УДК 004.82

РАССТОЯНИЯ И СХОДИМОСТЬ В АБСТРАКТНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ЗНАНИЙ[1]

Костенко К. И.[2]

CONVERGENCE AND DISTANCE IN ABSTRACT KNOWLEDGE SPACES

Kostenko K. I.

The paper deals with computable metric and topological invariants for configuration spaces, offered as the basic estimations and comparisons of abstract knowledge semantic structures. Features of topological characteristics of the knowledge spaces, connected with convergence of computable sets of configurations and distance estimation between them are investigated.
Keywords: knowledge space, semantic structure, configuration, distance, convergence.

Введение

Абстрактные пространства знаний — это формальные модели, обеспечивающие возможность всестороннего теоретического исследования целостных многообразий знаний в различных областях математическими методами [1]. К унифицированным универсальным моделям пространств знаний относятся K-пространства [2]. Они основаны на специальных множествах структурированных объектов (конфигураций), рассматриваемых в качестве мгновенных представлений отдельных абстрактных знаний. На множествах конфигураций определяется система классов алгебраических операций (морфизмов), моделирующих содержательно полное многообразие вычислимых преобразований и жизненных циклов знаний. Теоретическая и прикладная состоятельность пространств знаний существенно зависит от возможности использования ключевых понятий из разных разделов современной математики. Значительный прикладной интерес представляют топологические и метрические свойства пространств знаний. Их уточнение позволяет разработать и исследовать теоретический базис для понятий сходства (расстояния) конфигураций, а также обобщения (сходимости) вычислимых семейств конфигураций.

1. Основные понятия пространств конфигураций

Пусть M — бесконечное вычислимое множество, содержащее специальный элемент Λ, называемый пустой конфигурацией. Каждая конфигурация вляется аналогом мгновенного представления отдельного знания. Для построения структурных представлений конфигураций применяются специальные вычислимые отношения на множестве конфигураций. Многообразия таких отношений составляют семантические пространства.

Определение. Семантическим пространством называется формальная система $\mathfrak{R} = (R, O, C)$, где R — вычислимое семейство разрешимых отношений на M, а O и C — множества вычислимых отображений и предикатов на R.

Унифицированная система требований к семантическим пространствам включает разрешимость множества $\rho_1 = \{(r_1, r_2) | r_1, r_2 \in R \ \ \& \ \ r_1 \subseteq r_2\}$, принадлежность R отношений $T = M \times M$ и $E = \varnothing$. При этом E связывает любые пары конфигураций, что интерпретируется как отсутствие зависимости между ними. Кроме того R замкнуто относительно операций произведения и обращения отношений.

Определение. Разложением конфигураций называется всюду определенное вычислимое отображение $\varepsilon : M \to M \times M$, для которого

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (11-07-96508-р_юг_ц).

[2]Костенко Константин Иванович, канд. физ.-мат наук, заведующий кафедрой интеллектуальных информационных систем Кубанского госуниверситета; e-mail: kostenko@kubsu.ru.

$\varepsilon(\Lambda) = (\Lambda, \Lambda)$ и

$$\forall z_1, z_2 \in M \exists z \in M(\varepsilon(z) = (z_1, z_2)).$$

Определение. Вычислимое отображение $\psi : M \to R$ называется семантическим связыванием для разложения ε, если:

1. $\forall z_1, z_2 \in M \exists z \in M((z_1 \neq \Lambda \vee z_2 \neq \Lambda) \to \to \varepsilon(z) = (z_1, z_2)\ \&\ \psi(z) = E)$;

2. $\forall z \in M(\psi(z) \neq E \to \varepsilon(z) \in \psi(z))$;

3. ψ инъективно на множествах $\{z | z \in M\ \&\ (\varepsilon(z) = (z_1, z_2) \to (z_1 \neq \Lambda \vee z_2 \neq \Lambda)\}$.

Если $\varepsilon(z) = (\Lambda, \Lambda)$, то z называется элементарной конфигурацией. На множестве элементарных конфигураций M_0 определено разрешимое отношение порядка ρ_0.

Определение. Пространством конфигураций называется пара $\mathbf{M} = (M, \mathbf{d})$, где M — множество конфигураций, содержащее пустую конфигурацию Λ, а $\mathbf{d} = (\varepsilon, \psi)$ — декомпозиция элементов M, составленная отображениями разложения и связывания конфигураций.

