УДК 521.1; 629.78

АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ЭКСПЕДИЦИИ КА К АСТЕРОИДУ АПОФИС С ВОЗВРАЩЕНИЕМ К ЗЕМЛЕ

***Ивашкин В. В.*[1], *Крылов И. В.*[2], *Лан А.*[3]**

AN ANALYSIS OF OPTIMAL TRAJECTORIES FOR SPACE MISSION TO ASTEROID APOPHIS WITH RETURN TO EARTH

Ivashkin V. V., Krylov I. V., Lang A.

Energy optimal trajectories for space mission to dangerous asteroid Apophis with return to Earth are investigated in the paper. Two groups of the flights are studied: the flights that use combined jet engines with a high thrust chemical engine and a low thrust electric-jet engine; and the space flights that use only high thrust engines. The rocket "Soyuz-FG" with upper stage "Fregat" is proposed to be used for the spacecraft launch and escape. There are determined optimal trajectories for the mission during 2019-2022 years. It is shown that using electric jet engine allows essential improving of the mission characteristics.

Keywords: optimal space trajectories, optimal control, electric-jet low thrust, high thrust, interplanetary flight, asteroid Apophis, space mission to Apophis, return to Earth.

Введение

В работе определяются и исследуются энергетически оптимальные траектории полета КА для экспедиции на астероид Апофис, включающей: полет к Апофису, пребывание у астероида некоторое время и последующее возвращение к Земле. Предполагается, что для этого используется ракета «Союз-ФГ» с разгонным блоком «Фрегат». Исследованы две группы полетов. Одна группа включает полеты КА с использованием химических двигателей большой тяги для разгона от Земли и электроракетных двигателей малой тяги для межпланетного полета. Другая группа включает полеты КА с использованием только двигателей большой тяги. Рассмотрены полеты в 2019–2022 гг. Основной вывод: экспедиция может быть осуществлена в обоих случаях, хотя полезная масса заметно больше в первом случае.

1. Случай комбинированной двигательной установки

1.1. Схема полета

Основные этапы такой экспедиции к Апофису: а) выведение КА на переходную орбиту ИСЗ; затем — геоцентрический разгон КА двигателями большой тяги (ДБТ), время $t \in [t_0,\ t_1]$; б) гелиоцентрический перелёт КА от Земли к Апофису с двигателями малой тяги (ДМТ) [1], $t \in [t_1, t_2]$; в момент t_2 выравниваются координаты и скорости КА и астероида; в) приастероидный этап, $t \in [t_2, t_3]$: выход КА на орбиту у астероида, пребывание КА у астероида и на его поверхности, последующий отлёт КА от астероида; г) гелиоцентрический перелёт КА от Апофиса к Земле с ДМТ, $t \in [t_3, t_4]$; в конечный момент выравниваются координаты КА и Земли; д) вход КА в атмосферу Земли, торможение, посадка.

[1]Ивашкин Вячеслав Васильевич, д-р физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, профессор Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана; e-mail: ivashkin@keldysh.ru.

[2]Крылов Игорь Валерьевич, канд. техн. наук, ведущий программист компании «Алиот» ITG; e-mail: krylov_i_v@mail.ru.

[3]Лан Аньци, аспирантка кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана; e-mail seatu_angel@126.com.

1.2. Постановка задачи

При условии выполнения требований схемы перелёта и в предположении, что начальное время $t_1 \in T_1 = [25.06.2019; 27.09.2022]$; общее время экспедиции $t_4 - t_1 = 730$ сут., время пребывания у астероида $t_3 - t_2 = 30$ сут.; скорость истечения для ДБТ 3198 м/с; ДМТ имеет мощность $N = 3,75$ кВт и скорость истечения $w_e = 25$ км/с, необходимо определить: граничные времена экспедиции t_1, t_2, t_3, t_4, величину и направление вектора скорости «на бесконечности» при геоцентрическом разгоне, а также программы управления ДМТ на $[t_1, t_2]$ и $[t_3, t_4]$, так чтобы масса КА в конечный момент $m_f = m(t_4)$ была максимальной.

1.3. Геоцентрический разгон КА

Выведение КА на низкую околоземную орбиту осуществляется ракетой «Союз-ФГ», которая обеспечивает доставку массы $m_0 = 7130$ кг на высоту 200 км. Для разгона КА до второй космической скорости или до гиперболической скорости используется блок «Фрегат» с «сухой» массой 970 кг. Вычитая из указанной массы m_0 массу топлива на разгон и массу блока «Фрегат», получим массу КА $m(t_1)$ в момент начала гелиоцентрического движения [2,3]. При разгоне до второй космической скорости эта начальная масса составляет ~ 1630 кг.

