УДК 532.517

МЕТОД БЛОЧНОГО ЭЛЕМЕНТА В ПРОБЛЕМЕ ШАХТ, ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ И ТЕОРИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ТРАСС1

Евдокимова О. В.², Бабешко О. М.³, Бабешко В. А.⁴, Мухин А. С.⁵, Лозовой В. В.⁶, Кашков Е. В.⁷, Горшкова Е. М.⁸, Иванов П. Б.⁹

THE BLOCK-LEVEL ELEMENT METHOD FOR PROBLEMS, CONNECTED WITH MINES, UNDERGROUND CONSTRUCTIONS AND SEISMIC TRACE THEORY

Evdokimova O. V., Babeshko O. M., Babeshko V. A., Mukhin A. S., Lozovoy V. V., Kashkov E. V., Gorshkova E. M., Ivanov P. B.

A task about the possibility of the block-level element method adaptation for the formation of mines, underground buildings and the consequent research of their intense and strained condition is considered. The seismic trace method is developed for the behavior analysis of these objects in time interval, aimed at the research of changes in geometric and mechanical characteristics of such elements. Its purpose consists in certification of these elements according to the specific, measured characteristics for the following observations of possible changes, which can cause their sudden destruction. The correlation method for arrival point detection of sweep signal at recorder by the insignificant figures of the signal-to-noise proportion is represented. The experiment for the identification of seismic wave velocity along the seismic trace is described. The results of the experiment are delivered.

Keywords: block element method, seismic trace, identification, correlative method.

метода блочных элементов [1-4] для изу-

Рассматривается задача о возможностях Один из аспектов применения метода блочного элемента состоит в том, что, выбирая чения среды, имеющей шахтные выработки полубесконечные и конечные блочные элеи подземные сооружения в виде полостей. менты, можно формировать модели подзем-

 $^{^{1}}$ Отдельные фрагменты работы выполнены при поддержке РФФИ (09-08-00170, 09-08-00171, 11-08-00381), РФФИ и Администрации Краснодарского края (09-01-96500, 09-01-96503, 09-08-96522, 09-08-96527, 09-08- $00294, 11-08-96502, 11-08-96503, 11-08-96506, 11-08-96504, 11-08-96522, 11-08-96505), \\ \text{проекта HIII-3765.2010.1}, 11-08-96505, 11$ проекта ФЦП 2009-1.5-503-004-006, программ отделения ЭММПУ и Президиума РАН, выполняемых Южным научным центром РАН, государственного контракта от 1 сентября 2010 г. № 16.740.11.0135 в рамках ФШП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013.

²Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научноисследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: infocenter@kubsu.ru.

³Бабешко Ольга Мефодьевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: infocenter@kubsu.ru.

⁴Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko@kubsu.ru.

⁵Мухин Алексей Сергеевич, старший научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: muhin@mail.kubsu.ru.

⁶Лозовой Виктор Викторович, научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: niva kgu@mail.ru.

⁷Кашков Евгений Вениаминович, инженер-исследователь Южного научного центра РАН; e-mail: infocenter@kubsu.ru.

⁸Горшкова Елена Михайловна, старший научный сотрудник НИИ предупреждения геоэкологических катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: gem@kubsu.ru.

⁹Иванов Павел Борисович, заместитель начальника ГУ МЧС по Краснодарскому краю; e-mail: ivanov p@rambler.ru

ных сооружений любой формы и размеров как во всем пространстве, так и в полупространстве, в том числе с рельефной поверхностью. Другой важный аспект, возникающий при наличии подземных сооружений и полостей, состоит в виброзондировании подобных областей, встречающихся на пути прохождения сейсмического сигнала. Это делается с целью их паспортизации по характерным измеряемым параметрам для дальнейших наблюдений возможных изменений, которые могут повлечь неожиданные разрушения.

Путь такого сигнала назван сейсмической трассой, и преодолевается он сигналом наиболее оптимально. Встречая на пути полости, сигнал огибает их, вызывает колебания границ, в том числе и резонансные.

В настоящей работе рассмотрен ряд особенностей применения метода блочного элемента в таких задачах, а также вопрос точности измерения проходящих сигналов в реальной среде.