Полные структурные представления (ПСП) конфигураций порождаются декомпозициями и имеют вид нагруженных бинарных деревьев. Вершинами таких деревьев являются элементы множества двоичных наборов I, содержащего пустой набор λ. Висячим вершинам деревьев сопоставляются элементарные конфигурации. Внутренние вершины размечены значениями ψ для конфигураций, представляемых деревьями с корнями в этих вершинах. Множество вершин (висячих вершин) ПСП $z \in M$ обозначается как $D(z)$ ($O(z)$). Если $\alpha \in D(z)$, то $[z]_\alpha$ обозначает разметку α. Обозначение $(z)_{\alpha\sigma}, \sigma \in \{0, 1\}$, применяется для первой и второй конфигураций разложения конфигурации ПСП которой представляется часть ПСП z с корнем α. Инвертированием $z \in M$ называется преобразование ПСП z, изменяющее порядок следования непосредственных потомков вершины $\alpha \in D(z) \backslash O(z)$ вместе с некоторым вычислимым изменением разметок вершин ПСП. Унифицированная система требований к ПСП конфигураций включает конечность множеств $D(z)$, где $z \in M$, бесконечность множеств конфигураций, имеющих одинаковые разложения, а также замкнутость M относительно операции инвертирования в вершинах $\alpha \in D(z) \backslash O(z)$ [1].

2. Трассирования и вложения конфигураций

Сравнение элементов M связано с сопоставлением их семантических структур, использующем сравнения разметок вершин ПСП конфигураций.

Определение. Конфигурация $z_1 \in M$ гомоморфно трассируется в конфигурацию $z_2 \in M$ (обозначается как $z_1 \leqslant z_2$), если существует такое монотонное относительно вложения двоичных наборов отображение $\xi : I \to I$, что:

1. $(\xi(D(z_1)) \subseteq D(z_2)\ \&\ \forall\ \alpha \in D(z_1)(\alpha \in \in D(z_1) \backslash O(z_1) \leftrightarrow \xi(\alpha) \in D(z_2) \backslash O(z_2))$;

2. $\forall \alpha \in O(z_1)([z_1]_\alpha \rho_0 [z_2]_{\xi(\alpha)})$;

3. $\forall \alpha \in D(z_1) \backslash O(z_1)([z_1]_\alpha \rho_1 [z_2]_{\xi(\alpha)})$.

Обозначим в виде $\Delta(z)$ множество конфигураций, получаемых из $z \in M$ с помощью конечного числа применений операции инвертирования.

Определение. Конфигурация $z_1 \in M$ гомоморфно вкладывается в конфигурацию $z_2 \in M$ (обозначается как $z_1 \subseteq z_2$), если существуют такие конфигурации $z_1' \in \Delta(z_1)$ и $z_2' \in \Delta(z_2)$, что $z_1' \leqslant z_2'$.

Приведённые определения представляют фундаментальную систему сравнений абстрактных знаний, связанных со сходством их структур и сравнимостью разметок сопоставляемых вершин. Они позволяют задавать топологические и метрические инварианты пространств знаний. Последние оказываются существенными при конструировании математических описаний классов морфизмов конфигураций, моделирующих разнообразные операции над знаниями.

Специальные частные случаи трассирований (вложений) конфигураций изучались в [3]. В них применяется более сильное условие на сходство структур ПСП конфигураций:

$$\forall \alpha \in D(z_1) \backslash O(z_1),$$
$$\sigma \in \{0, 1\}(\xi(\alpha) \subset \xi(\alpha\sigma) \to$$
$$\to \exists\ \beta, \gamma \in I(\xi(\alpha\sigma) = \xi(\alpha)\beta\sigma\gamma)).$$

Из трассирований, удовлетворяющих приведённому условию, специальный интерес представляют *o*-трассирования ($\beta = \lambda$), а также его частные случаи растяжения (*p*-трассирования) и сжатия (*c*-трассирования). Для таких случаев должны выполняться условия $\beta = \lambda$, а ξ — инъективное на $D(z_1)$ и $\beta = \gamma = \lambda$ соответственно. Особенностью *p*-трассирований является сохранение порядка следования ветвей и висячих вершин в ПСП конфигураций. Последнее свойство не верно для *o*и *c*-трассирований, а, значит, и для гомоморфных трассирований конфигураций. Для обозначения I трассирования (вложения), $I \in \{o,p,c\}$, конфигураций будем применять выражения $z_1 \leqslant_I z_2$ ($z_1 \subseteq_I z_2$).

Гомоморфные трассирования и вложения конфигураций рефлексивны и транзитивны, но могут быть несимметричными.

