видно, что дальнейшее увеличение числа Тейлора с 6 000 до 12 000 не имеет значительного влияния на осевую компоненту скорости. При увеличении угла раскрытия конуса максимальное значение осевой компоненты скорости монотонно возрастает (рис. 3в, г).

На рис. 4 представлены графики изменения перепада статического давления от основных параметров модели, полученные в результате компьютерного эксперимента. Из рисунка видно, что увеличение числа Рейнольдса приводит к возрастанию перепада статического давления. Рост числа Тейлора также приводит к возрастанию перепада статического давления, причем с ростом числа Тейлора от 0 до 6 000 изменение перепада

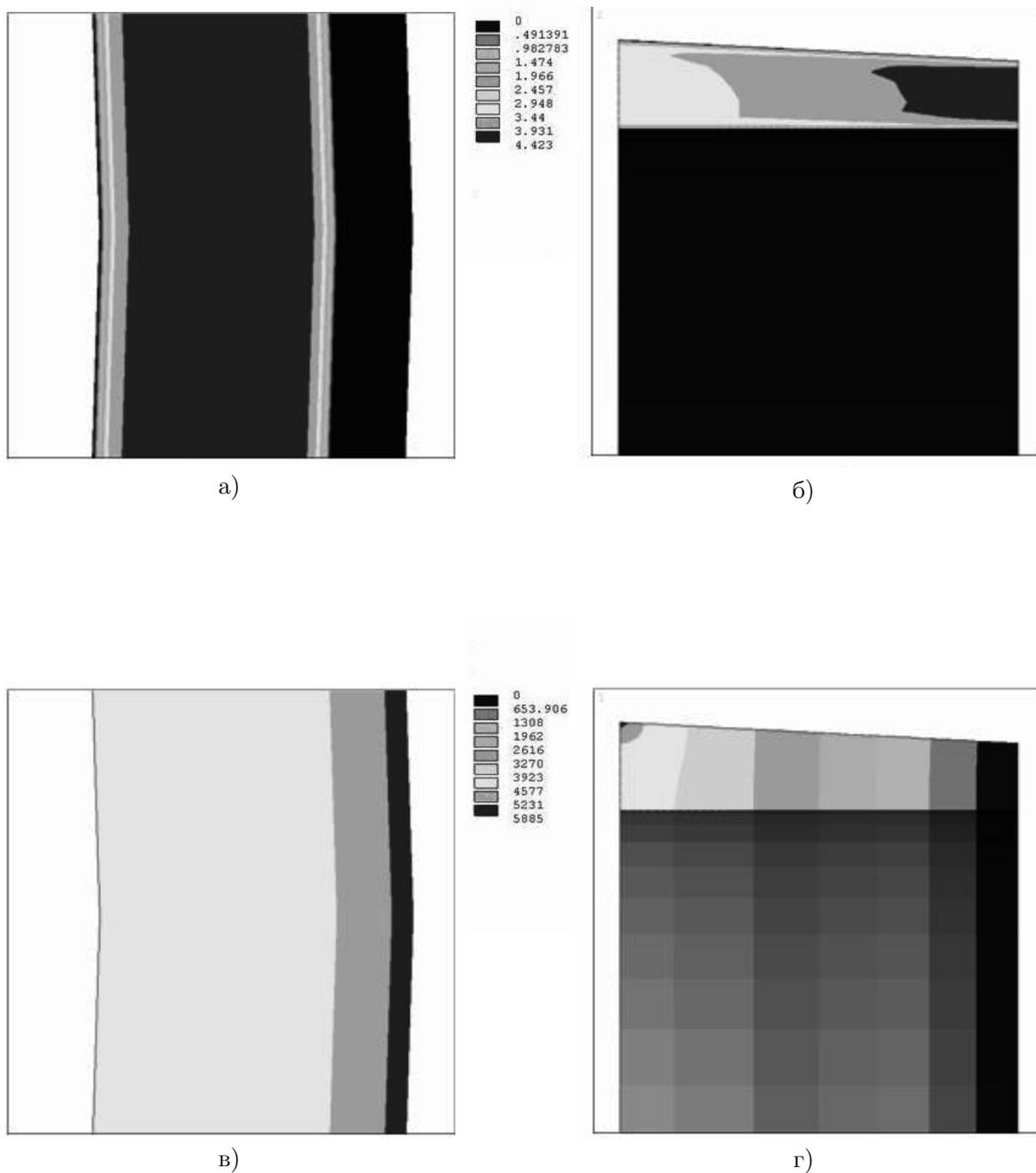


Рис. 2. Поле скоростей и давлений в сечениях; $Re=6\,000$, $Ta=6\,000$, $\alpha = 3^\circ$, $\eta = 0,95$;
 а) поле скоростей в выходном поперечном сечении; б) поле скоростей в продольном сечении;
 в) поле статического давления в поперечном сечении; г) поле статического давления
 в продольном сечении

