УДК 539.3

ОБ ОДНОМ АНОМАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ НА ДНЕВНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ[1]

Бабешко В. А.[2]***, Евдокимова О. В.***[3]***, Бабешко О. М.***[4]

CERTAIN ANOMALY ACTION OF THE ATMOSPHERE HEAT STREAM ON THE TERRITORY

Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M.

It was constructed a theory that enables us to determine the conditions of occurrence and anomalous behavior of certain natural processes. It is assumed that these natural processes are reasonably adequately described by the boundary-value problems for the differential equations. The anomaly natural process connected with the displacement of the heat by the atmosphere is studied.

Keywords: anomaly natural process, natural virus, boundary-value problems, differential equations.

Опираясь на теорию природных вирусов [1–3], математически описывается аномальное явление, которое может быть вызвано переносом тепла средой атмосферы. Формулируются физические условия, положенные в основу постановки граничной задачи. Сформулированы соотношения, обеспечивающие переход на выделенной территории к такому состоянию, которое является условием проявления природного вируса.

В климатологии нестабильное состояние погоды определяют значениями атмосферного давления, циклонами, достаточно устойчивыми и мигрирующими по поверхности Земли. Однако первопричиной последних являются особенности состояния температуры, то есть энергии, приводящей либо к повышению, либо к понижению давления и определяющей последующее движение этих зон. Существует достаточно большое количество математических моделей, описывающих атмосферные процессы. Наиболее значимыми являются модели, на основе нелинейных уравнениях Навье–Стокса, и модели, основанные на стохастических подходах. Однако в связи с обилием параметров из них невозможно извлечь количественные соотношения, определяющие аномальное поведение среды. В настоящей работе принимается достаточно типичная ситуация установившегося состояния среды, состоящая в наличии слоистости атмосферы. В каждом слое имеет место ламинарное распространение воздушных масс, имеющих соответствующие слоям плотности и температуры и скорости. В одном из слоев имеется источник, нагревающий движущиеся воздушные массы. На поверхности Земли имеет место теплообмен с атмосферой, нагреваемой как солнечным светом, так и теплоизлучением нагретых воздушных масс в атмосферных слоях. Исследуются режимы аномального состояния такой систе-

[1]Отдельные фрагменты работы выполнены при поддержке Соглашения №14.B37.21.0646 от 20 августа 2012 г. с Министерством образования и науки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013, грантов РФФИ (12-01-00330, 12-01-00332, 11-08-00381, 13-01-96502, 13-01-96505, 13-01-96508, 13-01-12003), гранта Президента РФ НШ-914.2012.1, программ отделения ЭММПУ и Президиума РАН, выполняемых Южным научным центром РАН.

[2]Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета, заведующий лабораторией Южного федерального университета; e-mail: babeshko41@mail.ru.

[3]Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

[4]Бабешко Ольга Мефодьевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

мы. Описанные в работах [1–8] типы природных вирусов являются сопутствующими многим процессам, моделируемым смешанными граничными задачами. Эти процессы могут быть весьма разнообразными, их связывают лишь однотипные природные вирусы, описываемые математически. При этом нет необходимости предугадывать, как будет выглядеть аномальное состояние процесса, имеющего природный вирус. Для этого достаточно решить соответствующую граничную задачу и определить условия проявления вируса, который сам продемонстрирует, чего можно ожидать. Именно это показано в настоящей работе. Как отмечено в [1–3], природные вирусы были обнаружены и изучены благодаря полуаналитическому методу блочного элемента и сопутствующим методам [9–12].

1. Введем декартову систему координат с плоскостью xoy на поверхности Земли и осью oz, направленной по нормали. Будем считать, что атмосфера имеет N слоев, определяемых верхними границами с координатами по высоте h_n, $n = 1, 2, \ldots, N$. Считаем, что в каждом слое перемещаются воздушные массы с постоянными векторами скоростей $\mathbf{b}_n = \{u_n, v_n, w_n\}$, имеющие температуры φ_n. Предполагается, что область ω слоя h_r постоянно нагревается стационарным источником тепла. Допуская при сделанных предположениях диффузионное и конвективное распространение тепла, потери в связи с излучением, уравнение распространения тепла примем в виде стационарного уравнения в слоистой среде вида