3. Топологические свойства конфигураций

Определяемые различными видами вложений конфигураций топологические структуры для вычислимых подмножеств M связаны с системами окрестностей отдельных конфигураций, задаваемых множествами

$$U(z) = \{z^1 | z^1 \leqslant z\}, \quad u(z) = \{z^1 | z \leqslant z^1\}$$
$$(U(z) = \{z^1 | z^1 \subseteq z\}, u(z) = \{z^1 | z \subseteq z^1\}).$$

Окрестности являются мерой качественного сходства (близости) конфигураций. При этом окрестности составляются по одной из двух возможных схем: из конфигураций, вложенных (трассируемых) в заданные конфигурации из M или конфигураций, в которые вкладываются (трассируются) заданные конфигурации из M. В первом случае, заданная конфигурация обобщает трассируемые (вкладываемые) в неё конфигурации в составе окрестности. Во втором случае заданная конфигурация является аналогом унификатора для всех конфигураций из окрестности этой конфигурации.

4. Измерение расстояний между конфигурациями

Средства алгоритмического измерения различия (сходства) семантических информационных объектов является одним из основных инструментов в составе операций сравнения и преобразования формализованных знаний. Как правило, они связаны с оценкой несовпадения (совпадения) структур таких объектов, измеряемой с помощью различных уточнений понятия семантической эквивалентности. Рассмотрим две возможные схемы уточнения понятия расстояния.

1. Операционная схема измеряет расстояние между z_1, $z_2 \in M$ количеством применений специальных элементарных операций, преобразующих z_1 в z_2.

2. Схемы измерения различий произвольных z_1, $z_2 \in M$, близких к эмпирическим определениям расстояния между представлениями знаний [3]. Расстояние в таких схемах измеряется как величина несовпадения структурно-семантических представлений конфигураций и обычно не является метрикой.

Определим функцию расстояния, задаваемую по первой схеме. На множестве M определим операции изменения разметок, вставки и удаления вершин ПСП конфигураций.

1. Изменением разметки вершины $\alpha \in D(z)$ конфигурации $z \in M$ называется операция, преобразующая z в конфигурацию $z' \in M$, для которой

$$D(z) = D(z') \;\&\; \forall \beta \in D(z) \backslash \{\alpha\}([z]_\beta = [z']_\beta).$$

2. Удалением вершины $\alpha\sigma \in O(z)$, $\sigma \in \{0,1\}$, конфигурации $z \in M$ называется операция, преобразующая z в $z' \in M$, для которой

$$D(z') = D(z) \backslash \{\alpha\sigma, \alpha\bar{\sigma}\} \&$$
$$\forall\, \beta \in D(z') - \{\alpha\}([z]_\beta = [z'_\beta).$$

3. Вставкой вершины $\alpha\sigma$, где $\alpha \in O(z)$ и $\sigma \in \{0,1\}$, конфигурации $z \in M$ называется операция, преобразующая z в $z' \in M$, для которой

$$D(z') = D(z) \cup \{\alpha\sigma, \alpha\bar{\sigma}\} \;\&$$
$$\forall \beta \in D(z) \backslash \{\alpha, \alpha\sigma, \alpha\bar{\sigma}\}([z]_\beta = [z']_\beta).$$

Для любых двух конфигураций z_1 и z_2 существует последовательность применения приведённых операций, которая преобразует z_1 в z_2. В частности, такое преобразование можно реализовать выполняемой по шагам канонической последовательностью применения операций 1–3, которая:

1) последовательно заменяет на E разметки вершин множества

$$A = (D(z_1) \backslash O(z_1)) \cap (D(z_2) \backslash O(z_2)),$$

принадлежащие путям на A, ведущим из корня в вершины, разметки которых в $D(z_1)$ и $D(z_2)$ различаются;

2) добавляет в $D(z_1)$ новые вершины из $D(z_2) \backslash D(z_1)$ с помощью операции вставки, так, что висячие вершины, преобразуемые во внутренние вершины, размечаются отношением E;

3) удаляет из $D(z_1)$ в порядке снизу-вверх вершины из $D(z_1) \backslash D(z_2)$.

4) изменяет разметки висячих вершин полученной конфигурации так, чтобы они совпали с разметками этих же вершин в $D(z_2)$;

5) в порядке снизу-вверх реализует замену равных E разметок внутренних вершин полученной структуры на разметки этих же вершин в $D(z_2)$.