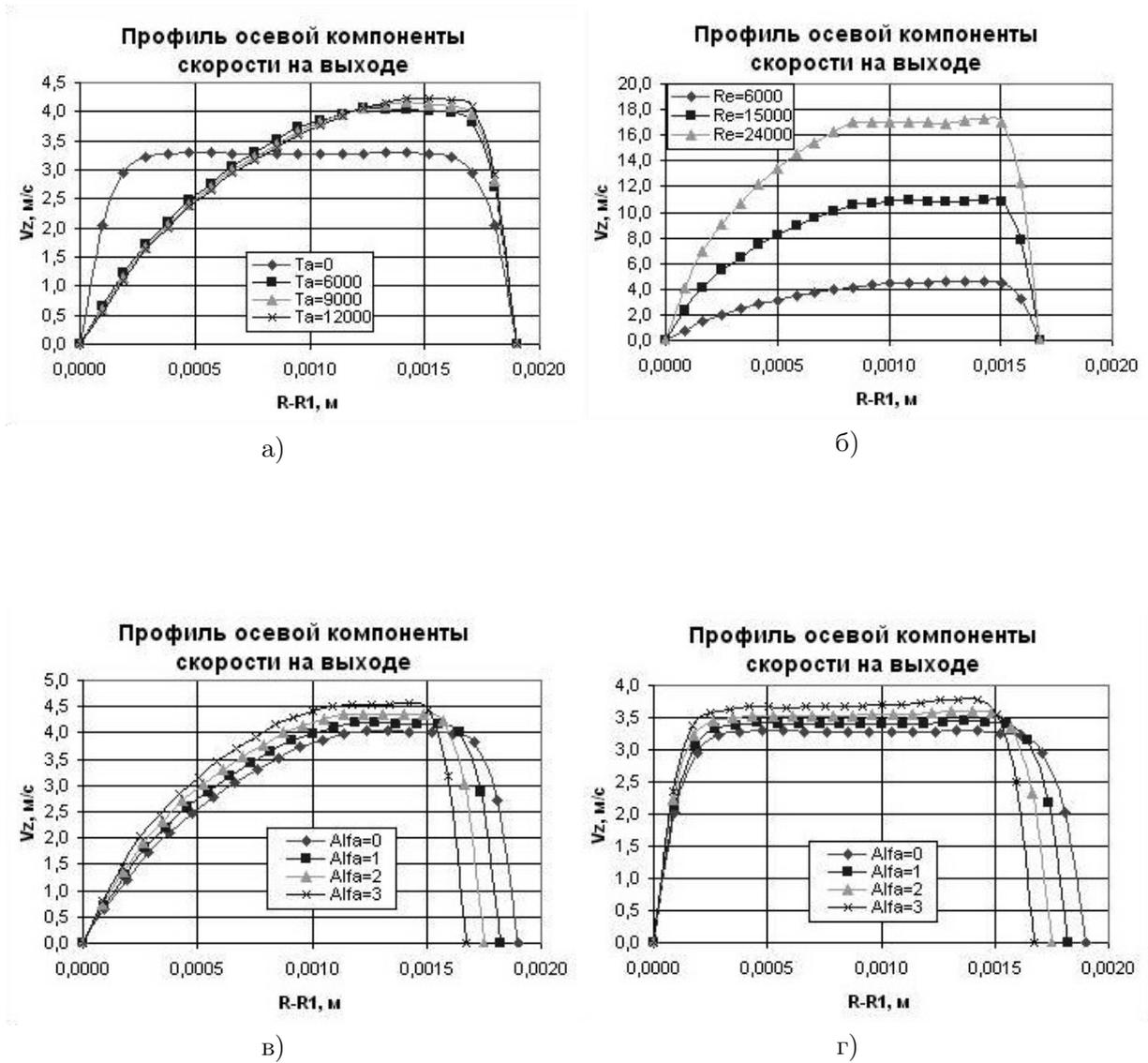


Рис. 3. Профили осевой компоненты скорости в поперечном сечении на выходе из канала: а) $Re=24000, \alpha = 3^\circ, \eta = 0,95$; б) $Ta=6000, \alpha = 3^\circ, \eta = 0,95$; в) $Re=6000, Ta=6000, \eta = 0,95$; г) $Re=6000, Ta=0, \eta = 0,95$

