

УДК 532.546

РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ О НАХОЖДЕНИИ КРИТИЧЕСКОГО ДЕБИТА ВОДОЗАБОРА, РАБОТАЮЩЕГО ВБЛИЗИ ЗАГРЯЗНЕННОГО БАССЕЙНА¹

Д. Н. Никольский²

SOLUTION OF A TWO-DIMENSIONAL PROBLEM ON DETERMINATION OF CRITICAL DISCHARGE OF THE WATER INTAKE NEAR TO A LOW-PURITY BASIN

Nikolsky D. N.

The work brings up the problem on determination of critical discharge of the water intake working in the nonuniform soil near to a basin with low-purity fluid. The water intake is fed by a stream of subsoil waters directed towards the basin with low-purity fluid. Low-purity and pure fluids are simulated by fluids of various viscosities. The problem stated is solved by the method of discrete singularities.

The work studies the impact of fluids viscosity on the interval of time, at the expiration of which the low-purity fluid reaches a contour of the water intake at various discharges of the water intake. The critical discharge of the water intake has been determined, at which pollutants do not get into the water intake. For example, sequential positions of the pollution boundary line during its advancing to the water intake have been developed for concrete values of discharge and fluids viscosities.

1. Постановка задачи

Решение задач о совместной фильтрации загрязненной и чистой жидкостей, значимых в вопросах охраны окружающей среды, а также эксплуатация нефтяных и газовых месторождений, водоносных слоев грунта обусловили разработку математических моделей совместной фильтрации различных жидкостей.

Задачами, связанными с совместной фильтрацией нескольких жидкостей, занимались многие исследователи. Существующие модели рассмотрены в работе [1]. В этой работе предложена новая математическая модель, которая используется в данной статье для проведения исследований.

Рассмотрим двумерную фильтрацию в тонком неоднородном изотропном слое проводимости $P = KH$ (K — коэффициент проницаемости слоя, H — его толщина) с горизонтальной подошвой. Пусть замкнутый контур питания L_0 (может быть замкнут на бесконечности) является внешней границей некоторой области течения D . Резкая подвижная грани-

ца Γ_t (граница загрязнения) делит область D на части D_1 и D_2 , занятые жидкостями вязкости μ_1 и μ_2 соответственно. Границы L_0 и Γ_t моделируются кривыми класса Ляпунова.

В области D расположен водозабор, моделируемый стоком с дебитом $q = \frac{\Pi}{P(M)}$. Здесь Π — полный расход через водозабор, $P(M)$ — проводимость слоя в точке забоя водозабора M . Контур водозабора L_1 моделируется окружностью малого радиуса.

Область D может содержать сингулярную линию L , на которой проводимость слоя обращается в нуль или бесконечность. Таким образом, в общем случае под областью D понимается $D = D_1 \cup D_2 \cup C$, где контур $C = L_0 \cup L_1 \cup \Gamma_t \cup L$ обходится по часовой стрелке (рис. 1).

Фильтрацию несжимаемой жидкости в неоднородной и недеформируемой среде описывают закон Дарси и уравнение неразрывности

$$\mathbf{v}(M, t) = \frac{K(M)}{\mu} \nabla_M \varphi(M, t),$$

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (03-01-96433).

²Никольский Дмитрий Николаевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры информатики физико-математического факультета Орловского государственного университета.

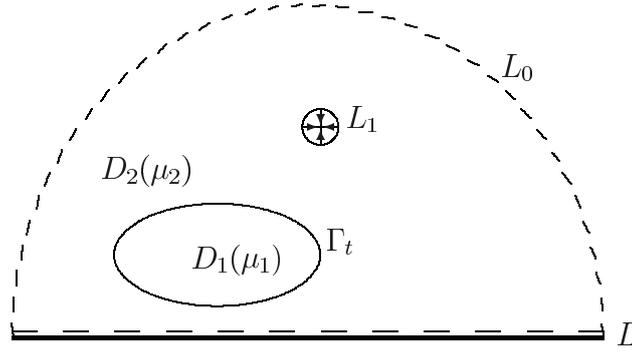


Рис. 1. Постановка задачи

$$\varphi(M, t) = -p(M, t) - \gamma z, \quad \nabla_M \cdot \mathbf{v}(M, t) = 0.$$

Здесь $\mathbf{v}(M, t)$ — скорость фильтрации, $K(M)$ — коэффициент проницаемости среды, μ — вязкость жидкости, $\varphi(M, t)$ — квазипотенциал скорости фильтрации, $p(M, t)$ — давление, γ — удельный вес жидкости, z — координата, отсчитываемая по вертикали вверх, t — время.