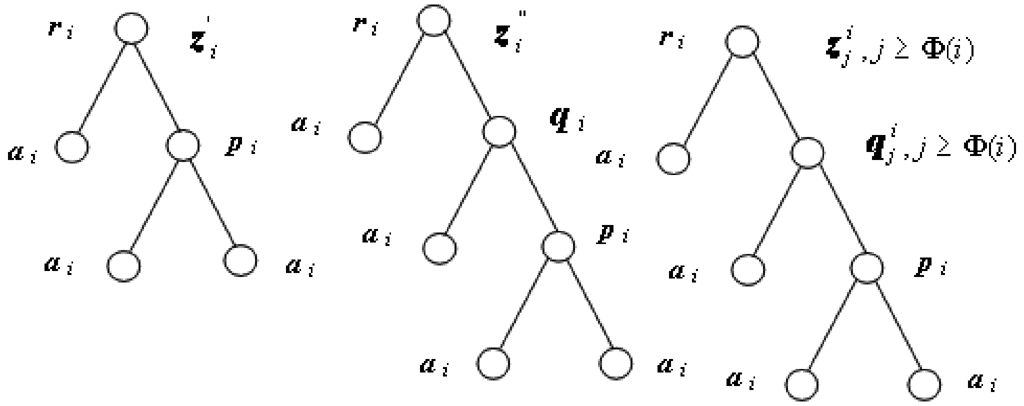

Рис. 1. ПСП конфигураций $\{z'_i, z''_i\} \cup \{z^i_j | j \geqslant \Phi(i)\}$

Поскольку E считается выполнимым для произвольных пар конфигураций, то преобразования 1)–5) замкнуты на M.

Определим функционал p на множестве конфигураций соотношением: $\rho(z_1, z_2)$ — это минимум числа применений операций 1, 2, 3 достаточных для преобразования z_1 в z_2.

Значения p определены для любых пар конфигураций, поскольку они вляются неотрицательными и не превосходят количества операций, применяемых в каноническом преобразовании.

Для функционала p справедливы аксиомы метрики. Поэтому M образует метрическое пространство. Практическая применимость данной метрики связана с возможностью её эффективного вычисления.

Теорема 1. Существует пространство конфигураций, для которого метрика p является невычислимой.

Доказательство. Определим пространство конфигураций, для которого справедливо утверждение теоремы. Пусть $U(n, x)$ — универсальная частично-рекурсивная функция, а $d(c(n, x)) = U(n, x)$, где c — канторовская нумерация пар целых неотрицательных чисел [4]. Известно, что область определения d является неразрешимым множеством. Пусть Φ — сигнализирующая функция для d в некоторой мере сложности рекурсивных функций [5].

Возьмём бесконечное разрешимое множество элементарных конфигураций $\{a_i | i = 1, 2, \ldots\}$. Определим вычислимое семейство бесконечных непересекающихся множеств конфигураций $\{z'_i, z''_i\} \cup \{z^i_j | j \geqslant \Phi(i)\}$, ПСП которых изображены на рис. 1.

Здесь для отношений r_i и q^i_j в разметках вершин ПСП приведённых конфигураций и их частей справедливы только соотношения, представленные в этих конфигурациях, а также соотношения $a_i r_i (z^i_j)_1$ и $a_i q^i_j a_i$, $j \geqslant \Phi(i)$.

Рассмотрим значение $p(z'_i, z''_i)$. Если значение $d(i)$ не определено, то $p(z'_i, z''_i) = 5$, поскольку кратчайшая последовательность преобразований z'_i в z''_i является канонической. Если же значение $d(i)$определено, то кратчайшая последовательность операций включает замену разметки вершины $\alpha = 1$ на q^i_j, расщепление вершины $\alpha = 11$ и вставку вместо неё конфигурации $(z'_i)_1$, а также замену разметки вершины $\alpha = 1$ на q_i. Поэтому $p(z'_i, z''_i) = 3$.

Следовательно, вычислимость метрики p влечёт разрешимость области определения функции d. Поскольку последнее неверно, то p оказывается невычислимой.

Доказательство окончено.

Следовательно, существуют объективные трудности практического использования метрик, составленных по первой схеме.

5. Расстояния, основанные на трассированиях конфигураций

Возможность не вычислимости функции метрики p делает актуальной задачу нахождения таких уточнений понятия расстояния, для которых функции расстояния вычислимы. Кроме того, определение p не связано явно со свойством трассирования конфигураций, как универсального инструмента сравнения их ПСП.