$$u_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + v_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} + w_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial z} - \mu_n \left(\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial y^2} \right) - \nu_n \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial z^2} + \sigma_n \varphi_n = M(x, y, z), \quad (1)$$

$$(x, y, z) \in \omega, \quad n = 1, 2, \ldots, N.$$

Здесь μ_n, ν_n — коэффициенты горизонтальной и вертикальной диффузии; σ_n — коэффициент, характеризующий потери тепла в связи с излучением и незначительными зонами турбулентности; компонента w_n характеризует учет возможного дрейфа воздушной массы по вертикали; непрерывная функция $M(x, y, z)$ характеризует установившийся нагрев атмосферной среды в ограниченной области ω, расположенной в слое h_r, т.е. задает количество тепла, выделяемого в некоторую единицу времени. Зона нагрева ω может быть как достаточно удаленной от рассматриваемой территории Ω, к которой атмосферные массы приходят в ламинарном режиме, так и расположенной близко.

На границах слоев принимаются условия непрерывности температур и градиентов температур в виде

$$\varphi_n = \varphi_{n+1}, \quad \nu_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial z} = \nu_{n+1} \frac{\partial \varphi_{n+1}}{\partial z}, \quad z = h_n.$$

На нижней границе пакета слоев задается условие теплообмена с поверхностью Земли и нагревом нижнего слоя поверхности в результате солнечного излучения и излучения тепла воздушными массами.

Это условие имеет вид

$$\tau_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} - \xi_1 \varphi_1 = q, \quad z = 0. \quad (2)$$

Функция q характеризует приток тепла к нижней границе слоя с учетом теплообмена. На верхней границе пакета слоев принимается условие теплообмена вида

$$\tau_N \frac{\partial \varphi_N}{\partial z} - \xi_N \varphi_N = 0, \quad z = h_N,$$

которое подбором параметров всегда можно трансформировать в иные виды граничных условий для подобной граничной задачи. Здесь τ_s, ξ_s, $s = \overline{1, N}$ — коэффициенты теплообмена и теплоотдачи.

2. Сформулированная граничная задача достаточно легко решается в замкнутом виде. Существует множество методов ее решения, несколько из них изложено, например, в [13]. Ради краткости рассмотрим трехслойную среду, во втором слое которой находится источник тепла, при этом в граничном условии (2) примем $\xi_1 = 0$.

В результате решение задачи в нижнем слое можно представить в виде

$$\varphi_1(x, y, z) = \mathbf{F}^{-1}(x, y) \big[K(\alpha, \beta, z) Q(\alpha, \beta) + \iiint\limits_{\omega} L(\alpha, \beta, z, \xi, \eta, \gamma) \times M(\xi, \eta, \gamma) d\xi d\eta d\gamma \big], \quad (3)$$

$$Q(a, \beta) = \mathbf{F}(\alpha, \beta) q.$$

Здесь $\mathbf{F}$ и $\mathbf{F}^{-1}$ — двумерные операторы преобразования и обращения Фурье соответственно [1–3]. Рассмотрим лежащую в плоскости xoy территорию Ω, которую будем считать ограниченной выпуклой с гладкой границей $\partial\Omega$. Внешность этой области обозначим $\overline{\Omega} = R^2 \backslash \Omega$. Используем соотношение (3) для получения интегрального уравнений, исходя из того, что на практике температура φ_1 в области Ω может быть измерена, как и интенсивность нагрева $M(x, y, z)$ в области ω.

Отсюда, полагая в (3) $z = 0$, получаем интегральное уравнение в виде

$$\mathbf{K}q = \varphi_1(x, y, 0) - \mathbf{L}M, \tag{4}$$

где

$$\mathbf{K}q = \iint_{\Omega} k(x - \xi, y - \eta) q(\xi, \eta) d\xi d\eta,$$

$$k(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{R^2} K(\alpha, \beta, 0) \times \\ \times \exp\left[-i(\alpha x + \beta y)\right] d\alpha d\beta \equiv \\ \equiv \mathbf{F}^{-1} K(\alpha, \beta, 0),$$

$$\mathbf{L}M = \\ = \mathbf{F}^{-1} \iiint_{\omega} L(\alpha, \beta, 0, \xi, \eta, \gamma) M(\xi, \eta, \gamma) d\xi d\eta d\gamma.$$