Скорость фильтрации связана с физической скоростью $\frac{d\mathbf{r}(M, t)}{dt}$ равенством

$$\mathbf{v}(M, t) = \frac{d\mathbf{r}(M, t)}{dt}.$$

Уравнения записаны в безразмерных величинах. При этом выбраны следующие характерные величины: размер R_0 , коэффициент проницаемости K_0 , вязкость μ_0 , квазипотенциал скорости фильтрации Φ_0 , давление P_0 , скорость V_0 и время T_0 . Причем

$$\Phi_0 = P_0 = \gamma R_0, \quad V_0 = \frac{\gamma K_0}{\mu_0}, \quad T_0 = \frac{\sigma \mu_0 R_0}{\gamma K_0},$$

где γ — удельный вес жидкости, σ — пористость грунта.

Рассмотрим двумерную фильтрацию в неоднородном слое проводимости

$$P(M) = K(M)H(M),$$

где $H(M)$ — толщина слоя. Проводимость слоя $P(M)$ моделируется непрерывной и хотя бы один раз дифференцируемой функцией координат.

Ограничимся изучением течений в тонких слоях с горизонтальной плоской подошвой. В плоскости подошвы слоя, уравнение которой $z = 0$, выберем оси декартовых координат x, y .

Пусть в области D_1 течение описывается квазипотенциалом $\varphi_1(M, t)$, а в области

D_2 — квазипотенциалом $\varphi_2(M, t)$. Из приведенных выше соотношений следует, что квазипотенциалы $\varphi_1(M, t)$ и $\varphi_2(M, t)$, удовлетворяют уравнениям эллиптического типа

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(P(M) \frac{\partial \varphi_\nu(M, t)}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(P(M) \frac{\partial \varphi_\nu(M, t)}{\partial y} \right) = 0, \\ M \in D_\nu, \quad \nu = 1, 2, \end{aligned} \quad (1.1)$$

решение которых будем искать в классе функций $C^{(2)}(\overline{D}_1)$ и $C^{(2)}(\overline{D}_2)$.

Полагаем, что «поршневое» вытеснение и капиллярные силы пренебрежимо малы. В этом случае на границе Γ_t выполняются условия непрерывности давлений и расхода жидкостей. Эти условия для квазипотенциалов скорости фильтрации имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi_1^+(M, t) = \varphi_2^-(M, t), \\ \frac{1}{\mu_1} \left(\frac{\partial \varphi_1(M, t)}{\partial n_M} \right)^+ = \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{\partial \varphi_2(M, t)}{\partial n_M} \right)^-, \\ M \in \Gamma_t. \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{n}_M — единичный вектор нормали, знаками «+» и «-» обозначены предельные значения соответствующих функций при подходе к Γ_t из областей D_1 и D_2 .

Для квазипотенциалов на контуре питания L_0 и контуре водозабора L_1 выполняются условия

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_1} \varphi_1^-(M, t) = \alpha_0(M, t), \quad M \in L_0, \\ \frac{1}{\mu_\nu} \varphi_\nu(M, t) = \alpha_1(M, t), \quad M = M_* \in L_1, \end{aligned}$$

где $\alpha_0(M, t)$, $\alpha_1(M, t)$ — заданные функции, в качестве точки $M_* \in L_1$ можно выбирать любую точку контура L_1 в силу его малости.

Рассмотрим случай, когда проводимость слоя на линии L равна бесконечности, то есть линия L — эквипотенциаль, и на ней имеет место условие

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_1} \varphi_1(M, t) &= A, \\ A &= \text{const}, \quad M \in L. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Введем параметрические уравнения подвижной границы Γ_t

$$x = x(\zeta, t), \quad y = y(\zeta, t), \quad (\zeta — \text{параметр}).$$

Начальное ее положение Γ_0 в момент времени $t = 0$

$$\begin{aligned} x &= x(\zeta, 0) = x_0(\zeta), \\ y &= y(\zeta, 0) = y_0(\zeta). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Для нахождения положения границы Γ_t в моменты времени $t > 0$, запишем дифференциальные уравнения ее движения

