

УДК 521.31

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТЫ И ВЕРОЯТНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЯ С ЗЕМЛЕЙ ВНОВЬ ОТКРЫТОГО НЕБЕСНОГО ТЕЛА

*Вавилов Д. Е.<sup>1</sup>, Медведев Ю. Д.<sup>2</sup>*

DETERMINATION OF THE ORBIT AND THE PROBABILITY OF COLLISION WITH THE EARTH  
RECENTLY DISCOVERED CELESTIAL BODIES

Vavilov D. E., Medvedev Yu. D.

The universal method for the determination of the orbits of small bodies in the Solar system has been developed. In this method the orbital planes of motion are enumerated. We propose the technique of estimating the probability of collision of celestial bodies with the Earth. In this technique a coordinate system associated with a nominal osculating orbit are used. Comparison of the results with sites JPL and NEODyS shows a satisfactory agreement.

Keywords: NEOs, determination of orbit, the probability of collision with the Earth.

### Введение

Рассматривается задача выявления опасных для Земли астероидов и комет среди вновь открываемых. Предлагается определять орбиту небесных тел новым методом, обладающим рядом преимуществ по сравнению с классическими. В случае, когда орбита вновь открытого небесного тела имеет небольшое значение MOID (минимальное межорбитальное расстояние тела и Земли), предлагается использовать оригинальную методику оценки вероятности столкновения небесного тела с Землей.

### 1. Определение орбит методом перебора плоскостей

Для определения орбит вновь открываемых небесных тел предлагается применять новый метод [1]. В этом методе геоцентрические расстояния малого тела находятся путем перебора орбитальных плоскостей с последующим определением расстояний от наблюдателя до точек пересечения выбранной плоскости с векторами направления на объект. Выбираются два опорных наблюдения и, исключая варианты, дающие заведомо маловероятные гелиоцентрические расстояния, классическим методом Гаусса [2] по двум ге-

лиоцентрическим положениям и интервалу времени между ними определяются остальные элементы орбиты. По полученным системам элементов находятся значения среднеквадратических уклонений наблюдаемых положений от вычисленных для всех имеющихся позиционных наблюдений. Системы элементов, дающие наименьшие среднеквадратические уклонения, считаются наиболее вероятными для вновь открытого малого тела. Затем полученная система элементов улучшается дифференциальным методом с учетом основных возмущений.

Преимуществом метода является отсутствие итераций при поиске геоцентрических расстояний. В классических методах задача нахождения геоцентрических расстояний до объекта сводится к системе трансцендентных уравнений, которая решается итерациями. При итерациях сходимость к точному решению во многом определяется удачным выбором начальных значений, при этом встречаются случаи, когда в качестве решения получаются отрицательные значения расстояний. В предлагаемом методе итерации отсутствуют и получение отрицательных геоцентрических расстояний невозможно. Кроме того, в настоящее время число наблюдений у вновь открытых небесных тел, практически во всех случаях, значительно боль-

<sup>1</sup>Вавилов Дмитрий Евгеньевич, аспирант Института прикладной астрономии РАН, e-mail: dj\_vil@bk.ru.

<sup>2</sup>Медведев Юрий Дмитриевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий лабораторией малых тел Солнечной системы Института прикладной астрономии РАН, e-mail: medvedev@ipa.nw.ru.

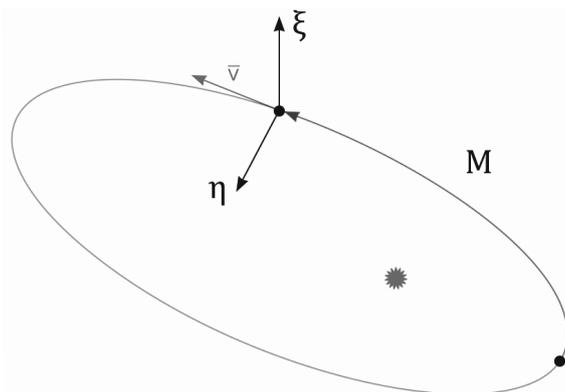


Рис. 1. Криволинейная система координат

ше 3. Поэтому, как правило, уже по первым наблюдениям дается орбита, полученная дифференциальным методом с учетом возмущений. Поэтому необходимо, чтобы алгоритм нахождения начального приближения для дифференциального метода был максимально эффективен и надежен.