Здесь приняты обозначения

$$K(\alpha, \beta, 0) = \Delta^{-1}(\alpha, \beta),$$

$$\Delta = (\tau_1 k_{11} - \xi_1 - \tau_1 k_{12} t_5),$$

$$t_5 = \frac{R_3 \psi_{1c}(h_1) - \nu_1 k_{12} \psi_{1s}(h_1)}{R_3 \psi_{1s}(h_1) - \nu_1 k_{12} \psi_{1c}(h_1)},$$

$$t_4 = \frac{R_2 \psi_{2c}(h_2) + \nu_2 k_{22} \psi_{2s}(h_1)}{R_2 \psi_{2s}(h_1) - \nu_2 k_{22} \psi_{2c}(h_1)},$$

$$t_3 = \frac{(\tau_3 k_{31} - \xi_1) \psi_{3c}(h_3) + k_{32} \psi_{3s}(h_3)}{(\tau_3 k_{31} - \xi_1) \psi_{3s}(h_3) + k_{32} \psi_{3c}(h_3)},$$

$$R_3 = \left[\nu_2 k_{21} - \nu_1 k_{11} + \nu_2 k_{22} \psi_3(h_1)\right],$$

$$R_2 = \left[\nu_2 k_{21} - \nu_3 k_{31} - \nu_3 k_{32} \psi_2(h_2)\right],$$

$$\psi_3(h_1) = \frac{\psi_{2s}(h_1) - t_4 \psi_{2c}(h_1)}{\psi_{2c}(h_1) - t_4 \psi_{2s}(h_1)},$$

$$\psi_2(h_2) = \frac{\psi_{3s}(h_2) - t_3 \psi_{3c}(h_2)}{\psi_{3c}(h_2) - t_3 \psi_{3s}(h_2)},$$

$$\psi_{rc}(z) = \operatorname{ch} k_{r2} z, \quad \psi_{rs}(z) = \operatorname{sh} k_{r2} z,$$

$$k_{r2} = \frac{\sqrt{\varpi}}{2\nu_r},$$

$$\varpi = w_r^2 + 4\nu_r \left[\mu_r(\alpha^2 + \beta^2) - i(\alpha u_r + \beta v_r) + \sigma_r\right],$$

$$k_{r1} = \frac{w_r}{2\nu_r}, \quad r = 1, 2, 3.$$

Аналогичный вид имеет и функция $L(\alpha, \beta, 0, \xi, \eta, \gamma)$.

Ради краткости приведем лишь несколько описывающих ее составляющих.

$$L(\alpha, \beta, 0, \xi, \eta, \gamma) = \varphi_{21}^{-}(h_1) e^{-(\alpha\xi + \beta\eta)},$$

$$\varphi_{21}^{-}(h_1) = \varphi_{22}^{+}(\gamma) e^{k_{21} h_1} \left[\psi_{21c}(h_1) - t_2 \psi_{21s}(h_1)\right],$$

$$\varphi_{22}^{+}(z_0) = B_{21}^{+} e^{k_{21}\gamma} \left[\psi_{2c}(\gamma) - t_4 \psi_{2s}(\gamma)\right] \varphi_3(h_2),$$

$$B_{21}^{+} = \frac{1}{\nu_2^2 e^{2k_{21}\gamma} k_{22}(t_4 - t_2)},$$

$$\varphi_3(h_2) = \varphi_{22}^{+}(h_2) e^{k_{31} h_2} \left[\psi_{3c}(h_2) - t_4 \psi_{3s}(h_2)\right].$$

В соответствии со свойствами природных вирусов [1–3], будем рассматривать уравнение (4) не как интегральное уравнение, а как уравнение теории вирусов. Изложим ряд свойства представленных функций

Лемма 1. Функция $K(\alpha, \beta, 0)$ является четной мероморфной функцией параметров k_{r2}, $r = 1, 2, 3$, имеющей убывание вида $O\left[(\alpha^2 + \beta^2)^{-0{,}5}\right]$, $\alpha^2 + \beta^2 \to \infty$.