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{K(M)}{2} \left[\frac{1}{\mu_1} \left(\frac{\partial \varphi_1(M, t)}{\partial x} \right)^+ + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{\partial \varphi_2(M, t)}{\partial x} \right)^- \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \frac{K(M)}{2} \left[\frac{1}{\mu_1} \left(\frac{\partial \varphi_1(M, t)}{\partial y} \right)^+ + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{\partial \varphi_2(M, t)}{\partial y} \right)^- \right], \quad M \in \Gamma_t. \end{aligned}$$

Течение жидкости вязкости $\mu = 1$, вызванное работой водозаборной скважины в отсутствие границ Γ_t и L , описываем квазипотенциалом $\varphi_0(M, t) = q(t)f(M, M_1)$.

Функция $f(M, M_1)$ имеет логарифмическую особенность в точке $M_1(x_1, y_1)$ и зависит от закона изменения проводимости слоя. Квазипотенциал $\varphi_0(M, t)$ непрерывен и удовлетворяет уравнению (1.1) всюду в области D , за исключением точки $M_1(x_1, y_1)$. В случае, если в область D входит сингулярная линия L , квазипотенциал $\varphi_0(M, t)$ удовлетворяет условию (1.2).

Квазипотенциалы φ_1 и φ_2 ищем в виде

$$\varphi_\nu(M, t) = \mu_\nu [\varphi_0(M, t) + \varphi_*(M, t)], \quad \nu = 1, 2.$$

Квазипотенциал возмущения φ_* определяется выражением

$$\begin{aligned} \varphi_*(M, t) &= \int_{\Gamma_t} g(N, t) P(N) \frac{\partial \Phi_1(M, N)}{\partial n_N} dl_N + \\ &\quad + \int_{L_0} f(N, t) P(N) \frac{\partial \Phi_1(M, N)}{\partial n_N} dl_N, \\ N &= N(\xi, \eta), \quad M = M(x, y) \in D \setminus C. \end{aligned}$$

Здесь $g(N, t)$ и $f(N, t)$ — плотности потенциалов двойных слоев, распределенных на границах Γ_t и L_0 ; $\Phi_1(M, N)$ — фундаментальное решение уравнения (1.1). Это решение удовлетворяет условию (1.2) на сингулярной линии L , если она ограничивает область D_1 .

Тогда для решения задачи о работе системы скважин с подвижной границей Γ_t имеем систему, состоящую из неоднородных интегральных уравнений второго рода типа Фредгольма

$$\begin{aligned} g(M, t) - 2\lambda G_*(M, t) &= \\ &= 2\lambda \varphi_0(M, t), \quad M \in \Gamma_t, \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} f(M, t) - 2G_*(M, t) - 2\varphi_0(M, t) &= \\ &= -2\alpha_0(M, t), \quad M \in L_0, \end{aligned} \quad (1.5)$$

интегрального соотношения

$$\begin{aligned} G_*(M, t) + \varphi_0(M, t) &= \\ &= \alpha_i(M, t), \quad M = M_* \in L_1, \end{aligned} \quad (1.6)$$

дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= K(M) \frac{\partial \varphi_0(M, t)}{\partial x} + \\ &\quad + \frac{1}{H(M)} \int_{\Gamma_t} \frac{\partial g(N, t)}{\partial l_N} \frac{\partial \Psi_2(M, N)}{\partial y} dl_N + \\ &\quad + \frac{1}{H(M)} \int_{L_0} \frac{\partial f(N, t)}{\partial l_N} \frac{\partial \Psi_2(M, N)}{\partial y} dl_N, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= K(M) \frac{\partial \varphi_0(M, t)}{\partial y} - \\ &\quad - \frac{1}{H(M)} \int_{\Gamma_t} \frac{\partial g(N, t)}{\partial l_N} \frac{\partial \Psi_2(M, N)}{\partial x} dl_N - \\ &\quad - \frac{1}{H(M)} \int_{L_0} \frac{\partial f(N, t)}{\partial l_N} \frac{\partial \Psi_2(M, N)}{\partial x} dl_N, \end{aligned} \quad M \in \Gamma_t \quad (1.7)$$

с начальными условиями (1.3). Интегральный оператор G_* имеет вид

$$G_*(M, t) = \int_{\Gamma_t} g(N, t) P(N) \Omega(M, N) dl_N + \int_{L_0} f(N, t) P(N) \Omega(M, N) dl_N,$$

при этом

$$\Omega(M, N) dl_N = -\frac{\partial \Phi_1(M, N)}{\partial \xi} d\eta + \frac{\partial \Phi_1(M, N)}{\partial \eta} d\xi, \\ \lambda = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2 + \mu_1}.$$

Функция $\Psi_2(M, N)$ — второе фундаментальное решение эллиптического уравнения, сопряженного уравнению (1.1), учитывает линию L , если эта линия ограничивает область D_1 .