Предлагаемый метод, по нашему мнению, этими свойствами обладает. Это было продемонстрировано вычислением 34 орбит астероидов, сближающихся с Землей. Было показано, что для 11 из 34 астероидов определить предварительную орбиту, которая могла бы быть в дальнейшем улучшена дифференциальным методом, классическим методом Гаусса не удалось, в то время как по предложенной методике предварительные орбиты всех рассматриваемых астероидов были улучшены дифференциальным методом.

## 2. Методика вычисления вероятности столкновения небесного тела с Землей

Предполагается, что момент, в который необходимо оценить вероятность столкновения, отстоит от интервала наблюдений на несколько оборотов малого тела вокруг Солнца. Так же считается, что виртуальные астероиды, описывающие область возможных положений, движутся по траекториям, мало отличающимся от траектории номинального решения. Область возможных положений виртуальных астероидов постепенно вытягивается вдоль орбиты номинального решения, из-за различий средних движений тел и неодинакового воздействия возмущающих факторов на разные астероиды. Если орбиты виртуальных астероидов проходят вблизи орбиты Земли, то на очередном

обороте Земля может сблизиться или даже столкнуться с некоторыми из виртуальных астероидов, в то время как другие виртуальные тела проследуют на более или менее значительном расстоянии от нее. С течением времени разница в положении отдельных астероидов на орбите может составить целый оборот, при этом различие в плоскости, расположенной перпендикулярно орбите может оставаться небольшим. В связи с этим наибольшую ошибку будет иметь средняя аномалия  $M$ .

Принимая это обстоятельство во внимание при расчете вероятности столкновения малого тела с Землей в тот или иной момент времени, предлагается использовать криволинейную систему координат, связанную с номинальной орбитой. В качестве пространственных координат используются координаты  $\xi$ ,  $\eta$ , лежащие в плоскости, перпендикулярной к вектору скорости на эллипсе, а третья координата  $M$  — угловая (средняя аномалия на оскулирующей орбите) (рис. 1).

Ось  $\xi$  направим из точки на эллипсе параллельно нормали к плоскости эллипса:

$$\mathbf{e}_\xi = (\sin i \sin \Omega, -\sin i \cos \Omega, \cos i).$$

Ось  $\eta$  выберем перпендикулярно к оси  $\xi$  и вектору скорости на эллипсе, для определенности, направленную во внутренность эллипса. Координаты дополняются соответствующими скоростями  $\dot{\xi}$ ,  $\dot{\eta}$ ,  $\dot{M}$ .

Можно заметить, что переход из прямоугольной в криволинейную систему может быть не однозначным. Однако при подсчете вероятности столкновения малого тела с Землей нас интересуют области, близкие к эллипсу, где проблем с неоднозначным переходом от одной системы к другой не возникает.

Перечислим шаги процедуры оценки вероятности.

1) По позиционным наблюдениям на эпоху  $t_0$  вычисляются элементы орбиты (в нашем случае это вектор состояния  $\mathbf{X}_0$  — координаты и скорости), корреляционная матрица  $\mathbf{C}_{x,y,z}$  и среднеквадратическая ошибка наблюдений  $\sigma_0$ . Корреляционная матрица  $\mathbf{C}_{x,y,z}$  определяется в предположении о линейной связи между ошибками наблюдений и ошибками координат и скоростей.

2) Выбирается момент  $t$ , в котором будет оцениваться вероятность столкновения тела Землей. Это, как правило, момент, когда Земля находится на минимальном расстоянии от номинальной орбиты и, как уже отмечалось, отстоящий на несколько оборотов тела вокруг Солнца.

3) На момент  $t$  с учетом всех значимых возмущений интегрируются уравнения движения и матрица изохронных производных  $\Phi(t_0, t)$ . Вычисляются оскулирующий эллипс и криволинейные координаты и скорости. Определяется корреляционная матрица для координат и скоростей  $\Phi \mathbf{C}_{xyz} \Phi^T$ . Здесь верхний индекс  $T$  обозначает транспонирование матрицы.