1. В основе теории блочных структур и блочного элемента лежат дифференциальный и интегральный методы факторизации, имеющие топологическую основу [5, 6]. Их применение в граничных задачах механики деформируемого твердого тела в статическом и динамическом случаях, представленое в [6,7], связано с факторизаций матрицфункций, что усложняет изложение материала. Чтобы избежать достаточно громоздкого исследования систем дифференциальных уравнений в частных производных, факторизации возникающих матриц-функций, применяется прием разложения решений граничных задач на потенциальную и вихревую составляющие.

Такой прием применим ко многим граничным задачам механики деформируемого твердого тела [8,9]. Следуя указанным работам, взяв дифференциальные уравнения теории упругости в векторной форме

$$(\lambda + \mu)$$
 graddiv $\mathbf{u} + \mu \Delta \mathbf{u} + \rho \omega^2 \mathbf{u} = 0$

ищем решение краевой задачи в следующем виде

$$\mathbf{u} = \operatorname{grad} \varphi + \operatorname{rot} \boldsymbol{\psi}$$

Здесь функция φ дает потенциальную составляющую решения, а компоненты ψ_n , n = 1, 2, 3 вектора ψ — вихревую.

Дифференциальное уравнение будет удовлетворяться, если функции находятся из уравнений

$$\begin{split} \Delta \varphi + k_1^2 \varphi &= 0, \quad \Delta \psi_n + k_2^2 \psi_n = 0, \quad n = 1, 2, 3, \\ k_1^2 &= \frac{\rho \omega^2}{\lambda + 2\mu}, \quad k_2^2 = \frac{\rho \omega^2}{\mu}. \end{split}$$

Здесь ψ_n — компоненты вектора ψ . Параметры k_1 и k_2 характеризуют фазовые скорости продольных и поперечных волн в деформируемой среде, которые равны ωk_1^{-1} , ωk_2^{-1} соответственно. Заметим, что переход к нестационарным задачам при решении таких граничных задач достигается известным применением преобразования Лапласа.

2. Ниже построены неограниченные блочные элементы в области Ω_1 , представляющей пространство с вырезанным ограниченным цилиндром радиуса *a* и протяженности [c_1, c_2], где в соответствии с вышесказанным рассмотрена внешняя граничная задача для дифференциального уравнения Гельмгольца. Таким образом, рассматривается случай внешней граничной задачи для уравнения

$$(\Delta + k_2^2)w = 0 \tag{1}$$

в области Ω_1 : $a \leq r \leq \infty, -\infty \leq z \leq c_1, c_2 \leq z \leq \infty.$

Для исследования этого уравнения дифференциальным методом факторизации введем двойное и тройное преобразование и обращение Фурье–Бесселя в виде

$$\mathbf{B}_{3}(\theta, p, \sigma)u = \int_{0}^{b} \int_{0}^{2\pi} \int_{c_{1}}^{c_{2}} u(r, \varphi, z) J_{p}(\theta r) \times \\ \times \exp\left[i(p\varphi + \sigma z)\right] r dr d\varphi dz = U(\theta, p, \sigma),$$

$$\begin{split} \mathbf{B}_{3}^{-1}(r,\varphi,z)U &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} U(\theta,p,\sigma) J_{p}(\theta r) \times \\ &\times \exp\left[-i(p\varphi+\sigma z)\right] \theta d\theta d\sigma = u(r,\varphi,z), \end{split}$$

$$\mathbf{B}_{21}(p,\sigma)u = \int_{0}^{2\pi} \int_{c_1}^{c_2} u(\varphi,z) J_p(\theta_0 R) \times \\ \times \exp\left[i(p\varphi + \sigma z)\right] R d\varphi dz = U(p,\sigma), \quad (2)$$

$$\mathbf{B}_{21}^{-1}(\varphi, z)U = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} U(p, \sigma) J_p(\theta_0 R) \times \exp\left[-i(p\varphi + \sigma z)\right] \theta_0 d\sigma = u(\varphi, z),$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{23}(\theta,p)u &= \int_{0}^{b} \int_{0}^{2\pi} u(r,\varphi) J_{p}(\theta r) \times \\ &\times \exp\left[i(p\varphi + \sigma_{0}z_{s})\right] r dr d\varphi = U(\theta,p), \end{aligned}$$

