

УДК 539.3:621.891; 678.5

ЛОКАЛЬНЫЕ УПРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АНТИФРИКЦИОННЫХ КОМПОЗИТОВ НА ОСНОВЕ СВЯЗУЮЩИХ С ВЫСОКИМ СОДЕРЖАНИЕМ ЭПОКСИДНЫХ ГРУПП¹

*Бардушкин В. В.*², *Колесников И. В.*³, *Сычев А. П.*⁴, *Лапицкий А. В.*⁵,
*Сычев А. А.*⁶

LOCAL ELASTIC CHARACTERISTICS OF ANTI-FRICTION COMPOSITES ON THE BASIS OF THE BINDING WITH HIGH EPOXY-GROUP CONCENTRATION

Bardushkin V. V., Kolesnikov I. V., Sychev A. P., Lapitsky A. V., Sychev A. A.

The problem of numerical modeling of local elastic characteristics in three-phase non-textured antifriction epoxy-based composites with high epoxy-group concentration (EPAF-mark and its modification) is being solved. Modeling is based on general singularity approximation of the theory of random fields. The calculations of operators (tensors) components of stresses and strains concentrations connecting averages stresses and strains on a material with their local values are carried out. Dependences of components of the specified tensors on the type of binding and concentration of isotropic graphite and copper inclusions are investigated.

Keywords: antifriction materials, matrix composites, inclusions, epoxy matrix, operators of stresses and strains concentrations, modeling.

Введение

Нетекстурированные композиты на эпоксидной основе находят широкое применение в узлах и деталях трибосопряжений. Из них изготавливают поршневые кольца компрессоров, работающих без смазки, подшипники скольжения и т.п. Для оценки работоспособности изделий из этих материалов необходимо уже на стадии проектирования композитов осуществлять прогноз их физико-механических (в частности, упругих) свойств [1, 2]. Вопросы, связанные с моделированием и расчетом эффективных упругих характеристик нетекстурированных композитов в зависимости от состава и концентрации компонентов, рассматривались многими авторами. Подробный обзор этих иссле-

дований можно найти, например, в [3]. Задача прогнозирования эффективных модулей упругости трехфазных нетекстурированных композитов на эпоксидной основе антифрикционного назначения в зависимости от состава и концентрации компонентов решена в [4]. Однако проблеме прогнозирования локальных (внутренних) упругих характеристик композитов в научной литературе уделено мало внимания [5–7]. Между тем задача моделирования и расчета напряжений и деформаций, возникающих внутри отдельного элемента неоднородности в зависимости от состава, концентрации компонентов композита и вида приложенного внешнего воздействия, является актуальной и имеет практический интерес. Ее решение дает возмож-

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (10-08-01163-а).

²Бардушкин Владимир Валентинович, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Высшая математика №2» Национального исследовательского университета «МИЭТ»; e-mail: bardushkin@mail.ru.

³Колесников Игорь Владимирович, канд. техн. наук, проректор по инновациям и инвестициям Ростовского государственного университета путей сообщения; e-mail: kolesnikoviv@rgups.ru.

⁴Сычев Александр Павлович, канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией транспорта и новых композиционных материалов Южного научного центра РАН; e-mail: sap@rgups.ru.

⁵Лапицкий Александр Валентинович, аспирант Ростовского государственного университета путей сообщения; e-mail: lapaleksandr@yandex.ru.

⁶Сычев Алексей Александрович, канд. техн. наук, научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: aleksey_sychev@hotmail.com.

ность исследователям вести целенаправленный поиск новых, обладающих заданными свойствами композитных материалов.

1. Постановка задачи и построение модели

Структура реальных композитных материалов представляет собой стохастическую, или случайно-неоднородную, сплошную среду. При этом тензоры напряжений σ , деформаций ε , модулей упругости c и податливости s являются случайными функциями координат \mathbf{r} . Они могут быть представлены в виде суммы средних значений и флуктуаций (для удобства в дальнейшем, если это возможно, индексы в записи компонент тензоров и элементов матриц будут опускаться) [3, 8]

$$\sigma(\mathbf{r}) = \langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle + \sigma'(\mathbf{r}), \quad \varepsilon(\mathbf{r}) = \langle \varepsilon(\mathbf{r}) \rangle + \varepsilon'(\mathbf{r}),$$

$$c(\mathbf{r}) = \langle c(\mathbf{r}) \rangle + c'(\mathbf{r}), \quad s(\mathbf{r}) = \langle s(\mathbf{r}) \rangle + s'(\mathbf{r}).$$

В рамках линейной теории флуктуации линейно зависят от средних значений

$$\sigma'(\mathbf{r}) = P(\mathbf{r})\langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle, \quad \varepsilon'(\mathbf{r}) = Q(\mathbf{r})\langle \varepsilon(\mathbf{r}) \rangle.$$