4) На момент  $t$  вычисляется также переходная матрица  $\mathbf{P}$  — матрица частных производных криволинейных координат и скоростей от прямоугольных координат и скоростей.

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial \xi}{\partial \dot{z}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial M}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial M}{\partial \dot{z}} \end{pmatrix}.$$

В данной работе эти производные вычислялись численно по трехузловым формулам.

5) Определяется корреляционная матрица для новых переменных

$$\mathbf{C}_{\xi\eta M} = \mathbf{P} \Phi \mathbf{C}_{xyz} \Phi^T \mathbf{P}^T,$$

которая позволяет вычислить среднеквадратические ошибки  $\sigma_\xi$ ,  $\sigma_\eta$ ,  $\sigma_M$  как корень квадратный из соответствующего диагонального элемента, умноженного на  $\sigma_0$ .

6) Вероятность вычисляется, в предположении, что ошибки  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $M$  распределены по нормальному закону и не коррелированы, как произведение трех интегралов вида

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_c^d e^{-\frac{s^2}{2}} ds,$$

где  $c$ ,  $d$  — пределы, определяющие размеры Земли, в каждой из трех координат  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $M$ , выраженные в единицах среднеквадратических ошибок  $\sigma_\xi$ ,  $\sigma_\eta$ ,  $\sigma_M$ , соответственно.

7) Для учета земной гравитационной фокусировки малых тел радиус Земли был увеличен в  $\mu$  раз. Здесь

$$\mu = \sqrt{1 + \frac{11,18^2}{\hat{v}^2}},$$

где 11,18 (км/с) — параболическая скорость у поверхности Земли, а  $\hat{v}$  — скорость астероида относительно Земли на границе сферы действия, выраженная в км/с.

Обоснованием такому увеличению радиуса Земли являются следующие рассуждения. Движение малого тела в сфере действия Земли можно рассматривать как невозмущенное гиперболическое движение. На входе в сферу действия скорость тела относительно Земли направлена по касательной к гиперболе. Если скорость рассматривать как постоянную, то тело пройдет мимо Земли на расстоянии  $b$ , равном длине перпендикуляра, опущенного из центра Земли на асимптоту гиперболы. В реальности движение будет происходить вдоль ветви гиперболы, и тело пройдет мимо Земли на меньшем расстоянии  $q$ , которое задается формулой

$$q = \frac{b}{\mu}.$$

### 3. Определение вероятности столкновения астероидов с Землей

В качестве проверки метода оценки вероятности были выбраны 8 астероидов, сближающихся с Землей. Орбиты этих астероидов определялись по методу перебора плоскостей орбитального движения. При интегрировании уравнений движения учитывались возмущения от планет и Луны. Положение планет и Луны вычислялись по эфемериде DE 405 [3]. Значения вероятностей, вычисленные в Институте прикладной астрономии РАН (ИПА), сравнивались с величинами, полученными в Лаборатории реактивного движения (ЛРД), США [4] и в Центральном узле фонда Космическая стража (НЕОДиС), Италия и Испания [5].

Результаты сравнения приведены в таблице. Здесь в первой колонке дается предварительное обозначение астероида, во второй — дата, когда значение вероятности

Даты, значения вероятностей столкновений астероидов с Землей, определенные в ИПА и ЛРД