Асимптотическое поведение нулей Z_p и плюсов Ξ_p этой функций на бесконечности дается соотношением

$$Z_p \equiv k_{r2,p} = \pm icp(1 + O(p^{-1})),$$

$$\Xi_{ps} \equiv k_{r2,s} = \pm ids(1 + O(s^{-1})),$$

$$c > 0, \ d > 0, \quad p, \ s \to \infty.$$

Для исследования уравнения вируса (4), воспользуемся интегральным методом факторизации, изложенным в [9]. Нулевые и полярные множества в интегральном уравнении (3) в связи с анизотропией граничной задачи носят более сложный характер, чем рассмотренные в [3], для их приближенного представления необходимо применить подход работы [9]. Тогда нулевые и полярные множества функции $K(\alpha, \beta, 0)$ будем обозначать в виде $\gamma_{2n} = z_n(\gamma_1)$ и $\gamma_{2m} = \xi_m(\gamma_1)$, $\alpha = \gamma_2 \cos \gamma_1$, $\beta = \gamma_2 \sin \gamma_1$.

С учетом сказанного для рассматриваемой граничной задачи остается в силе теорема работы [3], которая формулируется, с сохранением принятых там обозначений в следующем виде.

Теорема. Природный вирус для заданного $\varphi_1(x, y, 0)$ локализует природный процесс до уровня

$$O(\exp\left[-\left|\operatorname{Im} \zeta_{m+1}(\gamma_1)(R - \rho)\right|\right], \tag{5}$$

$$R \in \bar{\Omega}, \quad \rho \in \Omega, \quad R - \rho \gg 1,$$

тогда и только тогда, когда выполняются соотношения

$$\mathbf{F}(\alpha_\lambda, \beta_\lambda) \mathrm{P}_\Omega \mathbf{K}_m^{-1}(x, y)\varphi_1 = 0, \qquad (6)$$

$$\lambda = 1, 2, \ldots, m,$$

$$\alpha_\lambda^2 + \beta_\lambda^2 + z_\lambda^2(\gamma_1) = 0.$$

Здесь P_Ω — проектор на область Ω, а $\mathbf{K}_m^{-1}$ — обратный оператор к усеченному оператору $\mathbf{K}_m$, введенному в [3].

Теорема формулирует условия проявления математически построенного природного вируса, позволяющего получить физическую интерпретацию рассматриваемого процесса в аномальном состоянии.

Лемма 2. Справедливо следующее утверждение

$$\mathbf{F}(\alpha_\lambda, \beta_\lambda) \mathrm{P}_\Omega \mathbf{K}_m^{-1}(x, y)\varphi_1 \to \mathbf{F}(\alpha_\lambda, \beta_\lambda)\varphi_1 \qquad (7)$$

$$\text{при } m \to \infty.$$

Лемма 3. Пусть имеют место соотношения (6) для $\lambda = 1, 2, \ldots, m_0$ и соотношение $\mathbf{F}(\alpha_\lambda, \beta_\lambda)\varphi_1 = 0$, $m_0 \gg 1$ для $\lambda = m_0 + 1, m_0 + 2, \ldots, m$.

Тогда функция $\varphi_1(x, y, 0)$ будет многократно менять знак на любом сечении в области Ω и тем чаще, чем больше m.

Таким образом, аномальность, вызванная проявлением рассматриваемого природного вируса, физически выражается в том, что перемежевывающиеся зоны поверхности территории в рассматриваемой области Ω оказываются разнородно нагретыми и имеются частые перепады температур. Очевидно, что в реальных условиях наличие разноуровневых значений температур на близких расстояниях приведет к ее перераспределению через посредство податливых атмосферных масс то есть к переходу тепловой энергии в кинетическую, сопровождающуюся ненастьем. Теперь можно сформулировать характер аномального природного явления, возникающего при проявлении рассматриваемого природного вируса.

Определение. Состояние атмосферной среды в приземном слое некоторой территории будем называть стремящимся к аномальному состоянию, если в перемежевывающихся зонах территории учащаются перепады температур.