Систему уравнений (1.4)–(1.7) с условиями (1.3) назовем основной системой уравнений.

2. Численная схема решения основной системы уравнений

Для решения основной системы уравнений воспользуемся методом дискретных особенностей. Для этого подвижную границу Γ_t в каждый момент времени t_j , $j = 0, 1, 2, \dots$ представим системой точек (x_m^j, y_m^j) , $m = 1, 2, \dots, n_1$, а контур питания L_0 — системой точек (ξ_m, η_m) , $m = 1, 2, \dots, n_2$. Отметим, что Γ_t и L_0 разбиваются так, чтобы они обходились по часовой стрелке. Следуя [2], интегралы заменим на суммы по квадратурной формуле прямоугольников, а дифференциалы — разностными аналогами, тогда система (1.4)–(1.7) примет вид

$$g_m^j - 2\lambda \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^{n_1} g_k^j P(x_k^j, y_k^j) \Omega(x_m^j, y_m^j, x_k^j, y_k^j) \Delta l_k - \\ - 2\lambda \sum_{k=1}^{n_2} f_k^j P(\xi_k, \eta_k) \Omega(x_m^j, y_m^j, \xi_k, \eta_k) \Delta l_k = \\ = 2\lambda \varphi_0^j(x_m^j, y_m^j), \\ m = 1, 2, \dots, n_1, \quad j = 0, 1, \dots, \quad (2.1)$$

$$f_m^j - 2 \sum_{k=1}^{n_1} g_k^j P(x_k^j, y_k^j) \Omega(\xi_m, \eta_m, x_k^j, y_k^j) \Delta l_k - \\ - 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^{n_2} f_k^j P(\xi_k, \eta_k) \Omega(\xi_m, \eta_m, \xi_k, \eta_k) \Delta l_k - \\ - 2\varphi_0^j(\xi_m, \eta_m) = -2\alpha_0^j(\xi_m, \eta_m) \\ m = 1, 2, \dots, n_2, \quad j = 0, 1, \dots, \quad (2.2)$$

$$\sum_{k=1}^{n_1} g_k^j P(x_k^j, y_k^j) \Omega(x, y, x_k^j, y_k^j) \Delta l_k + \\ + \sum_{k=1}^{n_2} f_k^j P(\xi_k, \eta_k) \Omega(x, y, \xi_k, \eta_k) \Delta l_k + \\ + \varphi_0^j(x, y) = \alpha_1^j(x, y), \\ (x, y) = (x_*, y_*) \in L_1, \quad j = 0, 1, \dots, \quad (2.3)$$

где

$$\Omega(a, b, c, d) \Delta l = \\ = -\frac{\partial \Phi_1(a, b, c, d)}{\partial c} \Delta d + \frac{\partial \Phi_1(a, b, c, d)}{\partial d} \Delta c,$$

(x_*, y_*) — произвольная точка контура L_1 ;

$$\frac{x_m^{j+1} - x_m^j}{\Delta t_j} = K(x_m^j, y_m^j) \frac{\partial \varphi_0^j(x_m^j, y_m^j)}{\partial x_m^j} + \\ + \frac{1}{H(x_m^j, y_m^j)} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^{n_1} \frac{\partial \Psi_2(x_m^j, y_m^j, x_k^j, y_k^j)}{\partial y_m^j} \Delta g_k^j + \\ + \frac{1}{H(x_m^j, y_m^j)} \sum_{k=1}^{n_2} \frac{\partial \Psi_2(x_m^j, y_m^j, x_k^j, y_k^j)}{\partial y_m^j} \Delta f_k^j,$$