Здесь $P(\mathbf{r})$ и $Q(\mathbf{r})$ являются интегральными операторами, описывающими взаимодействие между включениями. Тогда связь между локальными и средними напряжениями в материале может быть представлена в виде

$$\sigma(\mathbf{r}) = (I + P(\mathbf{r})) \langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle,$$

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = (I + Q(\mathbf{r})) \langle \varepsilon(\mathbf{r}) \rangle,$$

где I — единичный тензор четвертого ранга, угловые скобки определяют усреднение по ансамблю, которое при выполнении гипотезы эргодичности, совпадает с усреднением по объему [3, 8].

Это приводит к тому, что локальные напряжения и деформации можно охарактеризовать безразмерными операторами концентраций напряжений $K^\sigma(\mathbf{r})$ и деформаций $K^\varepsilon(\mathbf{r})$ (тензоры четвертого ранга). Операторы концентраций связывают локальные значения тензора напряжений $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$ (деформаций $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})$) с внешними (средними) по материалу напряжениями $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$ (деформациями $\langle \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$) [3, 6, 7]:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}) = K_{ijkl}^\sigma(\mathbf{r})\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle,$$

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = K_{ijkl}^\varepsilon(\mathbf{r})\langle \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}) \rangle.$$

Удобство такого представления заключается в том, что операторы концентраций зависят только от материальных параметров среды и микроструктуры материала, а не от прикладываемых нагрузок.

Если предположить однородность полей деформаций в композите, т.е. $\varepsilon'(\mathbf{r}) = 0$, то получится приближение Фойгта. Тогда выражения для операторов концентраций напряжений и деформаций примут следующий вид:

$$K^\sigma(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r})\langle c(\mathbf{r}) \rangle^{-1}, \quad K^\varepsilon(\mathbf{r}) = I.$$

Если предположить однородность полей напряжений в композите, т.е. $\sigma'(\mathbf{r}) = 0$, то получится приближение Ройсса, а выражения для операторов концентраций напряжений и деформаций примут вид

$$K^\sigma(\mathbf{r}) = I, \quad K^\varepsilon(\mathbf{r}) = s(\mathbf{r})\langle s(\mathbf{r}) \rangle^{-1}.$$

Однако приближения Фойгта и Ройсса не позволяют учитывать взаимодействие элементов неоднородности и проводить корректный анализ локальной концентрации напряжений и деформаций. Для приближений, учитывающих взаимодействие включений, вычисления усложняются. Для корректного анализа операторов концентраций в этом случае необходимо решать систему стохастических дифференциальных уравнений 2-го порядка (уравнений равновесия) с соответствующими граничными условиями [3, 6, 7].

Используя метод функций Грина с помощью специально вводимого однородного тела сравнения, в [3, 8] установлена связь между локальными и средними по материалу деформациями

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = (I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \times \langle (I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1} \langle \varepsilon(\mathbf{r}) \rangle,$$

где двойным штрихом обозначена разность между величинами неоднородной среды и однородного тела сравнения. Откуда получаются формальные выражения для операторов концентраций деформаций и напряжений

$$K^\varepsilon(\mathbf{r}) = (I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \times \langle (I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}; \quad (1.1)$$

$$K^\sigma(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r})(I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \times \langle c(\mathbf{r})(I - Q(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}. \quad (1.2)$$

В общем случае по соотношениям (1.1) и (1.2) точные вычисления операторов $K^\sigma(\mathbf{r})$

и $K^\varepsilon(\mathbf{r})$ провести не удастся. Поэтому в рамках обобщенного сингулярного приближения теории случайных полей используется только сингулярная составляющая тензора Грина уравнений равновесия, зависящая лишь от дельта-функций Дирака. В этом случае интегральный оператор $Q(\mathbf{r})$ можно заменить постоянным тензором g , что с физической точки зрения равносильно предположению однородности полей напряжений и деформаций в пределах неоднородности [3, 8]. При этом

$$g_{ijkl} = a_i(kl)j,$$

где

$$a_{iklj} = -\frac{1}{4\pi} \int n_k n_j t_{il}^{-1} d\Omega,$$

$d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$, t_{il}^{-1} — элементы матрицы, обратной матрице \mathbf{T} с элементами $t_{il} = c_{iklj}^c n_k n_j$, а n_k и n_j ($k, j = 1, 2, 3$) — компоненты вектора внешней нормали к поверхности включения. Для эллипсоидальных включений с главными полуосями l_1 , l_2 и l_3 компоненты вектора нормали определяются соотношениями $n_1 = \frac{1}{l_1} \sin\theta \cos\varphi$, $n_2 = \frac{1}{l_2} \sin\theta \sin\varphi$, $n_3 = \frac{1}{l_3} \cos\theta$. По парам индексов i и j , k и l , заключенным в выражении для компонент g_{ijkl} тензора g в круглые скобки, осуществляется операция симметризации. Верхний индекс «с» в записи компонент c_{iklj}^c тензора модулей упругости обозначает, что рассматриваются упругие характеристики однородного тела сравнения. Для матричной структуры параметры тела сравнения можно принять равными соответствующим характеристикам матрицы [9].