Пусть $z_1, z_2 \in M$ и $I \in \{o, p, c\}$. Зададим множество

$$\Gamma(z_1, z_2) = D(z_1) \backslash \{\alpha | \alpha \in D(z_1) \ \& \ (z_1)_\alpha \subseteq_I z_2\}.$$

Определим значение различия (расстояние) между произвольными конфигурациями $z_1, z_2 \in M$ с помощью соотношения:

$$P(z_1, z_2) = |\Gamma(z_1, z_2)| + |\Gamma(z_2, z_1)|.$$

Для вычислимого функционала P выполняются свойства:

$$\forall z \in M(P(z, z) = 0);$$

$$\forall z_1, z_2 \in M(P(z_1, z_2) = P(z_2, z_1)).$$

Данный функционал, в общем случае, не является метрикой, поскольку возможны пространства конфигураций, в которых для P не выполняется как неравенство треугольника, так и условие

$$\forall z_1, z_2 \in M(P(z_1, z_2) = \ 0 \ \leftrightarrow z_1 = z_2).$$

Рассмотрим пример пространства конфигураций, для которого не выполняется неравенство треугольника

$$\forall z_1, z_2, z_3 \in M(P(z_1, z_3) \leqslant P(z_1, z_2) + P(z_2, z_3)).$$

Определим данное пространство так, чтобы в нём нашлись конфигурации z_1, z_2, z_3, для которых выполнены условия:

1. $|D(z_1)| = |D(z_3)|$ и $|D(z_1)| > |D(z_2)|$;
2. $z_1 \subseteq_I z_2$ и $z_3 \subseteq_I z_2$;
3. $\forall \alpha \in D(z_2)((z_2)_\alpha \not\subset_I z_1)$ и $\forall \alpha \in D(z_2)((z_2)_\alpha \not\subset_I z_3)$;
4. $\forall \alpha \in D(z_1)((z_1)_\alpha \not\subset_I z_3)$ и $\forall \alpha \in D(z_3)((z_3)_\alpha \not\subset_I z_1)$.

определим пространства конфигураций, так чтобы для z_1, z_2, z_3 дополнительно выполнялись свойства:

1) разметки любых пар внутренних вершин из $D(z_1)$ и $D(z_3)$ несравнимы в ρ_1);

2) разметки произвольных пар висячих вершин ПСП z_1 и z_3 несравнимы в ρ_0.

Разметки внутренних и висячих вершин конфигурации z_2 выбираются так, чтобы существовали трассирования сжатия z_1 в z_2 и z_3 в z_2 обеспечивающие выполнимость c-вложений для указанных пар конфигураций. При этом разметки вершин $D(z_2)$ не находятся в отношениях ρ_0 и ρ_1 с разметками произвольных вершин в $D(z_1)$и $D(z_3)$. Последнее достигается за счёт подходящих расширений отношений, сопоставляемых внутренним вершинам $D(z_2)$, а также выбора таких разметок висячих вершин $D(z_2)$, для которых не выполняется отношение ρ_0 с разметками произвольных висячих вершин в $D(z_1)$ и $D(z_3)$.

Тогда для выбранных конфигураций справедливо соотношение

$$P(z_1, z_3) > P(z_1, z_2) + P(z_2, z_3),$$

противоположное неравенству треугольника.

6. Сходимость вычислимых множеств конфигураций

Пусть ν_M — однозначная вычислимая нумерация M. Множество $M' \subseteq M$ называется вычислимым множеством конфигураций, если существует такая частично-рекурсивная функция $f : N \to N$, что $M' = \{z \mid \exists\ i \in N(z = \nu_M(f(i))\}$. Семейство всех вычислимых подмножеств M обозначим как M^*.

Если $M' \neq \varnothing$, то это множество можно представить в виде последовательности $\omega = \{z_i | z_i = \nu_M(f(i)) \ \& \ i \in N\}$.

Определение. Вычислимое множество конфигураций $\omega = \{z_i | i \in N\}$, I — сходится к $z \in M$ если:

$$\forall i \in N(z_i \leqslant_I z) \text{ и }$$
$$\forall z' \in M(\forall i \in N(z_i \leqslant_I z') \to z \leqslant_I z').$$

Специальными видами сходимости является сходимость к конфигурациям, составленным только из элементов ПСП конфигураций из ω. Пусть ω — это непустое вычислимое множество конфигураций, а $M(\omega)$ $(R(\omega))$ — множество элементарных конфигураций (элементов R), в ПСП конфигураций из ω.