$$\begin{split} \mathbf{B}_{23}^{-1}(r,\varphi)U &= \frac{1}{2\pi} \int\limits_{0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} U(r,p) J_p(\theta r) \times \\ &\times \exp\left[-i(p\varphi + \sigma_0 z_s)\right] \theta d\theta = u(r,\varphi) \end{split}$$

$$\mathbf{B}_{1}(r, p, z)u = \int_{0}^{2\pi} u(r, \varphi, z) \times \\ \times \exp(ip\varphi)d\varphi = U_{p}(r, z).$$

$$\begin{split} \mathbf{B}_1^{-1}(r,\varphi,z)U_p(r,z) &= \frac{1}{2\pi}\sum_{p=-\infty}^{\infty}U_p(r,z)\times \\ &\times \exp(-ip\varphi) = u(r,\varphi,z), \end{split}$$

$$\begin{split} \mathbf{F}_1(\sigma) u &= \int\limits_{c_1}^{c_2} u(z) b \exp i\sigma z dz = U(\sigma), \\ \mathbf{F}_1^{-1}(z) U &= \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} U(\sigma) b \exp(-i\sigma z) d\sigma = u(z), \end{split}$$

$$\mathbf{F}_{2}(\theta)u = \int_{0}^{b} u(r)J_{p}(\theta r)rdr = U(\theta),$$
$$\mathbf{F}_{2}^{-1}(r)U(\theta) = \int_{0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} U(\theta)J_{p}(\theta r)\theta d\theta = u(r)$$

Здесь $J_{\nu}(\lambda r) - функция Бесселя.$

В данной граничной задаче область Ω_1 является внешней, а граница разнотипной, содержащей цилиндрическую часть и плоские составляющие. В связи с этим приходится использовать три блочных элемента для описания указанной блочной структуры. Заметим, что блочные элементы можно выбирать различными способами. Задача состоит в том, чтобы их число было минимальным и чтобы они наиболее удачно описывали бы интересующие зоны блочной структуры, которые предстоит исследовать.

Введем блочные элементы двумя способами. Первый получается рассечением области Ω_1 плоскостями, неограниченно продолжающими торцы цилиндра. Для реализации второго случая неограниченно продолжается в обоих направлениях цилиндрическая граница.

В первом случае получаются три блочных элемента в форме слоя с цилиндрическим отверстием и двух полупространств. Во втором случае имеем блочные элементы в форме пространства с вырезанным цилиндром и двух полуограниченных цилиндров.

Введем следующие обозначения для решений на границе области Ω_1 :

$$w(a,\varphi,z) = w_r, \quad c_1 \leqslant z \leqslant c_2,$$

 $w(r,\varphi,c_1) = w_1$ и $w(r,\varphi,c_2) = w_2, \quad 0 \leqslant r \leqslant a.$

Сохранив описанные выше обозначения границ цилиндрической области, проведя построение псевдодифференциального уравнения, в первом случае приходим к следующему их представлению

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{1}^{-1}(z)P_{2}(\theta_{1},\sigma,b,c_{1},c_{2}) &= 0, \quad z \in [c_{1},c_{2}], \\ \theta_{1} &= i\sqrt{\sigma^{2} - k_{2}^{2}}; \\ \mathbf{F}_{2}^{-1}(r)P_{2}(\theta,\sigma_{-},a,c_{1},c_{2})\exp\left[-i\sigma_{-}c_{1}\right] &= 0, \\ r \in [a,\infty], \quad \sigma_{\pm} &= \pm i\sqrt{\theta^{2} - k_{2}^{2}}; \\ \mathbf{F}_{2}^{-1}(r)P_{2}(\theta,\sigma_{+},a,c_{1},c_{2})\exp\left[-i\sigma_{+}c_{2}\right] &= 0, \\ r \in [a,\infty]; \\ \mathbf{F}_{2}^{-1}(r)P_{2}^{-}(\theta,\sigma_{-},b,c_{1},c_{2})\exp\left[-i\sigma_{-}c_{1}\right] &= 0, \\ r \in [0,\infty]; \\ \mathbf{F}_{2}^{-1}(r)P_{2}^{+}(\theta,\sigma_{+},b,c_{1},c_{2})\exp\left[-i\sigma_{+}c_{2}\right] &= 0, \\ r \in [0,\infty]. \end{aligned}$$