Тогда выражения (1.1) и (1.2) для операторов концентраций напряжений и деформаций примут следующий вид:

$$K^\sigma(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r})(I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \times \langle c(\mathbf{r})(I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}, \quad (1.3)$$

$$K^\varepsilon(\mathbf{r}) = (I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \times \langle (I - gc''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}. \quad (1.4)$$

Соотношения (1.3) и (1.4) для операторов концентраций являются основополагающими в рамках обобщенного сингулярного приближения теории случайных полей. Причем, в отличие от приближений Фойгта и Ройсса, они учитывают взаимодействия между элементами неоднородности.

Обратимся подробнее к процедуре усреднения. Как уже отмечалось, в случае выполнения условия эргодичности, можно использовать усреднение по объему. Для трехфазного композита с изотропными компонентами и объемными концентрациями ν_1 , ν_2 , ν_3 ($\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 = 1$), где индексы «1» и «2» относятся к включениям двух разных типов, а «3» — к матрице, процедура усреднения сводится (для некоторой случайной величины $a(\mathbf{r})$) к суммированию

$$\langle a(\mathbf{r}) \rangle = \nu_1 a_1 + \nu_2 a_2 + \nu_3 a_3. \quad (1.5)$$

Используя в качестве параметров тела сравнения упругие модули матрицы ($c^c = c_3$), выражение для $c''(\mathbf{r})$ в (1.3), (1.4) примет вид

$$c''(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c_3.$$

Причем $c''(\mathbf{r}) = c_1 - c_3$, $c''(\mathbf{r}) = c_2 - c_3$ при расчетах во включениях соответственно 1-го и 2-го типов, $c''(\mathbf{r}) = 0$ при вычислениях в матрице. Тогда соотношения для операторов K^σ и K^ε во включениях 1-го и 2-го типов, учитывая (1.5), примут следующий вид:

$$K_{\text{в}n}^\sigma = c_n(I - g(c_n - c_3))^{-1} (\nu_1 c_1(I - g(c_1 - c_3))^{-1} + \nu_2 c_2(I - g(c_2 - c_3))^{-1} + \nu_3 c_3)^{-1}, \quad (1.6)$$

$$K_{\text{в}n}^\varepsilon = (I - g(c_n - c_3))^{-1} (\nu_1(I - g(c_1 - c_3))^{-1} + \nu_2(I - g(c_2 - c_3))^{-1} + \nu_3 I)^{-1}, \quad (1.7)$$

$$n = 1, 2.$$

Аналогичные выражения для операторов K^σ и K^ε в матрице примут вид

$$K_{\text{м}}^\sigma = c_3(\nu_1 c_1(I - g(c_1 - c_3))^{-1} + \nu_2 c_2(I - g(c_2 - c_3))^{-1} + \nu_3 c_3)^{-1}, \quad (1.8)$$

$$K_{\text{м}}^\varepsilon = (\nu_1(I - g(c_1 - c_3))^{-1} + \nu_2(I - g(c_2 - c_3))^{-1} + \nu_3 I)^{-1}. \quad (1.9)$$

В формулах (1.6)–(1.9) нижний индекс «в» относится к включению, а индекс «м» — к матрице, c_i — тензор модулей упругости i -го компонента ($i = 1, 2, 3$).

Модули упругости компонентов композита

Тип компонента	Материал компонента	E , ГПа	γ	ρ , г/см ³
1	Графит	10,9	0,235	2,267
2	Медь	125	0,28	8,93
3	ЭПАФ	5,4	0,46	1,30
	ЭПАФ-м	4,6	0,42	1,24

2. Проведение модельных расчетов

Для получения высокопрочных и теплоустойчивых композитных материалов на основе полимерных матриц наиболее перспективными связующими являются соединения с высоким содержанием эпоксидных групп — от 28 до 54% (это в 1,5–2,5 раза выше, чем у наиболее часто применяемой в промышленности отечественной смолы марки ЭД-20 или ее американского аналога DER-330) [10]. В этой же работе [10] приведены результаты исследований прочностных и теплофизических показателей эпоксидных материалов на основе триглицидилпарааминофенола — смол марок ЭПАФ и ЭПАФ-м (смола ЭПАФ-м модифицирована диглицидиловым эфиром DL-камфорной кислоты в соотношении 60 : 40). Содержание эпоксидных групп для ЭПАФ равняется 38%, а для ЭПАФ-м — 30%. В [10] показано, в частности, что отвержденные полимеры на основе исследованных эпоксидов достигают максимальных значений физико-механических показателей для описанных в литературе материалов такого класса, а указанные составы связующих могут представлять особый интерес для высокопрочных и теплоустойчивых армированных пластиков и клеев.