Определение. Вычислимое множество конфигураций $\omega = \{z_i | i \in N\}$ называется s-сходящимся к $z \in M$, если оно сходится к $z \in M$и

1. $\forall \alpha \in O(z)([z]_\alpha \in M(\omega) \cup \{\Lambda\})$;
2. $\forall \alpha \in D(z) \backslash O(z)([z]_\alpha \in R(\omega) \cup \{E\})$.

Ограничимся рассмотрением s-сходимости вычислимых множеств конфигураций для случая $I = o$. В рассматриваемом случае, если $\omega = \{z_i | i \in N\}$ — непустое вычислимое множество конфигураций, то $M(\omega)$ $(R(\omega))$ — это множества элементарных конфигураций (элементов R), входящих в ПСП конфигураций из ω. Для сходящихся множеств конфигураций справледива Теорема 1.

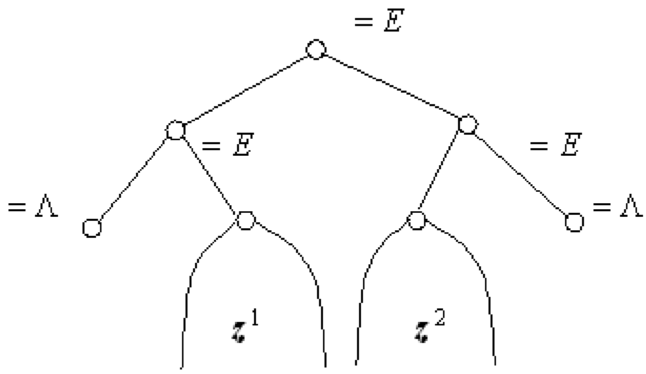

Рис. 2. Структура конфигурации z^3

Теорема 2. Пусть $\omega_1 = \{z_i^1 | i \in N\}$ и $\omega_2 = \{z_i^2 | i \in N\}$ — s-сходящиеся вычислимые множества конфигураций. Тогда вычислимое множество конфигураций $\omega_3 = \omega_1 \cup \omega_2$ также s-сходится к некоторой конфигурации.

Доказательство. Пусть ω_1 и ω_2 s-сходятся к конфигурациям z^1 и z^2 соответственно. Проведём доказательство для случая, когда z^1 или z^2 является неэлементарной конфигурацией.

Определим конфигурацию z^3 как $(\Lambda \oplus z^1) \oplus (z^2 \oplus \Lambda)$. Здесь $\oplus$ — операция суммы конфигураций, сопоставляющая всякой паре конфигураций конфигурацию, разложением которой является данная пара, связанная отношением E.

Общий вид ПСП конфигурации z^3 приведён на рис. 2.

Две вершины приведённой структуры являются корнями ПСП конфигураций z^1 и z^2. Остальным вершинам приписаны значения отношений $= E$ (изображаемые в виде $= E$), или пустых конфигураций ($= \Lambda$).

Поскольку z^1 входит в z^3 в качестве собственной части, то

$$\forall i \in N (z_i^1 \leqslant_O z^3).$$

Аналогично, проверяется условие

$$\forall i \in N (z_i^2 \leqslant_O z^3).$$

Следовательно,

$$\forall\ z \in \omega_3 (z \leqslant_O z^3).$$

Пусть z' — это конфигурация, для которой выполнено соотношение $\forall\ z \in \omega_3 (z \leqslant_O z')$. Тогда $\forall\ i \in N (z_i^1 \leqslant_O z')$. Кроме того, из того что ω_1 сходится к z^1, следует, что $z^1 \leqslant_O z'$.

Справедливость соотношение $z^2 \leqslant_O z'$ проверяется аналогично.

Покажем, что $z^3 \leqslant_O z'$. Пусть ξ_1 и ξ_2 — это o-трассирования конфигураций z^1 и z^2 в z'.

Пусть $0^n \in O(z^1)$ и $1^m \in O(z^2)$. Для значений $\xi_1(0^n)$ и $\xi_2(1^m)$ применим обозначения γ_1 и γ_2. Зададим o-трассирование ξ конфигурации z^3 в z' с помощью схемы

$$\xi(\alpha) = \begin{cases} \lambda, \text{ если } \alpha = \lambda, \\ \xi_1(\lambda), \text{ если } \alpha = 0 \ \& \ \xi_1(\lambda) \neq 1\beta, \\ \lambda, \text{ если } \alpha = 0 \ \& \ \xi_1(\lambda) = 1\beta, \\ \xi_1(\lambda), \text{ если } \alpha = 01, \\ \xi_2(\lambda), \text{ если } \alpha = 1 \ \& \ \xi_2(\lambda) \neq 0\beta, \\ \lambda, \text{ если } \alpha = 1 \ \& \ \xi_2(\lambda) = 0\beta, \\ \xi_2(\lambda), \text{ для } \alpha = 10, \\ \gamma_1, \text{ для } \alpha = 00, \\ \gamma_2, \text{ для } \alpha = 11, \\ \xi_1(\beta), \text{ если } \alpha = 01\beta \ \& \ \beta \neq \lambda, \\ \xi_2(\beta), \text{ если } \alpha = 10\beta \ \& \ \beta \neq \lambda. \end{cases}$$

