

УДК 539.3

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ТРАСС<sup>1</sup>*Бабешко В. А.<sup>2</sup>, Мухин А. С.<sup>3</sup>, Бабешко О. М.<sup>4</sup>, Евдокимова О. В.<sup>5</sup>,  
Грищенко Д. В.<sup>6</sup>, Шестопалов В. Л.<sup>7</sup>*

## ABOUT SOME CHARACTERISTIC FEATURES OF SEISMIC ROADS

Babeshko V. A., Mukhin A. S., Babeshko O. M., Evdokimova O. V., Grishenko D. V., Shestopalov V. L.

Some common characteristics of tensely-deformed state of constrained deformable objects are recognized while using the method of block element. This result draws near to the explanation of special blocked structures behaviour, including the behaviour of lithosphere plates during the earthquake forces and makes it possible to carry out researches which are connected with so called "seismic roads". This result also lets one assume existence of slow seismic waves, which spread in the Earth crust.

Keywords: block elements, boundary problems, block structures.

1. Сейсмологические исследования поведения напряженно-деформированного состояния коры Земли в сейсмоопасных районах, осуществляемые с помощью различных аппаратных средств, позволяют предполагать существование медленных сейсмических волн, распространяющихся в коре Земли. Основанием для этих утверждений являются показания приборов, отслеживающих уровни изолированных вод в гидрогеологических скважинах [1], данные измерений высокоточных GPS/ГЛОНАСС приемников [2], наклономеров [3]. На рисунке приводится результат измерения поведения поверхности территории Краснодарского края, полученный на основе анализа показаний аппаратно-

го комплекса «Ритм», функционирующего в нескольких гидрогеологических скважинах, связанных с изолированными подземными водами.

Медленные сейсмические волны являются, по-видимому, главными причинами так называемого «сейсмического дальнего действия» — регистрируемого приборами изменения сейсмической обстановки перед событием даже в значительно удаленных от эпицентров землетрясений зонах. Наряду с возникающими при землетрясениях быстрыми сейсмическими волнами, распространяющимися со скоростью прохождения волн в упругой среде, возникают, в том числе и после землетрясения, медленные сейсмические

<sup>1</sup>Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы по теме «Развитие новых наукоемких методов мониторинга и прогноза состояния территорий в сейсмоопасных и оползнеопасных зонах» (соглашение № 14.В37.21.0646 от 20 августа 2012 г.).

<sup>2</sup>Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko@kubsu.ru.

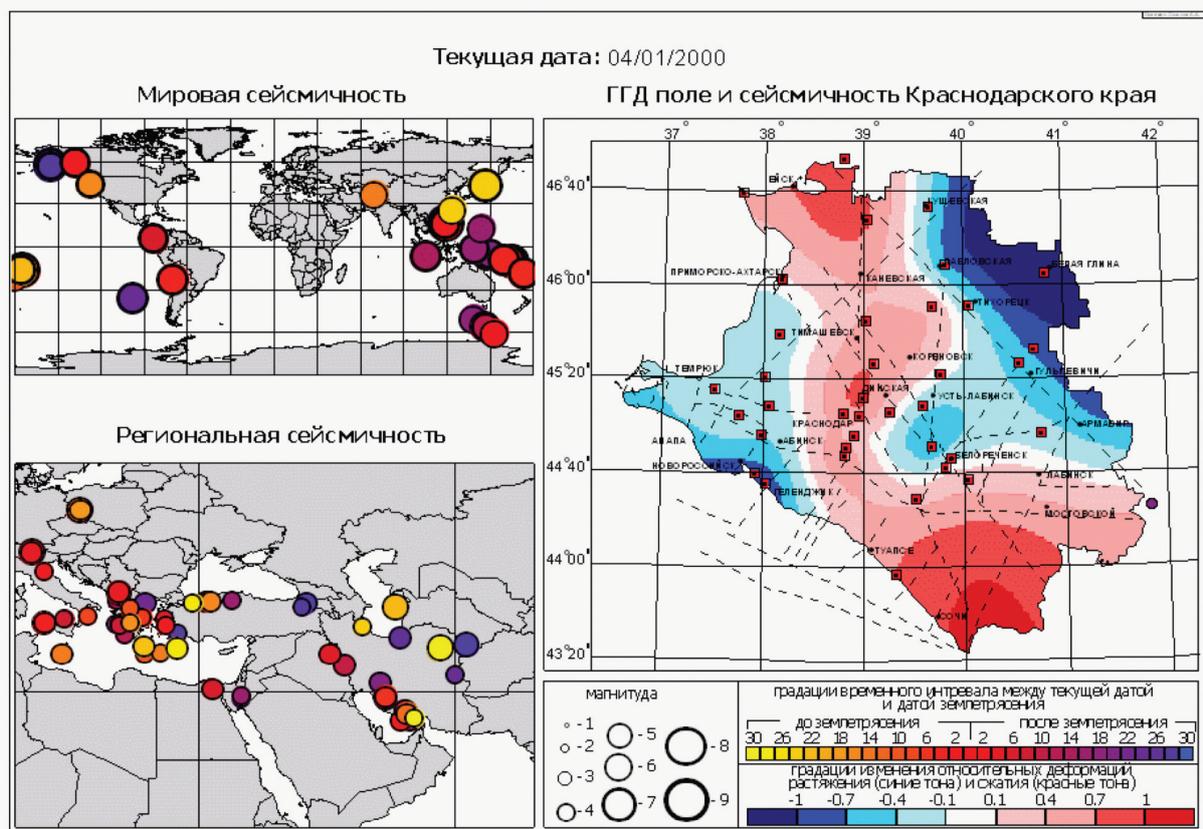
<sup>3</sup>Мухин Алексей Сергеевич, старший научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: muhin@mail.kubsu.ru.