Учитывая результаты проведенных в [10] исследований, в настоящей работе рассматриваются модельные композиты, упругие модули изотропных компонентов которых соответствуют материалам на основе полимерных связующих ЭПАФ и ЭПАФ-м с включениями сферической формы (одинакового среднего радиуса) двух типов. К первому типу относятся включения из графита, которые выполняют в основном антифрикционную роль. Второму типу соответствуют включения из меди, основная функция которых состоит в упрочнении композитных материалов. Модули упругости компонентов материалов представлены в таблице (E — модуль Юнга при сжатии, γ — коэффициент Пуассона, ρ — плотность).

Выбор в качестве включений для модельных композитов именно этих материалов обусловлен следующими причинами. Во-первых, графит обладает хорошими антифрикционными характеристиками. Этот материал не только имеет низкий коэффициент трения, но и повышает износостойкость композитных изделий [1, 2]. Во-вторых, медь является наполнителем, физико-механические характеристики которого хорошо изучены. Этот материал широко применяется в триботехнике, поскольку обладает достаточно хорошими антифрикционными и упругими свойствами при своей относительно небольшой стоимости.

Далее в работе для модельных композитов по формулам (1.6) – (1.9) были проведены вычисления их локальных упругих свойств, определяемых операторами концентраций напряжений и деформаций. Исследованы зависимости компонент указанных тензоров от типа связующего и концентрации изотропных включений из графита и меди. При этом основное внимание было уделено анализу зависимости только тех компонент операторов концентраций, которые в антифрикционных композитах «отвечают» за работу при сжатии и сдвиге.

Графики, представленные на рис. 1–4, описывают зависимости значений компонент 1111 операторов K^σ и K^ϵ при изменении концентрации включений 1-го и 2-го типов. Они дают представление о влиянии компоненты 11 приложенного внешнего напряжения на величину внутреннего «отклика» в том же направлении в каждом отдельном элементе неоднородности композита. Отметим, что компонента 11 «отвечает» в материале за сжимающее воздействие в направлении оси абсцисс.

Графики, представленные на рис. 5–8, описывают зависимости значений компонент 1212 операторов K^σ и K^ϵ при изменении концентрации включений 1-го и 2-го типов. Они дают представление о влиянии компоненты 12 приложенного внешнего напряжения на величину внутреннего «отклика» в

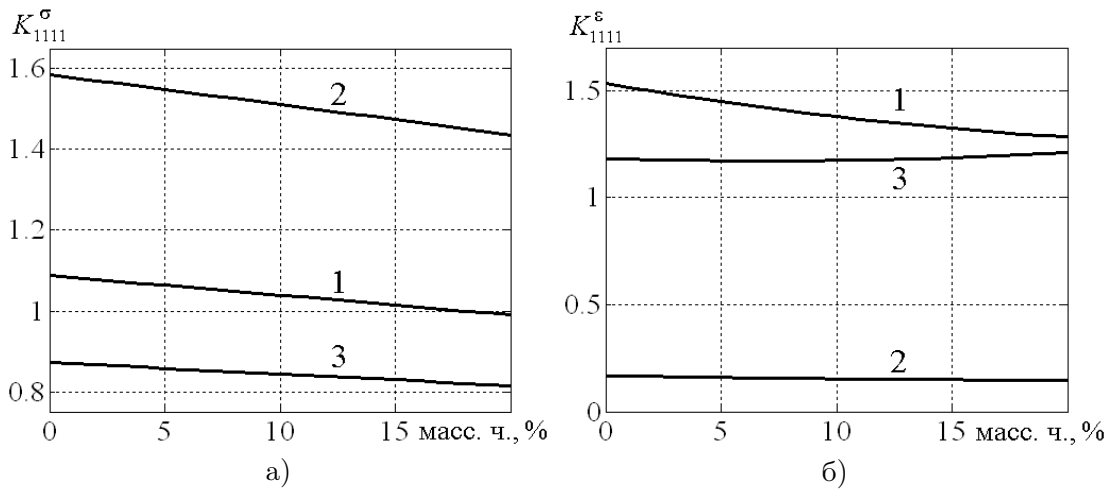


Рис. 1. Зависимости компонент 1111 операторов K^σ (а) и K^ϵ (б) от процентной концентрации графита при 60% (по массе) концентрации меди: 1 — графит; 2 — медь; 3 — ЭПАФ