$$\frac{y_m^{j+1} - y_m^j}{\Delta t_j} = K(x_m^j, y_m^j) \frac{\partial \varphi_0^j(x_m^j, y_m^j)}{\partial y_m^j} - \\ - \frac{1}{H(x_m^j, y_m^j)} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^{n_1} \frac{\partial \Psi_2(x_m^j, y_m^j, x_k^j, y_k^j)}{\partial x_m^j} \Delta g_k^j - \\ - \frac{1}{H(x_m^j, y_m^j)} \sum_{k=1}^{n_2} \frac{\partial \Psi_2(x_m^j, y_m^j, x_k^j, y_k^j)}{\partial x_m^j} \Delta f_k^j, \\ m = 1, 2, \dots, n_1, \quad \Delta t_j = t_{j+1} - t_j, \\ j = 0, 1, \dots, \quad (2.4)$$

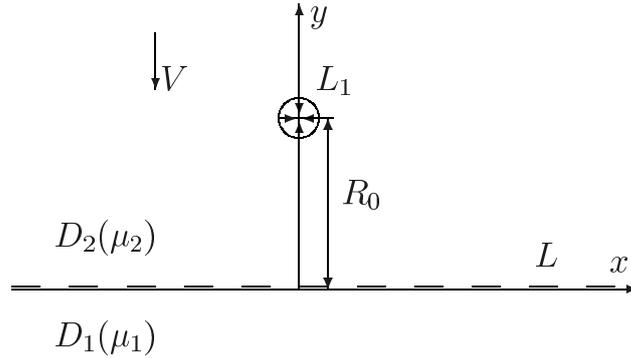


Рис. 2. Водозабор вблизи загрязненного бассейна

где

$$\Delta x_k^j = \frac{x_{k+1}^j - x_{k-1}^j}{2}, \quad \Delta y_k^j = \frac{y_{k+1}^j - y_{k-1}^j}{2},$$

$$\Delta g_k^j = \frac{g_{k+1}^j - g_{k-1}^j}{2}, \quad \Delta f_k^j = \frac{f_{k+1}^j - f_{k-1}^j}{2},$$

$$g_k^j = g(x_k^j, y_k^j, t_j), \quad f_k^j = f(\xi_k, \eta_k, t_j).$$

Таким образом, для решения задачи о работе системы скважин с подвижной границей имеем систему $n_1 + n_2 + 1$ алгебраических (2.1)–(2.3) и разностных (2.4) уравнений.

3. Результаты численных расчетов

Рассмотрим случай, когда водозабор питается потоком грунтовых вод, содержащих чистую жидкость. Водозабор расположен вблизи бассейна со свободной жидкостью. Жидкость в бассейне содержит загрязнение.

Границу L раздела грунта и бассейна моделируем прямой линией. Расположим оси x и y декартовой системы координат так, чтобы ось абсцисс совпадала с линией L , а центр контура водозабора L_1 располагался на оси ординат (рис. 2).

Для учета бассейна со свободной жидкостью коэффициент проницаемости грунта моделируем степенной функцией вида $K = y^{-s}$, $s > 0$. Толщину слоя считаем постоянной ($H = 1$).

Сингулярная линия L является эквипотенциальной, поэтому основная система уравнений (1.4) – (1.7) упрощается, из нее следует исключить уравнение (1.5) и положить $f(N, t) = 0$ в остальных уравнениях.

В начальный момент времени $t = 0$ граница загрязнения Γ_0 представляет собой прямую с уравнением $y = 0$ (совпадает с L). За

характерный размер R_0 примем кратчайшее расстояние от центра скважины до линии L . Водозаборная скважина имеет радиус 10^{-3} .

Фундаментальные решения и потенциал невозмущенного течения, входящие в упрощенную основную систему уравнений, имеют вид [3]

$$\Phi_1 = \frac{1}{2\pi} (\eta y)^{\frac{s}{2}} Q_{\frac{s}{2}}(\omega),$$

$$\Psi_2 = -\frac{1}{2\pi} (\eta y)^{-\frac{s}{2}} Q_{\frac{s}{2}-1}(\omega),$$

$$\varphi_0 = -V \frac{y^{s+1}}{s+1} + \frac{q}{2\pi} \left(\frac{y}{y_1} \right)^{\frac{s}{2}} Q_{\frac{s}{2}}(\omega_1), \quad s > 0,$$

$$\omega = \frac{(x - \xi)^2 + y^2 + \eta^2}{2y\eta}, \quad (3.1)$$

$$\omega_1 = \frac{(x - x_1)^2 + y^2 + y_1^2}{2yy_1}.$$

Здесь $Q_\nu(\omega)$ ($Q_\nu(\omega_1)$) – функция Лежандра второго рода аргумента ω (ω_1) индекса $\left(\nu = \frac{s}{2}, \frac{s}{2} - 1\right)$ [4].