Отображение ξ сопоставляет корню $D(z^3)$ корень дерева $D(z')$ (соотношение 1 в приведённом определении ξ). Последовательности двоичных символов для корневых вершин поддеревьев ПСП z^3, содержащих ПСП z^1 и z^2, начинаются с разных двоичных значений. Это позволяет отобразить левое и правое поддеревья $D(z^3)$ в $D(z')$ так, чтобы использовались o-трассирования ξ_1 и ξ_2 конфигураций z^1 и z^2 в z^3.

В определении ξ, значения этого отображения последовательно задаются для вершин путей, ведущих в 01 и 10, и для каждого такого пути определяется первая по порядку вершина, направление сдвига в которую из предыдущей вершины совпадает с первой

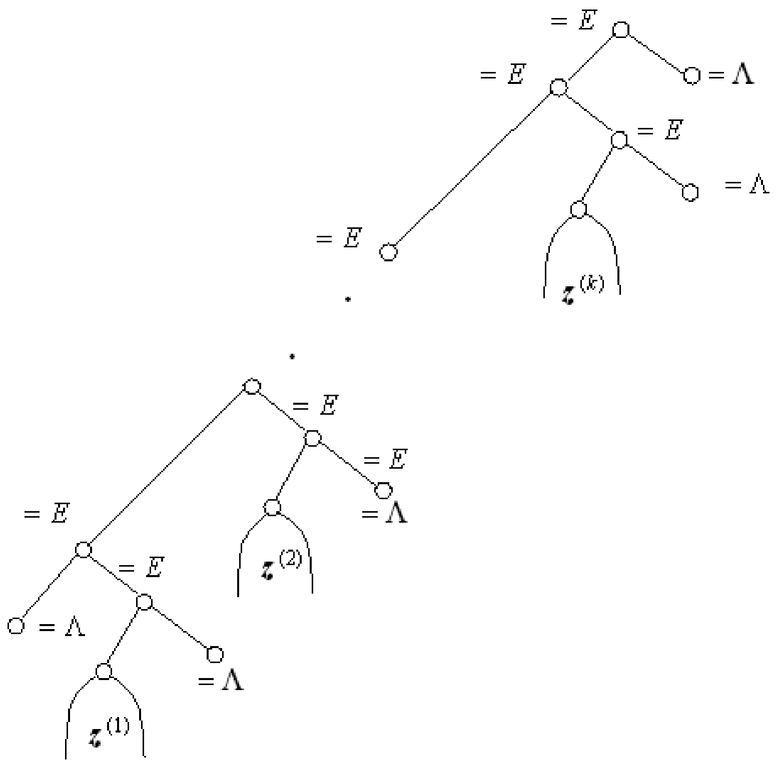

Рис. 3. Структурное представление конфигурации z

цифрой отличного от λ значения $\xi_1(\lambda)$ или $\xi_2(\lambda)$ соответственно.

Значение ξ не изменяется до и после таких вершин рассматриваемых путей, а в самих указанных вершинах значения ξ изменяются на $\xi_1(\lambda)$ и $\xi_2(\lambda)$.

Выполнимость отношений ρ_0 и ρ_1 между элементарными конфигурациями и семантическими отношениями, сопоставленными вершинам $\alpha \in D(z^3)$ и $\xi(a) \in D(z')$, обеспечивается:

1) минимальностью в соответствующих отношениях разметок вершин λ, 0, 00, 1, 11 из $D(z^3)$;

2) выполнимостью отношений ρ_0 или ρ_1 для $\alpha \in D(z^3) \cap I_{01}$ ($\alpha \in D(z^3) \cap I_{10}$) между $[z^3]_\alpha$ и $[z']_{\xi(\alpha)}$, поскольку $\xi_(\alpha) = \xi_1(\beta)$ ($\xi_(\alpha) = \xi_2(\beta)$), где $\alpha = \sigma_1\sigma_2\beta$, $\sigma_1, \sigma_2 \in \{0,1\}$, и это же отношение выполнено между $[z^1]_\beta$ и $[z^1]_{\xi_1(\beta)}$ ($[z^2]_\beta$ и $[z^2]_{\xi_2(\beta)}$).