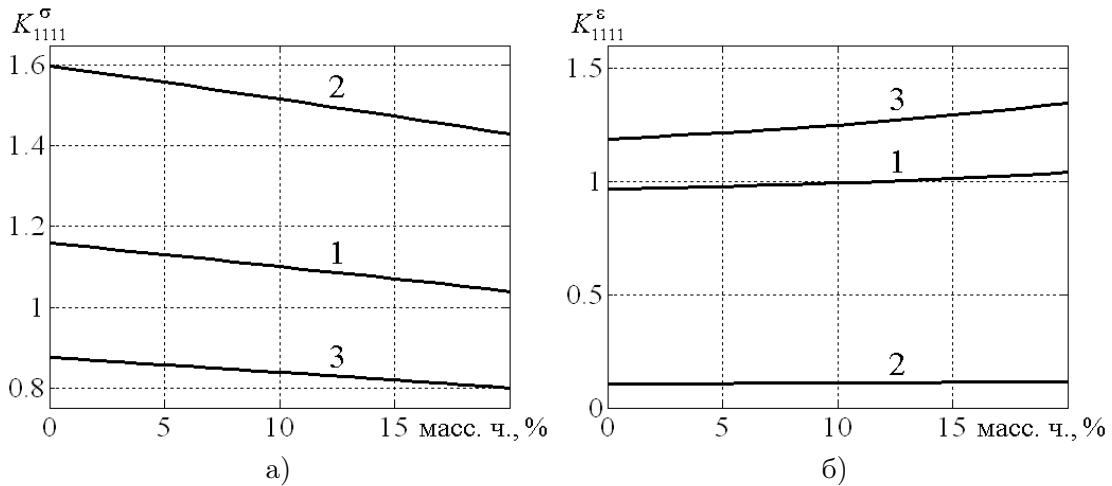


Рис. 2. Зависимости компонент 1111 операторов K^σ (а) и K^ϵ (б) от процентной концентрации графита при 60% (по массе) концентрации меди: 1 — графит; 2 — медь; 3 — ЭПАФ-м

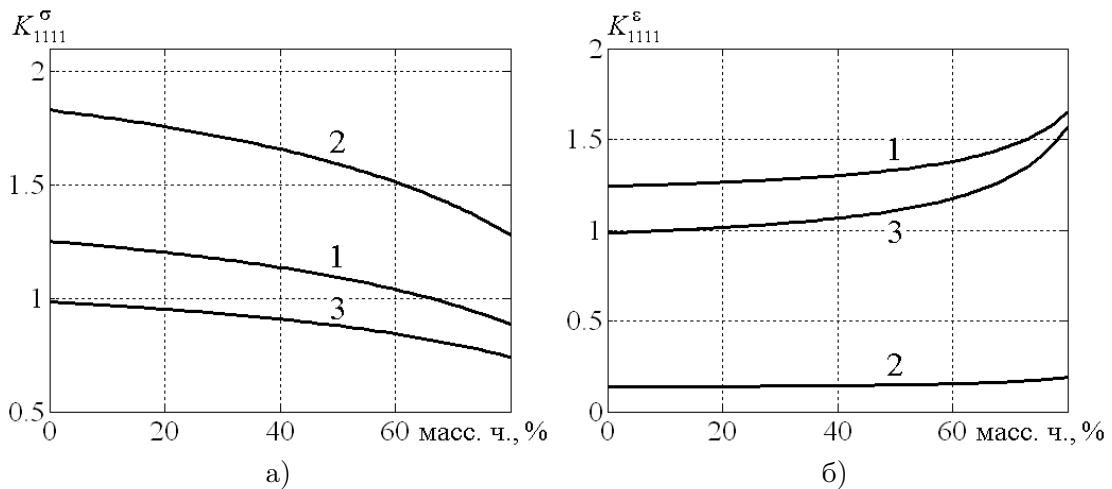


Рис. 3. Зависимости компонент 1111 операторов K^σ (а) и K^ϵ (б) от процентной концентрации меди при 10% (по массе) концентрации графита: 1 — графит; 2 — медь; 3 — ЭПАФ