Практическое значение в исследуемой задаче имеет время T , по истечению которого граница Γ_t (граница загрязнения) достигнет контура водозабора, так как в этот момент начинается загрязнение скважины и ее следует отключить. Интерес также представляет эволюция границы загрязнения.

За характерное время T_0 примем время загрязнения скважины при $s = 0$ (однородный грунт), $\lambda = 0$ (одножидкостная система) и $V = 0$. Это время определяется по формуле [1]

$$T_0 = \frac{\pi d^2 (3y_1 - d)}{3qy_1} \quad \text{или} \quad T_0 = \frac{2\pi\sigma R_0^2}{3\tilde{q}}.$$

Здесь \tilde{q} – размерный дебит скважины.

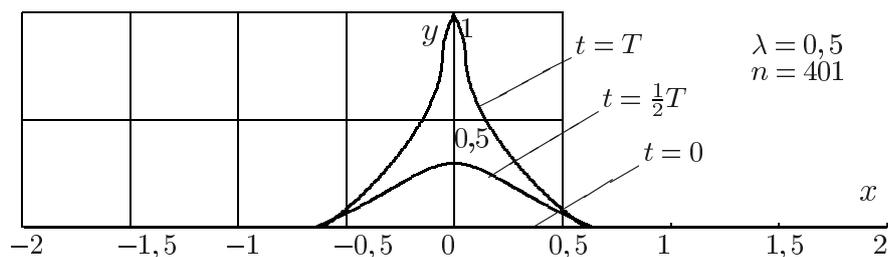


Рис. 3. Эволюция границы загрязнения

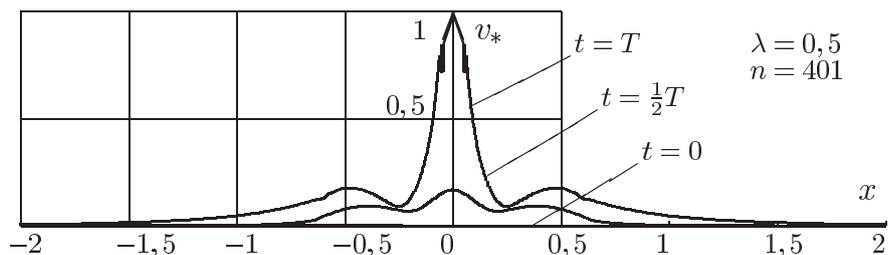


Рис. 4. Скорость возмущения

Число n_1 точек разбиения границы загрязнения выбирается исходя из практической сходимости [2]. Так рассмотрим случай $s = 2$ и $\lambda = 0,5$ и $V = 1$. Время T для различных n_1 и шагов по времени $\Delta t = \Delta t_j$, $j = 0, 1, \dots$ приведено в таблице.

n_1	101	201	401	801
T ($\Delta t = 0,006$)	0,81	0,792	0,780	0,774
T ($\Delta t = 0,003$)	0,807	0,789	0,777	0,771

Из таблицы видно, что можно использовать время загрязнения T при $n_1 = 401$ и $\Delta t = 0,006$, так как дальнейшее увеличение числа n_1 точек разбиения границы загрязнения вдвое или уменьшение шага по времени Δt вдвое приводит к результату отличному менее, чем на один процент.

На рис. 3 построены положения границы загрязнения в различные моменты времени t при $s = 2$, $\lambda = 0,5$, $V = 1$ и $n_1 = 401$. Приведенный рисунок позволяет проследить эволюцию загрязнения в грунте, а также оценить очаг загрязнения.

Отметим, что при численных расчетах прямая была заменена отрезком $x \in [-2, 2]$. Длина отрезка была выбрана так, чтобы в течение всего времени эволюции границы загрязнения, скорость возмущения v_* на краях отрезка была намного меньше, чем в его центре. Рис. 4 иллюстрирует скорость возмущения в различные моменты времени t . Видно, что на краях отрезка эта скорость близка к

нулю в течение всего времени эволюции границы загрязнения.