Рассмотрим теперь влияние переноса тепла, обусловленного движением атмосферы, на состояние среды. Пусть в правой части соотношения (4) функция $\varphi_1(x, y, 0)$ достаточно гладкая, например, удовлетворяющая условиям, сформулированным в [7, 8], а функция $\mathbf{L}M$ является содействующей проявлению вируса. Рассматриваем уравнение (3) как уравнение теории вирусов [1–3], т.е. правые части могут изменяться. В этом случае функция $\varphi_1(x, y, 0)$ будет описывать фоновое значение температуры, в том числе и вне области Ω.

Применим к функции $\mathbf{L}M$ лемму 3. Пусть выполнены все условия, обеспечивающие удовлетворение функции $\mathbf{L}M$ условиям леммы. Тогда будет иметь место осцилляция температур в области Ω около некоторого фонового значения, вызванная переносом тепла атмосферными перемещениями, которая приведет (в соответствии с принятым определением) к ненастью.

Замечание. В работе на примере достаточно простого одновирусного природного процесса продемонстрировано применение теории природного вируса для выявления специфического аномального поведения природного процесса, присущего проявлению лишь этого вируса и, конечно, не охватывающего все типы аномального состояния процесса. Ранее в работах [4–8] были выявлены вирусы вибропрочности, полученные при анализе динамических смешанных задач [14]. С обнаружением более общих природных вирусов стало возможным, подобно изложенному в настоящей статье, анализировать физический характер аномального поведения многих природных процессов, в том числе многовирусных [2], в теории статической прочности [15], сейсмологии и экологии и т.д.

Литература

1. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* О «вирусной» теории некоторых аномальных природных явлений // ДАН. 2012. Т. 447. №1. С. 33–37.
2. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* «Вирусная теория» некоторых природных аномалий // ДАН. 2012. Т. 447. №6. С. 624–628.
3. *Бабешко В. А., Ритцер Д., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* О локализации энергии природных процессов и природные вирусы // ДАН. 2013. Т. 448. №4. 406-409.
4. *Бабешко В. А.* «Вирусы» вибропрочности // Известия вузов. Сев.-Кавк.регион. 1994. Спец. выпуск. С. 90–91.
5. *Бабешко В. А., Бужан В. В., Вильямс Р.* Вирусы вибропрочности в упругих твердых телах. Случай полупространства // ДАН. 2002. Т. 385. №3. С. 332–333.

6. *Бабешко В. А., Бужан В. В., Вильямс Р.* К проблеме локализации вибрационного процесса в упругом твердом теле совокупностью плоских жестких включений // ДАН. 2002. Т. 382. №6. С. 765–767.
7. *Бабешко В. А.* Среды с неоднородностями (случай совокупностей включений и трещин) // Известия РАН. Механика твердого тела. 2000. №3. С. 5–9.
8. *Бабешко В. А.* Тела с неоднородностями, случай совокупностей трещин // ДАН. 2000. Т. 372. №2. С. 192–193.
9. *Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимова О. В.* Интегральный метод факторизации в смешанных задачах для анизотропных сред // ДАН. 2009. Т. 426. №4. С. 471–475.
10. *Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимова О. В.* Об интегральном и дифференциальном методах факторизации // ДАН. 2006. Т. 410. №2. С. 168–172.
11. *Бабешко В. А., Бабешко О. М.* Метод факторизации в теории вирусов вибропрочности // ДАН. 2003. Т. 393. №4. С.473–477.
12. *Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.* Дифференциальный метод факторизации в блочных структурах и нано структурах // ДАН. 2007. Т. 415. №5. С. 596–599.
13. *Бабешко В. А., Павлова А. В., Бабешко О. М., Евдокимова О. В.* Математическое моделирование экологических процессов распространения загрязняющих веществ. Краснодар: КубГУ, 2009. 138 с.
14. *Ворович И. И., Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука. 1979. 320 с.
15. *Ворович И. И., Александров В. М., Бабешко В. А.* Неклассические смешанные задачи теории упругости. М: Наука, 1974. 456 с.

Ключевые слова: аномальный природный процесс, природные вирусы, граничные задачи, дифференциальные уравнения.

Статья поступила 12 октября 2013 г.

Кубанский государственный университет, г. Краснодар