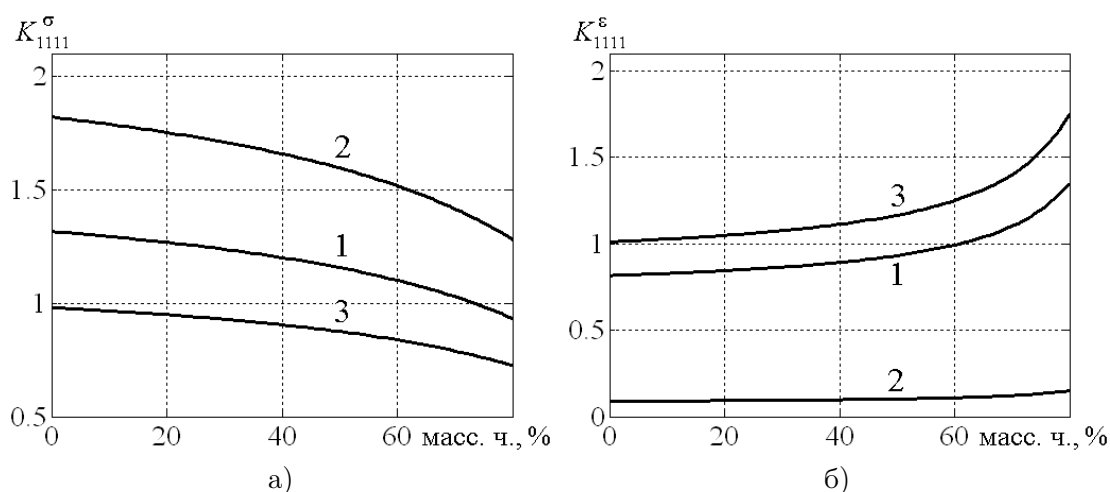


Рис. 4. Зависимости компонент 1111 операторов K^σ (а) и K^ϵ (б) от процентной концентрации меди при 10% (по массе) концентрации графита: 1 — графит; 2 — медь; 3 — ЭПАФ-м

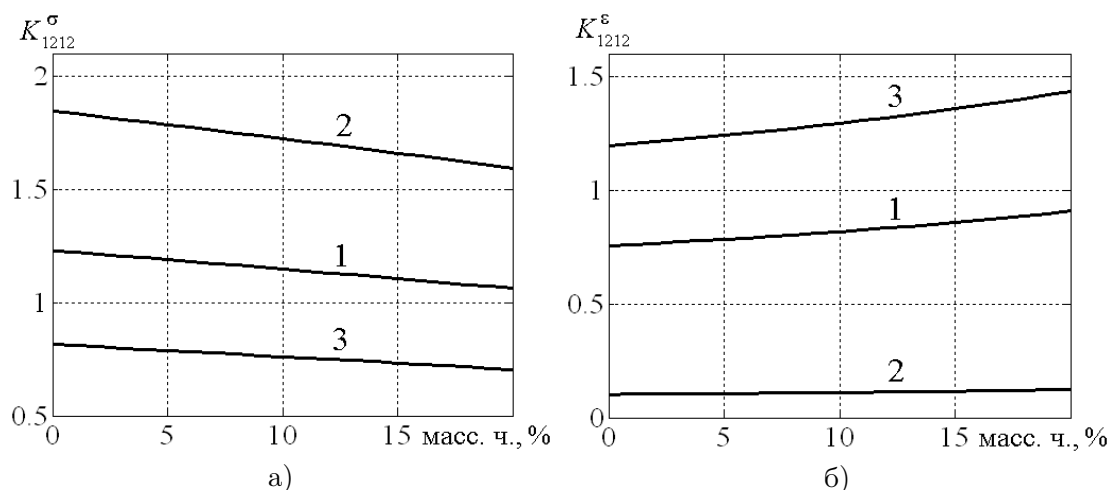


Рис. 5. Зависимости компонент 1212 операторов K^σ (а) и K^ϵ (б) от процентной концентрации графита при 60% (по массе) концентрации меди: 1 — графит; 2 — медь; 3 — ЭПАФ

том же направлении в каждом отдельном элементе неоднородности композита. Отметим, что компонента 12 «отвечает» в материале за сдвиговое воздействие вдоль плоскости, образованной осями абсцисс и ординат.

Заключение

Проведенные модельные исследования и расчеты позволяют сделать следующие выводы:

1) при увеличении массовой доли меди в диапазоне, реально встречающемся в практике, рассматриваемые компоненты тензоров K^σ и K^ϵ изменяются нелинейно, а при увеличении концентрации графита — по закону, близкому к линейному.

2) увеличение концентрации графита приводит к уменьшению значений рассматриваемых компонент тензора K^σ для композитов с обоими видами связующих.

3) внесение графита приводит к увеличению значений компонент 1111 и 1212 тензора K^ϵ для композитов на основе ЭПАФ-м, а также компоненты 1212 тензора K^ϵ для композита со связующим ЭПАФ.