Здесь приняты обозначения

$$P_{2}(\theta, \sigma, a, c_{1}, c_{2}) =$$

$$= \int_{c_{1}}^{c_{2}} \left[H_{p}^{(1)}(\theta a) \frac{\partial W_{rp}}{\partial r} - \theta \{ H_{p}^{(1)}(\theta a) \}' W_{rp} \right] a \times$$

$$\times \exp i\sigma z dz +$$

$$+ \int_{a}^{\infty} J_{p}(\theta r) \left[\frac{\partial W_{1p}^{+}}{\partial z} - i\sigma W_{1p}^{+} \right] r \exp i\sigma c_{1} dr +$$

$$+ \int_{a}^{\infty} J_{p}(\theta r) \left[\frac{\partial W_{2p}^{+}}{\partial z} - i\sigma W_{2p}^{+} \right] r \exp i\sigma c_{2} dr,$$

$$W_{\nu p} = \mathbf{B}_{1}(r, p, z) w_{\nu},$$

$$P_2^{-}(\theta, \sigma, a, c_1) = P_{12}(\theta, \sigma)$$
$$= \int_0^\infty J_p(\theta r) \left[\frac{\partial (W_{1p} + W_{1p}^+)}{\partial z} - i\sigma (W_{1p} + W_{1p}^+) \right] r \times = \int_{c_2}^\infty V_{c_2} + \exp i\sigma c_1 dr,$$

$$P_2^+(\theta,\sigma,a,c_2) = \int_0^\infty J_p(\theta r) \left[\frac{\partial (W_{2p} + W_{2p}^+)}{\partial z} - i\sigma (W_{2p} + W_{2p}^+) \right] r \times \exp i\sigma c_2 dr,$$

$$W_{\nu n}^+ = 0, \quad r \leq a, \quad \nu = 1, 2.$$

Во втором случае получается следующая система псевдодифференциальных уравнений

$$\begin{split} \mathbf{F}_{1}^{-1}(z)P_{21}(\theta_{2},\sigma,a) &= 0, \quad z \in [-\infty,\infty], \\ \theta_{2} &= i\sqrt{\sigma^{2} - k_{2}^{2}}; \\ \mathbf{F}_{1}^{-1}(z)P_{11}(\theta,\sigma_{-},a,c_{1})\exp\left[-i\sigma_{-}c_{1}\right] &= 0, \\ -\infty \leqslant z \leqslant c_{1}; \\ \mathbf{F}_{1}^{-1}(z)P_{12}(\theta,\sigma_{+},a,c_{2})\exp\left[-i\sigma_{+}c_{2}\right] &= 0, \\ c_{2} \leqslant z \leqslant \infty, \quad \sigma_{\pm} &= \pm i\sqrt{\theta^{2} - k_{2}^{2}}; \\ \mathbf{F}_{2}^{-1}(r)P_{11}(\theta,\sigma_{-},a,c_{1})\exp\left[-i\sigma_{-}c_{1}\right] &= 0, \\ 0 \leqslant r \leqslant a; \\ \mathbf{F}_{2}^{-1}(r)P_{12}(\theta,\sigma_{+},a,c_{2})\exp\left[-i\sigma_{+}c_{2}\right] &= 0, \\ 0 \leqslant r \leqslant a; \end{split}$$

$$P_{21}(\theta, \sigma, a) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[H_p^{(1)}(\theta a) \frac{\partial (W_{rp} + W_{rp}^- + W_{rp}^+)}{\partial r} - \theta \{ H_p^{(1)}(\theta a) \}' (W_{rp} + W_{rp}^- + W_{rp}^+) \right] a \exp i\sigma z dz;$$