Астероид	$T_{\text{ИПА}} (T_{\text{ЛРД}})$	$P_{\text{ИПА}}$	$P_{\text{ЛРД}}$	$\Delta T$	$V_{\text{от}}$	$N$
2005 BS1	2016.01.14,45 (42)	$5.4 \cdot 10^{-5}$	$7.2 \cdot 10^{-5}$	0.040	14.4	25
2005 QK76	2030.02.26,36 (34)	$1.5 \cdot 10^{-7}$	$3.5 \cdot 10^{-5}$	0.080	14.1	14
2006 QV89	2019.09.09,45 (29)	$8.6 \cdot 10^{-3}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	0.056	4.7	69
2007 UW1	2058.10.19,11 (18,64)	$1.3 \cdot 10^{-8}$	$1.1 \cdot 10^{-6}$	0.220	4.8	32
2007 VK184	2048.06.03,09 (09)	$3.3 \cdot 10^{-4}$	$5.5 \cdot 10^{-4}$	0.008	16.7	101
2008 CK70	2030.02.14,67 (66)	$3.0 \cdot 10^{-4}$	$3.7 \cdot 10^{-4}$	0.013	15.8	77
2008 JL3	2027.05.01,36 (38)	$1.7 \cdot 10^{-4}$	$9.8 \cdot 10^{-5}$	0.110	8.6	28
2009 JF1	2022.05.06,34 (34)	$1.7 \cdot 10^{-4}$	$3.5 \cdot 10^{-4}$	0.012	24.1	25

столкновения астероида с Землей достигает максимального значения (год, месяц, число и дробная часть суток). В скобках для сравнения приводятся дробные части дат падений, определенных в Лаборатории реактивного движения, поскольку целые части этих дат совпадают с нашими датами, за исключением астероида 2007 UW1. Для этого астероида приводится целая и дробная часть даты. В двух последующих колонках приводятся максимальное значение вероятности, вычисленное по предполагаемому методу —  $P_{\text{ИПА}}$  и значение, приведенное на сайте ЛРД —  $P_{\text{ЛРД}}$ . Даты и значения вероятности, определенные в НЕОДиС, мы не приводим из-за малости их различий с ЛРД (это был один из критериев выбора астероидов для проверки метода). Следует отметить, что такое совпадение наблюдается далеко не для всех астероидов, поэтому при массовых расчётах мы проводим сравнения по значениям двух центров. В следующих трех колонках мы приводим:  $\Delta T$  — интервал, на котором значение вероятности уменьшается на порядок по отношению к максимальному значению;  $V_{\text{от}}$  — значение относительной скорости в момент, когда вероятность достигает максимального значения;  $N$  — количество наблюдений, использованных при определении орбиты. Сравнение дат и значений вероятностей показывает неплохое совпадение, если учесть, что оценка вероятности проводилась с использованием только линейных преобразований, что приводит к малым затратам машинного времени. Наибольшее различие в величинах, полученных в данной работе и ЛРД, имеет место для астероида 2007 UW1. Однако если учесть, что для данного астероида интервал, на котором значение вероятности уменьшается на порядок по отношению к максимальному значению, достаточно велик  $\Delta T = 0,22$  суток. По нашим оценкам интегральное значение вероятности больше примерно в 3 раза. В дан-

ной работе для других астероидов интегральных значений вероятностей их столкновений с Землей мы решили не приводить, из-за их малого отличия от максимального значения, но для наглядности приводятся рисунки с изменением вероятности для двух наиболее характерных случаев.

На рис. 2 приводятся значения вероятности столкновения астероида 2007 UW1 с Землей в октябре 2058 года. Здесь по оси абсцисс отложены моменты в календарных днях, на который производился расчет вероятности, а по оси ординат значение вероятности. Анализ рис. 2 показывает, что изменение вероятности близко к нормальному по отношению к максимальному значению, что, по нашему мнению, может быть связано: 1) с небольшой его относительной скоростью; 2) удаленностью интервала наблюдений от моментов, на который производится вычисления вероятности; 3) небольшим числом наблюдений, что приводит к значительной трубке ошибок для приведенных на рисунке моментов. Для сравнения на рис.3 приводятся значения вероятностей столкновения астероида 2007 VK184 с Землей в июне 2048 года. На этом рисунке характер изменения вероятности существенно другой. Отличие этого графика от предыдущего можно объяснить относительно небольшими размерами трубки ошибок в оцениваемые моменты времени.