За характерный дебит примем критический дебит, при котором загрязнение не попадает в водозабор при $\lambda = 0$ и $s = 2$ [5] $q_0 = \frac{1}{2}\pi V$ или $q_0 = \frac{1}{2}\pi R_0 \tilde{V}$. Здесь \tilde{V} — размерная скорость поступательного потока.

Зависимости времени загрязнения водозабора T от дебита скважины q для различных значений параметра λ построены на рис. 5. Скорость поступательного потока $V = 1$.

С уменьшением дебита водозабора время его загрязнения T увеличивается. И при некотором критическом дебите загрязнение не попадает в водозабор. На рис. 5 критические дебиты водозабора для различных λ можно найти, построив асимптоты к каждой кривой. Все три кривые на графике имеют общую асимптоту $q = 1$, следовательно, влияние параметра λ на критический дебит скважины несущественно.

Очевидно, что параметр λ оказывает заметное влияние на время загрязнения водозабора при значениях дебита q , принадлежащих отрезку $(1, 4]$. Так, например, при $q = 1,27$ время T при $\lambda = 1$ и $\lambda = 0$ отличается на 37%, а при $\lambda = -0,75$ и $\lambda = 0$ — на 26%.

Полученный результат можно объяснить качественно. При $\mu_2 > \mu_1$ ($\lambda > 0$) происходит сгущение линий тока, проходящих от Γ_0 к скважине, по сравнению со случаем $\mu_2 = \mu_1$ ($\lambda = 0$). При этом происходит увеличение скорости движения границы Γ_t , и время

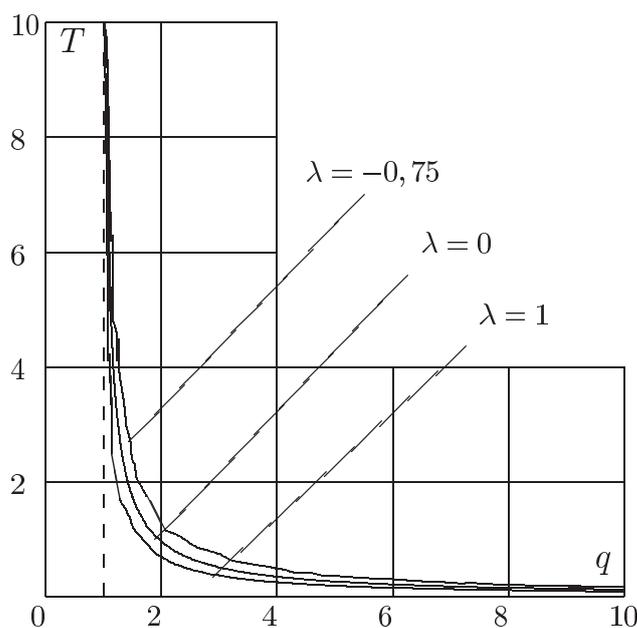


Рис. 5. Зависимость времени загрязнения от дебита водозабора

T уменьшается. При $\mu_2 < \mu_1$ ($\lambda < 0$) происходит разряжение линий тока и, следовательно, увеличение времени T .

Кроме того, в обоснование достоверности полученных результатов, следует отметить, что используемая математическая модель для случая однородных слоев ($P = 1$) была успешно протестирована на известных решениях, полученных другими методами и сопоставленных с экспериментом [1].

Литература

1. *Никольский Д. Н.* Математическое моделирование работы системы скважин в однородных и неоднородных слоях с подвижной гра-

ницей раздела жидкостей различной вязкости: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Орел, 2001. 191 с.

2. *Лифанов И. К.* Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М.: ТОО Янус, 1995. 520 с.
3. *Пивень В. Ф.* Теория двумерных процессов в неоднородных слоях со степенным законом изменения их проводимостей // ПММ. 1997. Т. 61. Вып. 4. С. 595–605.
4. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. М.: Наука, 1977. 344 с.
5. *Никольский Д. Н.* Продвижение границы раздела «разноцветных» жидкостей к скважине в неоднородном слое, проводимость которого характеризуется степенным законом // Вестник науки: Сб. ОрелГТУ, 1999. Т. 1. Вып. 5. С. 276–279.