$$P_{11}(\theta, \sigma, b, c_1, c_2) = \\ = \int_{-\infty}^{c_1} \left[J_p(\theta b) \frac{\partial W_{rp}^-}{\partial r} - \theta J_p'(\theta b) W_{rp}^- \right] a \times \\ \times \exp i\sigma z dz + \\ + \int_{0}^{a} J_p(\theta r) \left[\frac{\partial W_{1p}}{\partial z} - i\sigma W_{1p} \right] r \exp i\sigma c_1 dr;$$

$$P_{12}(\theta, \sigma, b, c_1, c_2) =$$

$$= \int_{c_2}^{\infty} \left[J_p(\theta b) \frac{\partial W_{rp}^+}{\partial r} - \theta J_p'(\theta b) W_{rp}^+ \right] a \times$$

$$\times \exp i\sigma z dz +$$

$$+ \int_{0}^{a} J_p(\theta r) \left[\frac{\partial W_{2p}}{\partial z} - i\sigma W_{2p} \right] r \exp i\sigma c_2 dr;$$

$$w_r^{\pm}(a, \varphi, z) = \mathbf{B}_1^{-1}(a, \varphi, z) W_{rp}^{\pm}.$$

Здесь функции $w_r^{\pm}(a, \varphi, z)$ при этажности знаков отличны от нуля при $-\infty \leqslant z \leqslant c_1$ в случае минуса, и $c_2 \leqslant z \leqslant \infty$ в случае плюса соответственно, $H_p^{(1)}(z)$ — функции Ханкеля. Участвующие в этих представлениях функции W_{rp}^- , W_{rp}^+ , W_{1p}^+ являются вспомога-

Участвующие в этих представлениях функции W_{rp}^- , W_{rp}^+ , W_{1p}^+ являются вспомогательными и легко исключаются из приведенных систем псевдодифференциальных уравнений с помощью операторов (2).

Однако это следует делать после того, как определен набор граничных условий, а именно определено на каких фрагментах границ областей задаются значения функций, их нормальных производных или смешанные условия. После этого псевдодифференциальные уравнения приводятся к интегральным или интегро-дифференциальным. Ввиду простоты эта часть преобразований опущена. Представление решения дается соотношением

$$\boldsymbol{\psi}(r,\varphi,z) = \mathbf{B}_3^{-1}(r,\varphi,z)K^{-1}(\theta,\sigma)\int\limits_{\partial\Omega_1}\boldsymbol{\omega}.$$

Важно отметить, что при применении оператора \mathbf{B}_3^{-1} необходимо правильно выбрать расположение контуров интегрирования для обеспечения условий излучений на бесконечности, например, применив принцип предельного поглощения [10].

Таким образом, псевдодифференциальные уравнения служат формулировке всех возможных типов граничных задач, допускаемых рассматриваемым дифференциальным уравнением.

3. Вопрос построения сейсмических трасс в сложной блочной структуре представляет достаточно трудную задачу. При ее решении пока нет возможности пренебречь решением задач о контактном взаимодействии блоков блочной структуры между собой. Предполагается, что геофизическими, вибросейсмическими или иными способами удалось изучить строение блочной структуры. Тогда для теоретического построения сейсмических трасс необходимо осуществить решение граничной задачи теории упругости о контактном взаимодействии блоков структуры.

Не повторяя алгоритмы, изложенные в [11], приведем вид псевдодифференциальных уравнений для случая контакта двух тел.

Опуская процедуру применения дифференцального метода факторизации к рассматриваемой краевой задаче, включающую его реализацию в каждой области Ω_b , Ω_d отдельно, что выполнено в [11], запишем псевдодифференциальные уравнения для блочной структуры из двух блоков

$$\begin{split} \mathbf{M}_{c}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu},\alpha_{3r-}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu})) \times \\ &\times \mathbf{U}_{c}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu},\alpha_{3r-}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu})) - \\ &- \mathbf{D}_{c}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu},\alpha_{3r-}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu})) \times \\ &\times \mathbf{T}_{c}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu},\alpha_{3r-}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu})) + \\ &+ \sum_{\tau=1}^{\mathbf{T}} \left[\mathbf{M}_{c}^{\tau}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu},\alpha_{3r-}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu})) \times \\ &\times \mathbf{U}_{c}^{\tau}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu},\alpha_{3r-}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu})) - \\ &- \mathbf{D}_{c}^{\tau}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu},\alpha_{3r-}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu})) \times \\ &\times \mathbf{T}_{c}^{\tau}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu},\alpha_{3r-}^{\nu}(\alpha_{1}^{\nu},\alpha_{2}^{\nu})) \right] = 0. \quad (3) \end{split}$$

Здесь c = b в случае области Ω_b и c = d в случае области Ω_d .