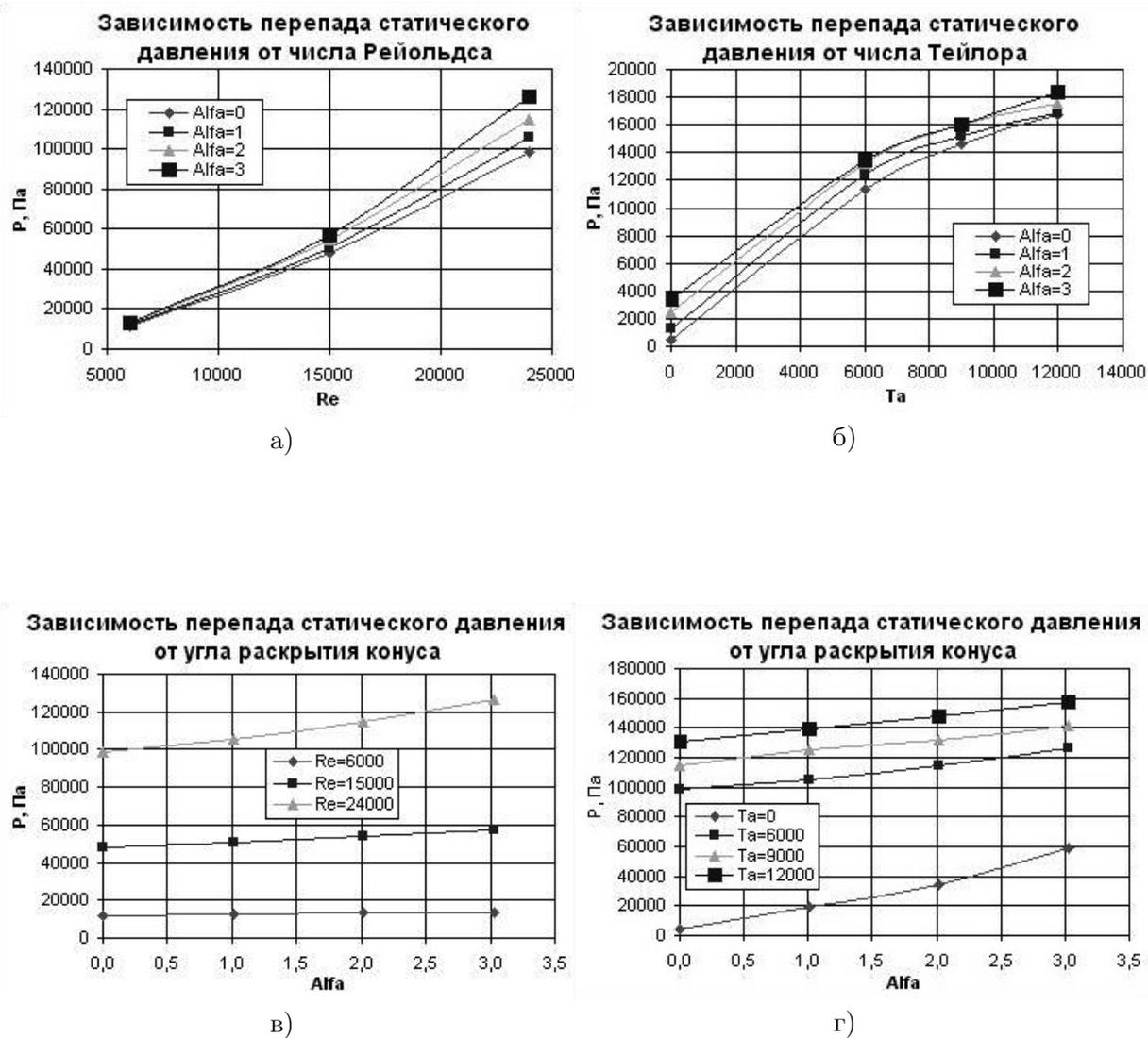


Рис. 4. Зависимость перепада статического давления от основных параметров модели: а) от числа Рейнольдса, $\eta = 0,95$, $Ta=6000$; б) от числа Тейлора, $\eta = 0,95$, $Re=6000$; в) от угла раскрытия конуса, $\eta = 0,95$, $Ta=6000$; г) от угла раскрытия конуса, $\eta = 0,95$, $Re=24000$