Теорема доказана.

Пусть M' — это непустое вычислимое множество конфигураций.

Вычислимое множество конфигураций $M'' \subseteq M'$ назовём верхней гранью M', если

1) разные конфигурации из M'' несравнимы в отношении $\leqslant_O$;

2) $\forall\, z' \in M' \exists z'' \in M''(z' \leqslant_O z'')$.

Следствие 1. Если непустое вычислимое множество $M' \subseteq M$ имеет конечную верхнюю грань, то M' является s-сходящейся к некоторой конфигурации.

Пусть $M' = \{z_i | i \in N\}$ — вычислимое множество конфигураций, имеющее конечную верхнюю грань $M' = \{z^1, \ldots, z^k\}$.

Определим конфигурации $z^{(i+1)} = z^i \oplus \Lambda$, $i = 1, \ldots, k$.

Зададим конфигурацию z соотношением

$$z = (\ldots(\Lambda \oplus z^{(1)}) \oplus z^{(2)}) \oplus \ldots) \oplus z^{(k)}) \oplus \Lambda.$$

ПСП конфигурации z изображено на рис. 3.

Структура конфигурации z обобщает структуру конфигурации z^3 из доказательства предыдущей теоремы так. В ней двоичные слова, соответствующие корням поддеревьев образующих ПСП конфигураций $z^{(i)}$, $i = 1, \ldots, k$, имеют вид $0^{k-i+1}10$. Такие слова заканчиваются парами символов, содержащих оба возможных двоичных значения.

Покажем, что M' сходится к конфигурации z.

Условия определения s-сходимости вычислимого множества конфигураций для конфигурации z выполняются из определения.

Пусть $z' \in M$ и $\forall\, i \in N\ \forall\, i \in N(z^{(i)} \leqslant_O z')$. Покажем, что $z \leqslant_O z'$. Обозначим o-трассирование конфигурации $z^{(i)}$, $i = 1, \dots, k$, в конфигурацию z' как ξ_i.

Определим o-трассирование ξ конфигурации z в z' обобщив схему определения o-трассирования ξ доказательства предыдущей теоремы, так чтобы ξ принимало значение λ для внутренних вершин ПСП z вида 0^m, $m > 0$. Если α — это одна из таких вершин, то значения ξ в вершинах $\alpha 1$ и $\alpha 10$ определяется так, чтобы изменение значения ξ сохраняло первый символ значения $\xi_m(\lambda)$, если $\xi_m(\lambda) \neq \lambda$. Следовательно, M' сходится к конфигурации z.

Следствие 2. Всякое конечное множество конфигураций сходится к некоторой конфигурации.

Справедливость последнего утверждения следует из того, что всякое конечное множество конфигураций имеет непустую конечную верхнюю грань.

Заключение

Сходимость вычислимых множеств конфигураций является одним из способов уточнения класса преобразований, моделирующих обобщения систем знаний или генерации новых знаний. В работе рассмотрены достаточно простые схемы обобщения, представленные понятием s-сходимости конфигураций. Изучение общего случая сходимости возможно в дополнительных предположениях, уточняющих свойства множеств элементов из которых могут собираться предельные конфигурации.

Литература

1. *Костенко К. И.* Классификация операций в пространствах знаний // XII национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием (труды конференции), Тверь 2010, 20–24 сентября. Т. 2. С. 155–163.
2. *Костенко К. И.* Компоненты и операции абстрактных пространств знаний. Материалы Всероссийской конференции ЗОНТ09, Новосибирск 20–22 октября 2009. Т. 2. С. 36–40.
3. *Марченко А. А., Никоненко А. А.* Контекстный семантический анализ текста. Система текстового мониторинга и качественного оценивания фокусного объекта // Вісник Київського університету. Сер. фіз.-мат. науки. 2006. №3. С. 230–235.
4. *Мальцев А. И.* Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1968. 340 с.
5. *Блюм М.* Машинно-независимая теория сложности рекурсивных функций. В сб. Проблемы математической логики. М.: Мир, 1970. С. 167–198.

Ключевые слова: пространство знаний, семантическая структура, конфигурация, расстояние, сходимость конфигураций.

Статья поступила 23 августа 2011 г.
Кубанский государственный университет, г. Краснодар