Эти псевдодифференциальные уравнения приемами, изложенными в работе [11], с сохранением принятых там обозначений, можно свести к системам интегральных уравнений. Система интегральных уравнений для области Ω_b , составленная относительно векторов \mathbf{t}_b^{ν} , \mathbf{t}_d^{ν} при заданных на неконтактирующих границах векторов перемещений \mathbf{u}_b^{ν} , \mathbf{u}_d^{ν} , имеет вид

$$\iint_{\partial \mathbf{\Omega}_{b\nu}} \mathbf{k}_{b}^{\nu}(x_{1}^{\nu}-\xi_{1}^{\nu},x_{2}^{\nu}-\xi_{2}^{\nu})\mathbf{t}_{b}^{\nu}(\xi_{1}^{\nu},\xi_{2}^{\nu})d\xi_{1}^{\nu}d\xi_{2}^{\nu}+ \\
+\sum_{\tau=1}^{T} \iint_{\partial \mathbf{\Omega}_{b\tau}} \mathbf{k}_{b}^{\nu\tau}(x_{1}^{\nu},\ \xi_{1}^{\tau},x_{2}^{\nu},\xi_{2}^{\tau})\mathbf{t}_{b}^{\tau}(\xi_{1}^{\tau},\xi_{2}^{\tau})d\xi_{1}^{\tau}d\xi_{2}^{\tau} = \\
= \mathbf{u}_{b}^{\nu}(x_{1}^{\nu},x_{2}^{\nu})+ \\
+\sum_{\tau=1}^{T} \iint_{\partial \mathbf{\Omega}_{b\tau}} \mathbf{b}_{b}^{\nu\tau}(x_{1}^{\nu},\ \xi_{1}^{\tau},x_{2}^{\nu},\xi_{2}^{\tau})\mathbf{u}_{b}^{\tau}(\xi_{1}^{\tau},\xi_{2}^{\tau})d\xi_{1}^{\tau}d\xi_{2}^{\tau}, \\
x_{1}^{\nu},x_{2}^{\nu} \in \partial \mathbf{\Omega}_{b\nu}, \quad 1 \leqslant \nu \leqslant T. \quad (4)$$

Решение этих достаточно емких уравнений дает возможность для построения теории сейсмических трасс.

4. Для экспериментального изучения сейсмических трасс и сопоставления теоретических и опытных данных должна быть разработана надежная система измерения геофизических данных.

Цель проведенного эксперимента заключалась в определении скорости сейсмической волны путем определения задержки во времени прихода сигнала к удаленному регистратору, находящемуся на заданном расстоянии от вибратора, относительно времени прихода сигнала к регистратору, находящегося в непосредственной близости от источника.

В эксперименте использовалась следующая измерительная аппаратура: два регистратора сейсмических сигналов РСС-01, два трехкомпонентных сейсмодатчика СМЕ-1003 и тяжелый передвижной вибросейсмоисточник Y-3000.

Проводилась регистрация сигнала от вибратора в двух точках – на расстоянии 1,5 км в восточном направлении от вибросейсмоисточника (регистратор РСС-01 № 22) и в непосредственной близости (расстояние 50 м) от вибросейсмоисточника (регистратор РСС-01 № 24). В процессе работы вибросейсмоисточника Y-3000 им последовательно с небольшими помежутками во времени излучались шесть СВИП-сигналов. В каждом СВИПсигнале в течении 120 с частота линейно изменялась от 10 до 14 Гц. Точность начала записи сигналов с использованием приемника GPS составляет 10 мкс. Частота оцифровки обоих сигналов равна 50 Гц.