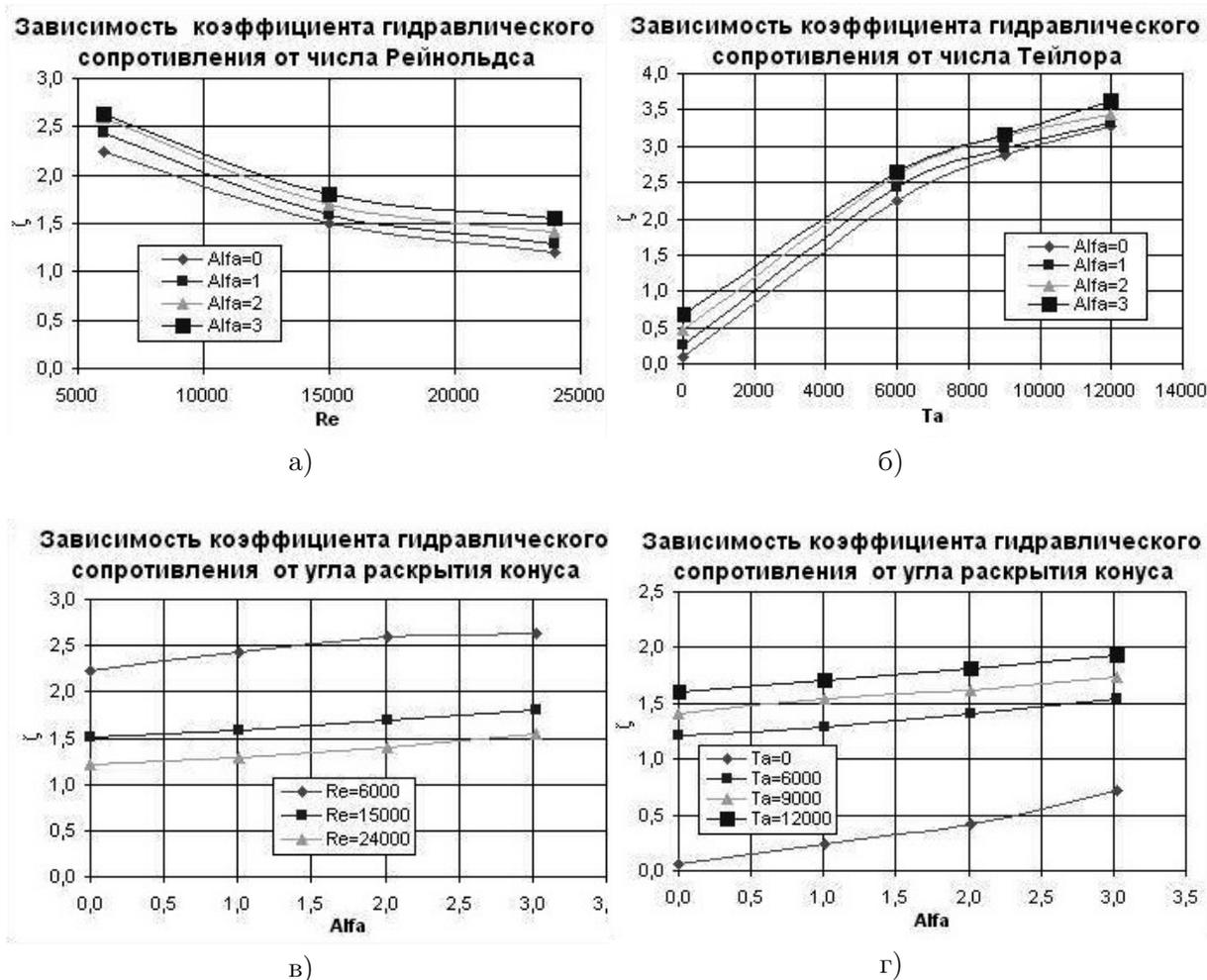


Рис. 5. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от основных параметров модели: а) от числа Рейнольдса, $\eta = 0,95$, $\text{Ta} = 6000$; б) от числа Тейлора, $\eta = 0,95$, $\text{Re} = 6000$; в) от угла раскрытия конуса, $\eta = 0,95$, $\text{Ta} = 12000$; г) от угла раскрытия конуса, $\eta = 0,95$, $\text{Re} = 24000$

давления более резкое, чем с изменением этого параметра от 6 000 до 12 000. С увеличением угла раскрытия конуса перепад статического давления возрастает.

На рис. 5 показаны зависимости коэффициента гидравлического сопротивления, представляющего собой потери полного давления в канале, отнесенные к скоростному напору во входном сечении (35), от основных параметров модели, полученных в результате компьютерного моделирования [9]

$$\zeta = \frac{\Delta p}{\rho \bar{v}_z^2 / 2}. \quad (35)$$

Как видно из рис. 5, рост числа Рейнольдса приводит к падению коэффициента сопротивления для всех значений угла раскрытия конуса и чисел Тейлора. С ростом числа Тейлора коэффициент сопротивления растет,

причем в диапазоне числа Тейлора от 0 до 6 000 возрастание коэффициента сопротивления более резкое, чем в диапазоне от 6 000 до 12 000. С увеличением угла раскрытия конуса коэффициент гидравлического сопротивления также возрастает.

Таким образом, с помощью предложенной математической модели проведены численные исследования, в процессе которых выявлено влияние угла раскрытия конуса, числа Рейнольдса и числа Тейлора на основные характеристики турбулентного режима спирального течения в кольцевом конфузоре, образованном цилиндрической и конической поверхностями.