<sup>4</sup>Бабешко Ольга Мефодьевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: infocenter@kubsu.ru.

<sup>5</sup>Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: infocenter@kubsu.ru.

<sup>6</sup>Грищенко Дмитрий Вадимович, аспирант кафедры математического моделирования Кубанского государственного университета; e-mail: kmm@fpm.kubsu.ru.

<sup>7</sup>Шестопалов Валерий Леонидович, канд. техн. наук, заведующий лабораторией Южного научного центра РАН; e-mail: vlshestopalov@gmail.com.



Ежедневные колебания поверхности территории Краснодарского края (север и юг поднимаются, восток и запад — опускаются)

волны, менее наблюдаемые, но не менее значимые для подготовки происходящих сейсмических событий. Проявление этих волн наблюдается спустя некоторое достаточно продолжительное время в зонах, удаленных от эпицентра землетрясения. Так, имевшее место несколько лет назад разрушительное землетрясение в Италии через несколько суток привело к резкой реакции приборов на территории Краснодарского края, затем интенсивность волны снизилась. На прохождении высокоскоростных волн в упругой среде приборы сейсмостанции отреагировали через положенное короткое время.

Рисунок иллюстрирует показания аппаратурного комплекса, служащего для измерения уровня подъема глубинных подземных вод, изолированных от поверхностных.

В исследуемый период обнаружены ежедневные колебание поверхности территории Краснодарского края, при этом зоны севера и юга поднимаются, а востока и запада — опускаются. Подобный феномен объясняется в рамках физики явления. Высвобождающаяся энергия сейсмического собы-

тия в определенном количестве уносится высокоскоростными волнами, воздействующими на своем пути на деформируемые блоки литосферных плит. Проходящие волны могут изменять форму блоков, нарушать контакты между ними, перемещать их, изменять структуру материалов блоков. Часть энергии остается в блочной структуре либо как кинетическая (резонансная), либо как потенциальная, приводящая к перераспределению напряжений в ней. Разрядка напряженности литосферных плит, происходящая за счет внутренних сил, приводит к афтершокам в зоне землетрясений и к механическим подвижкам блочных структур по принципу домино по радиусам от зоны эпицентра. Медленные волны, наблюдаемые экспериментально, также приводят к определенной напряженности литосферных плит по пути следования. Однако они индуцируются в литосферных плитах и другими факторами, которые с первого взгляда могут казаться несущественными, но на деле в условиях, близких к критическим, могут играть значительную роль при подготовке землетрясений.