Длина сигнала, записанного регистратором РСС-01 № 24 на расстоянии 50 м от вибратора, составляет 179 900 отсчетов. Далее по тексту вышеуказанный сигнал будет называться сигнал № 24. Начало записи сигнала соответствует времени 12 часов 58 минут 7 секунд.

Сигнал, записанный регистратором РСС-01 № 22 на расстоянии 1,5 км от вибратора, далее по тексту будет называться сигнал № 22. Начало записи сигнала соответствует времени 12 часов 57 минут 43 секунды. Длина оцифрованного сигнала равна 179 998 отсчетов.

При обработке записанной информации использовался метод корреляционного анализа, позволяющий выделить момент прихо-



Рис. 1. Автокорреляционная функция сигнала №24 (вертикальная компонента)

да сигнала к регистратору при малом значении отношения сигнал/шум. В результате обработки сравниваются во времени результаты расчета двух функций — автокорреляционная функция (АКФ) для сигнала № 24 и взаимокорреляционная функция (ВКФ) двух сигналов № 24 и № 22.

Для оцифрованного сигнала расчет АКФ производится по формуле [12]

$$B_u(n) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} u_j u_{j-n},$$

где n — целое число, равное количеству отсчетов, u_j — исследуемый оцифрованный сигнал, u_{j-n} — сигнал u_j сдвинутый на n отсчетов.

При вычислении АКФ бесконечные пределы суммирования заменяют на конечные, определяемые интервалом времени, на котором произведение $u_j u_{j-n}$ отлично от ноля.

В качестве опорного сигнала, сдвинутого на n отсчетов, при расчете АКФ взят не весь сигнал № 24, а только та его часть, в которой присутствует СВИП-сигнал — это промежуток от 13820 до 85350 отсчета. Это объясняется тем, что в качестве опорного сигнала

используется только СВИП-сигнал. Остальные отсчеты приняты равными нулю, так как относятся к сейсмическому некоррелированному шуму и в измерениях не участвуют. В качестве СВИП-сигнала используется сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). Автокорреляционная функция ЛЧМ сигнала обладает ярко выраженным по амплитуде главным лепестком [12], что позволяет с большой точностью определить время прихода ЛЧМ сигнала к регистратору.

График АКФ для сигнала №24 представлен на рис. 1.

Функция АКФ имеет максимальное значение для отсчета под номером 13820. Максимальная его величина равна энергии СВИП-сигнала (рис. 1). От момента начала регистрации отсчет 13820 соответствует времени прихода СВИП-сигнала к регистратору №24. При частоте оцифровке сигнала 50 Гц это время равно $t_1 = 13820/F_d = 276, 4$ с, где F_d — частота оцифровки сигнала.

Для оцифрованных сигналов расчет ВКФ будет производиться по формуле [12]

$$B_u(n) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} u_j v_{j-n},$$



Рис. 2. Взаимокорреляционная функция двух сигналов №22 и №24 (вертикальные компоненты)

где n — целое числоб равное количеству отсчетов, u_j — исследуемый оцифрованный сигнал, v_{j-n} — опорный СВИП-сигнал.

При определении ВКФ бесконечные пределы суммирования заменяют на конечные, определяемые интервалом времени, на котором произведение $u_i \nu_{i-n}$ отлично от ноля.

Так же, как и в случае с расчетом $AK\Phi$, в качестве опорного сигнала v_{i-n} при расчете ВКФ взят не весь сигнал №24, а только та его часть, в которой присутствует СВИПсигнал (промежуток от 13820 отсчета до 85 350 отсчета включительно). Остальные отсчеты приняты равными нулю, так как относятся к сейсмическому некоррелированному шуму и в измерениях не участвуют. Амплитуда главного лепестка ВКФ пропорциональна энергии всего ЛЧМ сигнала, которая в свою очередь пропорциональна его амплитуде и длительности. Поэтому для увеличения энергии сигнала и соответственно увеличения значения отношения сигнал/шум при удаленной регистрации длительность ЛЧМ сигнала увеличивалась за счет увеличения количества сеансов (6 сеансов) с небольшими временными промежутками.