### Заключение

Разработана универсальная методика определения орбит небесных тел по позиционным наблюдениям. В основе метода лежит идея, нахождения геоцентрических расстояний путем перебора орбитальных плоскостей. Для каждой плоскости определяется своя система элементов и на их основе вычисляются значения  $O-C$  для каждого позиционного наблюдения. Системы элементов,

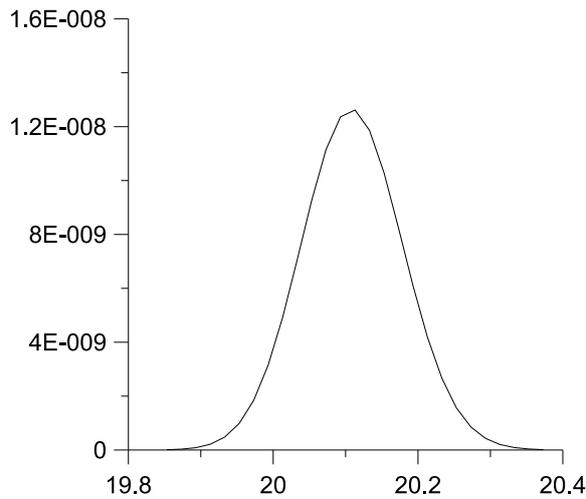


Рис. 2. Значения вероятности столкновения астероида 2007 UW1 с Землей в 2058 г.

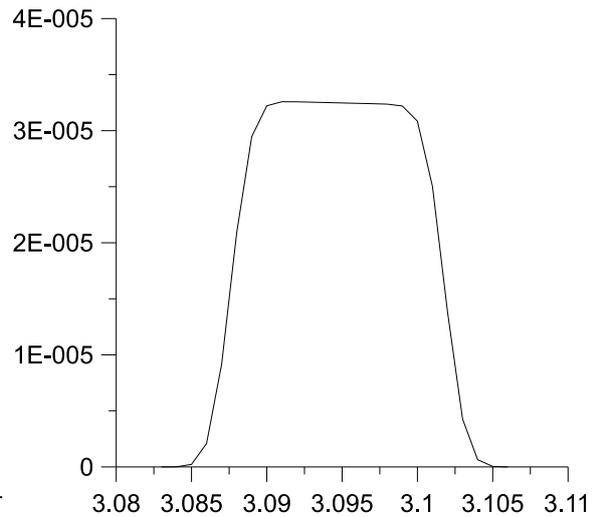


Рис. 3. Значения вероятности столкновения астероида 2007 VK184 с Землей в 2048 г.

использование которых в вычислениях O–C дают наименьшие значения среднеквадратических уклонений, затем уточняются дифференциальным методом. Преимущества метода продемонстрированы на примере вычисления 34 орбит астероидов, сближающихся с Землей. Реализован метод для оценки вероятности столкновения с Землей. В нем используется криволинейная система координат, связанная с номинальной оскулирующей орбитой, которая позволяет лучше учесть преимущественное распространение ошибки вдоль траектории. Сравнение результатов оценки вероятности столкновения для 8 астероидов по предполагаемой методике с результатами, представленными на сайте ЛРД и НЕОДиС, показывает удовлетворительное их совпадение. При этом использование такого метода позволяет проводить вычисление с небольшими затратами машинного време-

ни, что крайне важно для оперативного мониторинга потенциально опасных небесных объектов.

### Литература

1. Вавилов Д. Е., Медведев Ю. Д. Определение орбит небесных тел, сближающихся с Землей // Известия Главной астрономической обсерватории в Пулковке. 2013. № 220. С. 179–183.
2. Холшевников К. В., Титов В. Б. Задача двух тел. СПб: Санкт-Петербургский государственный университет, 2007. 180 с.
3. Standish E. M. JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405 // JPL Interoffice Memorandum. 1998. Vol. 312. F-98-048.
4. Sentry Risk Table. JPL, NASA JPL. [URL]: <http://neo.jpl.nasa.gov/risk>.
5. Near Earth Objects Dynamic Site. NEODyS-2. [URL]: <http://newton.dm.unipi.it/neodys/index.php?pc=0>.

Ключевые слова: астероидно-кометная опасность, определение орбит, вероятность столкновения с Землей.

Статья поступила 13 ноября 2013 г.

Институт прикладной астрономии РАН, г. Санкт-Петербург

© Вавилов Д. Е., Медведев Ю. Д., 2013