Основные из них — это вращения Земли вокруг оси, а также Луны и Земли вокруг общего центра масс, выпадение осадков, смена погоды с изменением атмосферного давления, солнечная активность, вызывающая пьезоэффект в коре Земли, земная гравитация, глубинная активность в верхней мантии, о чем свидетельствует вулканическая деятельность. Не исключается и наличие зарождающихся и затем взрывающихся в верхней мантии ядерных реакторов. На имеющиеся для этого предпосылки указывают физики-ядерщики, говоря о глубинных, до 300 км, землетрясениях. Как сказано выше, все эти явления вызывают медленные сейсмические волны, распространяющиеся по своим «сейсмическим трассам», взаимодействуя между собой и, возможно, вызывая горизонтальный дрейф литосферных плит, фиксируемый GPS/Глонасс приемниками. Известно, что вопрос о причинах медленных горизонтальных движений литосферных плит, улавливаемых этими приемниками, остается открытым: является ли их перемещение следствием событий в атмосфере, как считают некоторые ученые, следствием прохождения медленных сейсмических волн или сами эти движения генерируют медленные волны при дрейфе плит в связи со сложным движением поверхности Земли. Следует заметить, что медленные сейсмические волны могут вызывать землетрясения не обязательно в зонах их генерирования, например, событиями в верхней мантии. Землетрясения могут инициироваться ими в более «слабых» зонах литосферных плит — на разломах, лежащих на пути сейсмических трасс. Не исключено, что эти волны могут быть причиной повсеместно и постоянно происходящих слабых 1–2 бальных землетрясений. Выяснение этих вопросов требует как получения достаточно полной геофизической информации с обширной территории, а возможно и всей поверхности Земли, так и развития математических средств, позволяющих на достаточно адекватных математических моделях строго имитировать протекающие в коре Земли механические процессы и получать необходимую для понимания явлений информацию.

**2.** Математический аппарат для исследования возникновения и распространения медленных сейсмических волн должен учитывать блочную структуру строения коры Земли [4], возможность построения основных уравнений, описывающих динамический

процесс в блочной структуре, учет всех основных факторов, порождающих медленные сейсмические волны. Блоки этой структуры имеют сложную форму и состоят из разнотипных по своим свойствам материалов.

Различные подходы для решения проблемы исследования напряженно-деформированного состояния тел сложной конфигурации даны в [5]. Другой подход, приближающий исследование к построению и решению интегральных уравнений для блочной структуры, предложен в [6, 7]. Этот подход позволяет предельно уменьшить количество изучаемых уравнений для пространственной блочной структуры с линейно деформируемыми блоками. Последние могут быть наделены вязкоупругими свойствами и рассматриваться в условиях изменения самих блоков [8, 9].

Ниже приводятся основные соотношения, необходимые для применения метода блочного элемента к блочной структуре.

Первый подход состоит в использовании прямого метода блочного элемента без преобразования исходных уравнений Ламе. Сформулируем краевую задачу для блочной структуры. Будем считать, что область блочной структуры  $\Omega$  состоит из областей, занимаемых блоками  $\Omega_b$ ,  $b = 1, 2, \dots, B$  с границами  $\partial\Omega_b$ . Может оказаться, что часть границы блока является общей с границей другого блока, ее называем контактирующей. Остальная — неконтактирующая часть может быть свободной или подверженной внешним воздействиям. Предполагается, что в каждой области  $\Omega_b$  ставится краевая задача для системы дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами. Краевую задачу для системы  $P$  дифференциальных уравнений в частных производных в блочной трехмерной области  $\Omega$  для каждого блока можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_b(\partial x_1, \partial x_2, \partial x_3)\varphi_b = \\ & = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P A_{spmkn}^b \varphi_{bp, x_1}^{(m)} \varphi_{x_2}^{(n)} \varphi_{x_3}^{(k)} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$s = 1, 2, \dots, P, \quad A_{sqmkn}^b = \text{const},$$

$$\varphi_b = \{\varphi_{b1}, \varphi_{b2}, \dots, \varphi_{bP}\},$$

$$\varphi_b(\mathbf{x}) = \varphi_b(x_1, x_2, x_3),$$

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\}, \quad \mathbf{x} \in \Omega_b, \quad b = 1, 2, \dots, B.$$

На общей, контактирующей, границе  $\partial\Omega_b \cap \partial\Omega_d$  задаются следующие граничные условия сопряжения:

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2, \partial x_3)\boldsymbol{\varphi}_b + \mathbf{R}_d(\partial x_1, \partial x_2, \partial x_3)\boldsymbol{\varphi}_d = \\ & = \sum_{m=1}^{M_1} \sum_{n=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{K_1} \sum_{p=1}^P \left[ B_{spmkn}^b \varphi_{bp, x_1}^{(m)} \varphi_{x_2}^{(n)} \varphi_{x_3}^{(k)} + \right. \\ & \quad \left. + B_{spmkn}^d \varphi_{dp, x_1}^{(m)} \varphi_{x_2}^{(n)} \varphi_{x_3}^{(k)} \right] = f_{bds}, \quad (2) \end{aligned}$$

$$s = 1, 2, \dots, \quad s_{b0} < P, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_b \cap \partial\Omega_d,$$

$$M_1 < M, \quad N_1 < N, \quad K_1 < K,$$

$$b, d = 1, 2, \dots, B.$$

Краевая задача (1)–(2) исследуется в пространствах медленно растущих обобщенных функций  $\mathbf{H}_s(\Omega)$ , описанных в [6, 7]. Граничные условия в общем виде описывают случай контакта блоков, когда на общих границах принимаются условия совпадения необходимых компонент физических полей, продиктованные соответствующими физическими законами. В частности, условия (2) могут быть намного проще — описывать отсутствие на границе внешних воздействий  $f_{bds}$  и представлять лишь требование равенства на общей границе решений и их производных. Но, как указано выше, это обстоятельство не позволяет приравнивать производные от решений, записанных в интегральной форме, поскольку их составляющими в методе факторизации являются обобщенные функции [6, 7]. Если речь идет о частях границ блоков, не являющихся общими с другими блоками, то на них принимаются граничные условия краевой задачи, рассмотренной в работах [6, 7]. В этих работах излагается схема применения дифференциального метода факторизации к указанным граничным задачам.

Следуя дифференциальному методу факторизации, сведем краевую задачу к системе функциональных уравнений, рассматривая каждую область  $\Omega_b$  в отдельности. В результате приходим к системе функциональных уравнений вида [6, 7]

$$\mathbf{K}_b(\boldsymbol{\alpha})\boldsymbol{\Phi}_b = \iint_{\partial\Omega_b} \boldsymbol{\omega}_b,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_b(\boldsymbol{\alpha}) \equiv -\mathbf{K}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2, -i\alpha_3) = \|k_{bnm}(\boldsymbol{\alpha})\|, \\ b = 1, 2, \dots, B. \end{aligned}$$

Вид и описание всех участвующих в этой системе обозначений заимствованы из [6, 7] с добавлением индексов  $b$ . В частности,  $\boldsymbol{\omega}_b$  — вектор внешних форм краевой задачи в области  $\Omega_b$ . Опуская дальнейшие преобразования, изложенные в [6, 7], получаем в случае блоков, занимающих выпуклые области, представление решения в каждом блоке в виде

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi}_b(\mathbf{x}^\nu) = \frac{1}{8\pi^3} \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{K}_{rb}^{-1}(\alpha_3^\nu) \mathbf{K}_b^{-1}(\alpha_3^\nu, -) \times \\ \times \iint_{\partial\Omega} \boldsymbol{\omega}_b e^{-i(\alpha_3^\nu x_3^\nu)} d\alpha_1^\nu d\alpha_2^\nu d\alpha_3^\nu, \end{aligned}$$

$$\mathbf{x}^\nu \in \Omega_b.$$

Решение можно сделать более наглядным, вычислив интеграл по параметру  $\alpha_3^\nu$  по теории форм-вычетов Лере. В результате получим

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi}_b(\mathbf{x}^\nu) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \sum_s e^{-i(\alpha_1^\nu x_1^\nu + \alpha_2^\nu x_2^\nu)} \times \\ \times \left[ \mathbf{K}_{rb}^{-1} \left( i \frac{\partial}{\partial x_3^\nu} \right) \mathbf{T}_{+b}(\alpha_1^\nu, \alpha_2^\nu, z_{s+}^\nu) e^{-iz_{s+}^\nu x_3^\nu} - \right. \\ \left. - \mathbf{K}_{rb}^{-1} \left( i \frac{\partial}{\partial x_3^\nu} \right) \mathbf{T}_{-b}(\alpha_1^\nu, \alpha_2^\nu, z_{s-}^\nu) e^{-iz_{s-}^\nu x_3^\nu} \right] \times \\ \times d\alpha_1^\nu d\alpha_2^\nu, \end{aligned}$$