4) внесение меди приводит к уменьшению значений компонент тензора K^σ и увеличению значений соответствующих компонент тензора K^ϵ .

5) связующие ЭПАФ и ЭПАФ-м хорошо передают нагрузку, перераспределяя ее между включениями упрочняющей и, особенно, антифрикционной фаз композита, т.к. значения компонент 1111 и 1212 операторов кон-

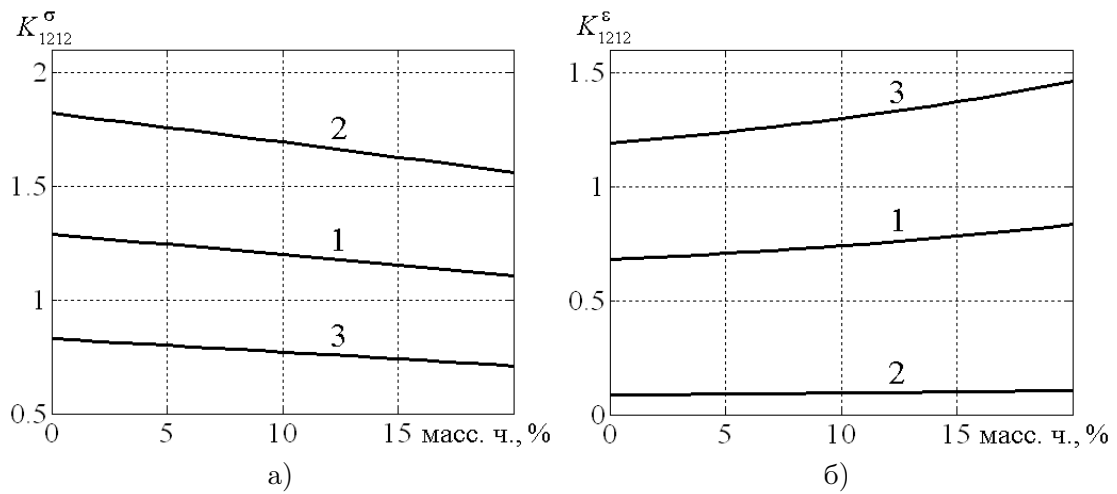


Рис. 6. Зависимости компонент 1212 операторов K^{σ} (а) и K^{ϵ} (б) от процентной концентрации графита при 60% (по массе) концентрации меди: 1 – графит; 2 – медь; 3 – ЭПАФ-м

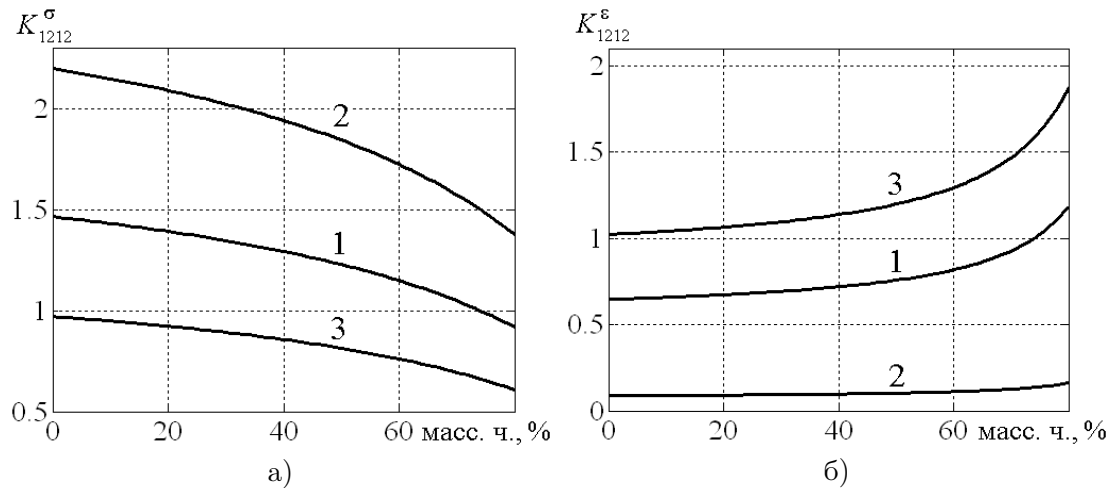


Рис. 7. Зависимости компонент 1212 операторов K^{σ} (а) и K^{ϵ} (б) от процентной концентрации меди при 10% (по массе) концентрации графита: 1 – графит; 2 – медь; 3 – ЭПАФ