Литература

1. Иванов А. В., Коробченко В. А., Шостак А. В. Конструкция и проектирование уплотнений

- проточной части насосов и турбин ТНА ЖРД. Воронеж: ВГТУ, 2005. 86 с.
2. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
 3. *Белов И. А., Исаев С. А.* Моделирование турбулентных течений. СПб.: БГТУ «Военмех», 2001. 108 с.
 4. *Юн А. А.* Теория и практика моделирования турбулентных течений. М.: ЛИБРОКОМ, 2009. 272 с.
 5. *Коржов Е. Н.* Физико-химическая механика: учебное пособие. Воронеж: ВГУ, 2009. 70 с.
 6. *Boysan H. F., Choundhury D., Engelman M.S.* Commercial CFD in the service of industry: the first 25 years // Notes on numerical fluid mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2009. P. 451–461.
 7. *Braga E. J., de Lemos M. J. S.* Numerical simulation of turbulent flow in small-angle diffusers and contractions using a new wall treatment and a linear high Reynolds $k-\varepsilon$ model Numerical Heat Transfer Part A. 2004. № 45 (9). P. 911–933.
 8. *Mohammadi B., Pironneau O.* Analysis of the $k-\varepsilon$ turbulence model. New York: John Wiley & Sons, 1994. 196 p.
 9. *Идельчик И. Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям / Под ред. М. О. Штейнберг. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.

Ключевые слова: кольцевой канал, математическое моделирование, спиральное турбулентное течение.

Статья поступила 5 октября 2011 г.

Воронежский государственный университет, г. Воронеж

© Ерофеев И. В., Иванов А. В., Коржов Е. Н., Шашкин А. И., 2011