$$t_{m\pm b}(\alpha_1^\nu, \alpha_2^\nu, z_{s\pm}^\nu) = - \sum_{p=1}^P \iint_{\partial\Omega_{\pm b}} \frac{\omega_{pb} Z_{mp}(z_{s\pm}^\nu)}{Q_b(z_{s\pm}^\nu) K_b'(z_{s\pm}^\nu)},$$

$$b = 1, 2, \dots, B,$$

$$\mathbf{T}_{\pm b} = \{0, 0, \dots, 0, t_{m\pm b}, 0, \dots, 0\}.$$

В этой формуле граница  $\partial\Omega_b$  для выбранного  $x_3^\nu < 0$ ,  $\mathbf{x}^\nu \in \Omega$  разбита по следующему правилу:

$$\iint_{\partial\Omega_b} \boldsymbol{\omega}_b = \iint_{\partial\Omega_{+b}} \boldsymbol{\omega}_b + \iint_{\partial\Omega_{-b}} \boldsymbol{\omega}_b,$$

$$\iint_{\partial\Omega_{+b}} \boldsymbol{\omega}_b \exp(-i\alpha_3^\nu x_3^\nu) \rightarrow 0, \quad \text{Im } \alpha_3^\nu \rightarrow \infty,$$

$$\iint_{\partial\Omega_{-b}} \boldsymbol{\omega}_b \exp(-i\alpha_3^\nu x_3^\nu) \rightarrow 0, \quad \text{Im } \alpha_3^\nu \rightarrow -\infty.$$

Если блок вырождается в полупространство или слоистую среду, псевдодифференциальные уравнения, появляющиеся в процессе решения краевой задачи, превращаются в алгебраические, после обращения которых решение строится в конечном виде [6, 7]. Если рассматриваемый блок не является выпуклым телом, для исследования краевой задачи применяется метод обобщенной факторизации [10].

*Замечание.* Процесс «сшивания» решений, получаемых в каждом блоке, в методе факторизации осуществляется автоматически при удовлетворении граничных условий. При наличии трещин, разломов или включений меньших размерностей последние надо рассматривать как границы блоков. В результате получается однотипный алгоритм исследования блочных структур с указанными неоднородностями. Ниже излагается применение собственных векторных функций в методе блочного элемента.

Введем в рассмотрение отдельный изотропный линейно-упругий блок структуры, находящийся в условиях динамического воздействия и представляющий собой произвольное выпуклое тело, занимающее область  $\Omega$  с границей  $\partial\Omega$ . Его напряженно-деформированное состояние описывается граничной задачей для уравнений Ламе, принимающей после применения преобразования Лапласа вид

$$(\lambda + 2\mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - \mu \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{u} - k^2 \mathbf{u} = 0, \quad (3)$$

$$\mathbf{u} = \{u_{x_1}, u_{x_2}, u_{x_3}\}, \quad k^2 = \rho z^2.$$

Здесь  $\mathbf{u}$  — вектор перемещений в блоке,  $z$  — параметр преобразования Лапласа,  $\rho$  — плотность среды блока,  $\lambda, \mu$  — параметры Ляме. Считается, что коэффициенты уравнения Ламе являются постоянными, а начальные условия нулевыми. Напомним, что в методе блочного элемента граничные условия можно использовать на этапе вывода псевдодифференциальных уравнений. Используя собственные векторные функции [10–12] в дифференциальном методе факторизации [6, 7], систему уравнений (3) приведем к функциональным уравнениям вида

$$\mathbf{K}_1 \mathbf{Y}_1 = \int_{\partial\Omega} \boldsymbol{\omega}_1, \quad \mathbf{K}_1 = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$b_{11} = (\lambda + 2\mu)\sigma^2 + \mu\alpha_3^2 + k^2,$$

$$b_{12} = i(\lambda + \mu)\sigma^2\alpha_3,$$

$$b_{21} = -i(\lambda + \mu)\alpha_3,$$

$$b_{22} = (\lambda + 2\mu)\alpha_3^2 + \mu\sigma^2 + k^2,$$

$$\mathbf{Y}_1 = \{Y_1, Y_3\}.$$

Вектор внешних форм представим в виде

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \{\omega_1, \omega_3\}, \quad (5)$$

$$\omega_1 = \{\boldsymbol{\tau}\mathbf{M} - i\mu\alpha_3 Y_1 + \lambda\sigma^2 Y_3\} dx_1 \wedge dx_2,$$

$$\omega_3 = \{\boldsymbol{\tau}\mathbf{S} - \mu Y_1 - i(\lambda + 2\mu)\alpha_3 Y_3\} dx_1 \wedge dx_2,$$

$$K_2 Y_2 = \int_{\partial\Omega} \omega_2,$$

$$K_2 = \mu(\sigma^2 + \alpha_3^2) + k^2,$$

$$\omega_2 = \{\boldsymbol{\tau}\mathbf{N} - i\mu\alpha_3 Y_2\} dx_1 \wedge dx_2,$$