В качестве исследуемого сигнала взят сигнал №22, записанный на расстоянии 1,5 км от вибратора.

График ВКФ для сигналов №22 и №24 представлен на рис. 2.

Отсчет, при котором амплитуда ВКФ максимальна, имеет номер 15066 (рис. 2). От момента начала регистрации отсчет 15066 соответствует времени прихода СВИПсигнала к регистратору №22. При частоте оцифровке сигнала 50 Гц это время равно $t_2 = 15066/F_d = 301, 32$ с, где F_d — частота оцифровки сигнала.

Если привести начало записи сигналов \mathbb{N} 22 и \mathbb{N} 24 к одному времени, т.е. вычесть из t_2 24 с, получим t_2 исправленное, т.е. $t_{2\mu} = 277, 32$ с.

Таким образом, разность во времени прихода волны к ближнему регистратору и удаленному составляет $t_{12} = t_{2\mu} - t_1 = 0,92$ с.

Погрешность измерения времени оцифрованного сигнала [14] равна $\Delta = \Delta t_d/2 = 1/2F_d = 0,01$ с, где F_d — частота оцифровки сигнала (50 Гц), Δt_d - период дискретизации сигнала (0,02 с). Окончательно получаем $t_{12} = 0,92 \pm 0,01$ с.

Таким образом, сейсмическая волна достигла регистратора № 22 на 0,92 секунды позже, чем она пришла к регистратору № 24. Зная время и расстояние, можно определить скорость сейсмической волны — 1,63 км/с, которая в свою очередь позволяет оценить среду, через которую распространялась волна. Согласно данным, приведенным в [13], такая скорость сейсмической волны соответствует таким породам как глина влажная и песчаник.

Использование корреляционного метода в условиях малых значений соотношения сигнал/шум позволяет определять время прихода сигнала, а соответственно и скорость волны вдоль сейсмической трассы с большой точностью. В качестве излучаемого используется СВИП-сигнал. Дальность приема сигнала определяется энергией пропорциональной амплитуде сигнала и его длительности.

Литература

- Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимова О. В. К теории блочного элемента // ДАН. 2009. Т. 427, № 2. С. 183–186.
- Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимова О. В. О проблеме блочных структур академика М. А. Садовского // ДАН. 2009. Т. 427. № 4. С. 480–485.
- Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимова О. В. О пирамидальном блочном элементе // ДАН. 2009. Т. 428. № 1. С. 30–34.

- Бабешко В. А, Бабешко О. М., Евдокимова О. В. Федоренко А. Г. О трехмерных блочных элементах // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2009. № 2. С. 5–10.
- Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Бабешко В. А. О дифференциальном методе факторизации в неоднородных задачах // ДАН. 2008. Т. 418. № 3. С. 321–323.
- Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. О дифференциальном методе факторизации в задачах для сплошных сред // ДАН. 2008. Т. 421. № 1. С. 37–40.
- Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. Дифференциальный метод факторизации в статических задачах // ДАН. 2008. Т. 423. № 6. С. 748–752.
- 8. *Новацкий В.* Динамические задачи термоупругости. М.: Мир, 1970. 256 с.
- 9. *Кочин Н. Е.* Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М.: Наука, 1965. 426 с.
- Ворович И. И., Бабешко В. А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
- Бабешко В. А., Евдокимова О. В, Бабешко О. М., Зарецкая М. В., Павлова А. В. Дифференциальный метод факторизации для блочной структуры // ДАН. 2009. Т. 424. № 1. С. 36–39.
- 12. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 1988. 488 с.
- Гурвич И.И. Сейсмическая разведка. М.: Недра, 1970. 552 с.
- 14. *Кушнир Ф. В.* Электрорадиоизмерения. Л.: Энергоатомиздат, 1983. 320 с.

Ключевые слова: метод блочного элемента, сейсмическая трасса, паспортизация, корреляционный метод.

Статья поступила 25 ноября 2011 г.

Кубанский государственный университет, г. Краснодар

Южный научный центр РАН, г. Ростов-на-Дону

[©] Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Бабешко В. А., Мухин А. С., Лозовой В. В., Кашков Е. В., Горшкова Е. М., Иванов П. Б. 2011