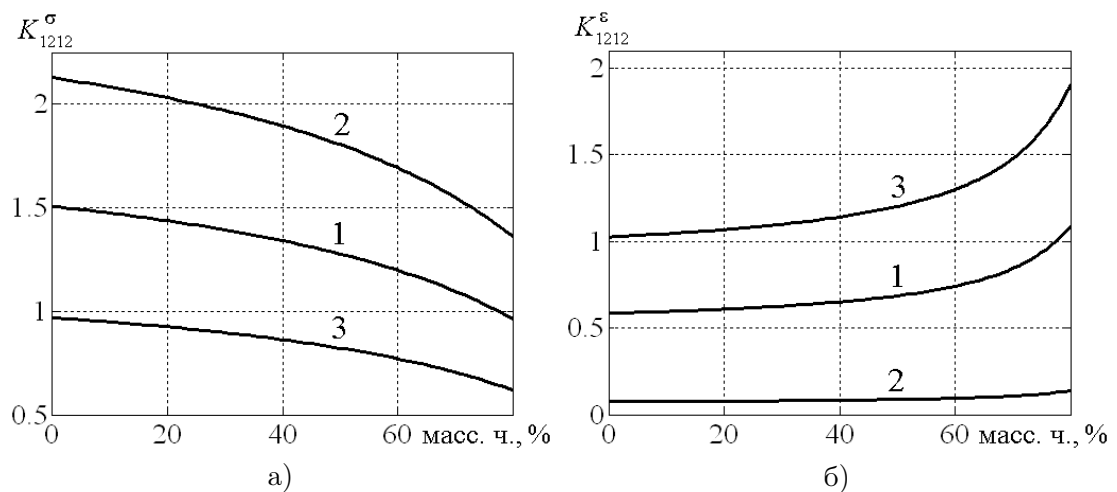


Рис. 8. Зависимости компонент 1212 операторов K^{σ} (а) и K^{ϵ} (б) от процентной концентрации меди при 10% (по массе) концентрации графита: 1 – графит; 2 – медь; 3 – ЭПАФ-м

центраций в матрице близки к единице (наиболее ярко это проявляется при относительно малой концентрации включений из меди и графита).

б) сильное отклонение от единицы значений компонент 1111 и 1212 операторов K^σ и K^ε во включениях из меди (особенно при концентрации менее 60%) указывает на недостаточно хорошую совместимость этой фазы композита с другими его составляющими. Это может приводить к преждевременному выходу из строя изделий из данных композитных материалов в процессе их эксплуатации, например, в тяжело нагруженных узлах трения.

Литература

1. Чичинадзе А.В., Матвеевский Р.М., Браун Э.Д. Материалы в триботехнике и в нестационарных процессах. М.: Наука, 1986. 240 с.
2. Машков Ю.К., Овчар З.Н., Байбарцкая М.Ю., Мамаев О.А. Полимерные композиционные материалы в триботехнике. М.: Недра, 2004. 261 с.
3. Бардушкин В., Яковлев В. Механика микроструктур (эффективные и локальные свойства текстурированных поликристаллов и композитов). Германия, Саарбрюккен: Lambert Academic Publishing, 2011. 164 с.
4. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Лапицкий А.В., Сычев А.П., Яковлев В.Б. Эффективные упругие характеристики антифрикционных композитов на эпоксидной основе // Вестник Южного научного центра РАН. 2010. Т. 6. № 1. С. 5–10.
5. Победра Б.И., Горбачев В.И. Концентрация напряжений и деформаций в композитах // МКМ. 1984. № 2. С. 207–214.
6. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Сычев А.П., Яковлев В.Б. Влияние микроструктуры на локальные значения напряжений и деформаций в волокнистом композите // Вестник машиностроения. 2005. № 8. С. 35–38.
7. Бардушкин В.В., Яковлев В.Б. Характеристики локального напряженно-деформированного состояния в статистически однородных матричных композитах // Деформация и разрушение материалов. 2005. № 9. С. 38–42.
8. Шермергор Т.Д. Теория упругости микронероводных сред. М.: Наука, 1977. 399 с.
9. Хорошун Л.П., Маслов Б.П., Леценко П.В. Прогнозирование эффективных свойств пьезоактивных композитных материалов. Киев: Наукова думка, 1989. 207 с.
10. Лапицкий А.В. Эпоксидные полимерные матрицы для высокопрочных и теплостойких композитов. // Клеи. Герметики. Технологии. 2010. № 2. С. 12–15.

Ключевые слова: антифрикционные материалы, матричные композиты, включения, эпоксидная матрица, операторы концентраций напряжений и деформаций, моделирование.

Статья поступила 19 апреля 2012 г.

Национальный исследовательский университет <crosfield<МИЭТ>, г. Москва
Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону
Южный научный центр РАН, г. Ростов-на-Дону

© Бардушкин В. В., Колесников И. В., Сычев А. П., Лапицкий А. В., Сычев А. А., 2012