где  $\boldsymbol{\tau} = \{\tau_{x_1 x_3}, \tau_{x_2 x_3}, \tau_{x_3 x_3}\}$  — вектор поверхностных напряжений на границе блока в локальной системе координат касательного расслоения границы. Здесь сохранены обозначения векторов  $\mathbf{M}, \mathbf{S}, \mathbf{N}$  из [11].

Предположим далее, что для каждого блока системы осуществлено касательное расслоение границы и введены локальные системы координат. Выделив малые окрестности границы у начал локальных координат, применим к произвольному выпуклому телу метод собственных векторных функций. Тогда с учетом принятых обозначений будем иметь представление решения в виде

$$\mathbf{u}(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{-\infty}^{\infty} (Y_1 \mathbf{M}^* + Y_2 \mathbf{S}^* + Y_3 \mathbf{N}^*) d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3.$$

При таком подходе важным является распад граничной задачи для системы трех уравнений Ламе на две граничные задачи: для системы двух уравнений и одного уравнения. Эту возможность обеспечивает метод блочного элемента. Несложный алгоритм факторизации матрицы-функции второго порядка обеспечивает получение достаточно простых интегральных уравнений в методе блочного элемента. Изложенная схема метода блочного элемента для одного блока переносится на блочную структуру для каждого ее блока.

### Литература

1. *Вартанян Г. С.* Некоторые деформационные механизмы функционирования эндодренажной системы Земли и сейсмичность // Отечественная геология. 2008. № 2. С. 18–27.
2. *Илюхин С. Р., Шестопапов В. Л.* Исследование геодинамики региона Крым – Западный Кавказ методами GPS-измерений // Известия Высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъёмка. 2007. № 3. С. 9–17.
3. *Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Бабешко В. А., Мухин А. С., Лозовой В. В., Кашков Е. В., Горшкова Е. М., Иванов П. Б.* Метод блочного элемента в проблеме шахт, подземных сооружений и теории сейсмических трасс // Вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2011. № 4. С. 22–29.
4. *Садовский М. А., Красный Л. И.* Блочная тектоника литосферы // ДАН СССР. 1986. Т. 287. № 6. С. 1451–1454.
5. *Акбаров С. Д., Гузь А. Н., Мовсумов Э. А., Мустафаев С. М.* Механика материалов с искривленными структурами. Киев: Наук. думка, 1995. 320 с.
6. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* Дифференциальный метод факторизации в блочных структурах и нано структурах // ДАН. Т. 415. № 5. 2007. С. 596–599.
7. *Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Бабешко В. А.* О дифференциальном методе факторизации в неоднородных задачах // ДАН. Т. 418. № 3. 2008. С. 321–323.
8. *Арутюнян Н. Х., Манжиров А. В., Наумов В. Э.* Контактные задачи механики растущих тел. М: Наука, 1991. 176 с.
9. *Арутюнян Н. Х., Манжиров А. В.* Контактные задачи теории ползучести. Ереван: Изд-во НАН РА, 1999. 320 с.
10. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* Об автоморфизме и псевдодифференциальных уравнениях в методе блочного элемента // ДАН. 2011. Т. 438. № 5. С. 623–625.
11. *Улитко А. Ф.* Метод собственных векторных функций в пространственных задачах теории упругости. Киев: Наук. думка, 1979. 262 с.
12. *Гринченко В. Т., Улитко А. Ф.* Равновесие упругих тел канонической формы. Киев: Наук. думка, 1985. 280 с.

Ключевые слова: блочные элементы, граничные задачи, блочные структуры.

Статья поступила 26 августа 2012 г.

Кубанский государственный университет, г. Краснодар

© Бабешко В. А., Мухин А. С., Бабешко О. М., Евдокимова О. В., Грищенко Д. В., Шестопапов В. Л., 2012