1.4. Гелиоцентрическое движение КА. Математическая модель

При определении оптимального движения и управления движением КА на обоих гелиоцентрических этапах полета Земля–Апофис и Апофис–Земля учитывается гравитационное притяжение Солнца как точки и реактивное ускорение, сообщаемое с помощью ДМТ. При полете от Земли к Апофису, $t_1 \leqslant t \leqslant t_2$, в конце полета при $t = t_2$ выравниваются радиус-векторы и векторы скорости КА и астероида. При полете от Апофиса к Земле, $t_3 \leqslant t \leqslant t_4$, в конце полета при $t = t_4$ выравниваются только радиус-векторы КА и астероида, скорость КА свободна. Задача определения оптимальных гелиоцентрических перелетов решается в три этапа. Сначала, для случая *идеальной* неограниченной по величине *тяги* при заданной мощности ДУ, при *нулевой скорости на бесконечности при* разгоне от Земли. Затем, для случая *идеальной тяги и оптимальной величины скорости на бесконечности.* И, наконец, для реального случая *кусочно-постоянной тяги.* На первых двух этапах идеальной тяги минимизируемым функционалом J является интеграл от квадрата реактивного ускорения по времени полета [2–4]. Для третьего этапа реальной тяги максимизируется масса КА в конце данного участка полета.

1.5. Случай идеальной тяги и нулевой скорости на бесконечности

Разработан алгоритм определения оптимальных траекторий для данного случая, основанный на комбинированном методе оптимизации с применением на заключительной фазе принципа максимума Понтрягина и метода продолжения по параметру [2, 3, 5–14]. Определены оптимальные траектории на первом участке, при $t_1 \leqslant t \leqslant \mathrm{t}_1 + \Delta t_1$, и на втором участке, при $t_3 \leqslant t \leqslant t_3 + \Delta t_3$, для: $(\Delta t_1,\ \Delta t_3) \in [185–545]$ сут; $t_3 \in [15.06.2017; 27.09.2022]$. В частности, определены оптимальные значения функционала J_1 для первого участка и функционала J_3 для второго участка каждой траектории и построена зависимость суммарного функционала экспедиции $J_1 + J_3$ от начального времени при условии оптимального времени перелета Земля–Апофис и при условии суммарной продолжительности экспедиции 2 года (рис. 1) [3].

Минимум этой функции определяет оптимальную траекторию данного этапа. Для нее $t_1 = 22.04.2020$; $\Delta t_1 = 388$ сут.; $t_3 = 14.06.2021$; $\Delta t_3 = 312$ сут., конечная масса КА $m(t_4) = 1371$ кг. Полезную массу, т.е. массу спускаемого аппарата, получаем вычитанием массы двигательной установки малой тяги: $m_{\mathrm{KA}} = m(t_4) - m^* - k(m(t_1) - m(t_4))$. Здесь $m^* = 300$ кг — постоянная составляющая массы ДМТ, $k = 0,2$ — коэффициент массы топливного бака. Тогда $m_{\mathrm{KA}} = 1019$ кг.

1.6. Случай идеальной тяги и оптимальной скорости на бесконечности

Разработан алгоритм определения оптимальных траекторий для данного случая, основанный на принципе максимума Понтрягина и методе продолжения по парамет-

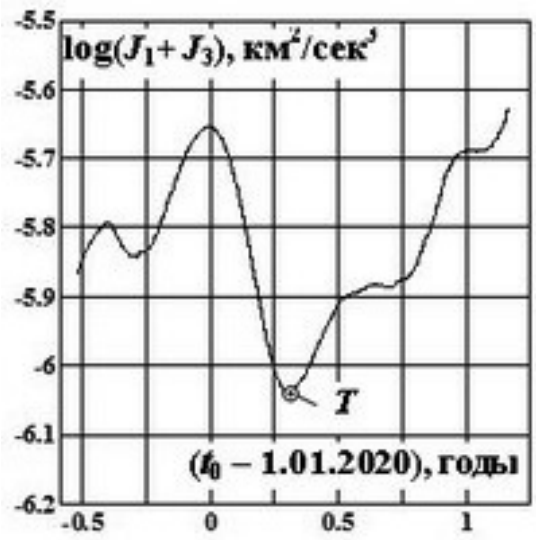

Рис. 1. Зависимость оптимального суммарного функционала $J_1 + J_3$ от времени начала экспедиции для суммарной продолжительности экспедиции 2 года

ру. Для начального приближения использована оптимальная траектория предыдущего этапа. Варьируя граничные времена первого участка и скорость на бесконечности, определяем оптимальную траекторию первого участка в данной постановке, в частности, функционал $J_1(t_1,\ \Delta t_1)$. На этой основе находятся массовые характеристики экспедиции, в частности, конечная масса, и оптимальная траектория с максимумом этой массы. Для нее $t_1 = 22.04.2020$; $\Delta t_1 = 368$ сут.; $t_3 = 25.05.2021$; $\Delta t_3 = 332$ сут., конечная масса КА $m(t_4) = 1432$ кг. После вычитания массы двигательной установки малой тяги получаем массу спускаемого аппарата: $m_{\text{КА}} = 1099$ кг, т.е. на 80 кг больше предыдущего случая.

1.7. Случай кусочно-непрерывной тяги

Разработан алгоритм определения оптимальных траекторий для данного случая, основанный на принципе максимума Понтрягина и методе продолжения по параметру. Для начального приближения использована оптимальная траектория предыдущего этапа. На его основе определены оптимальные траектории для обоих гелиоцентрических участков — с точки зрения максимума конечной массы. Для оптимальной траектории экспедиции конечная масса КА 1343 кг, полезная масса 993 кг. Учет неидеальности тяги привел к понижению массы на 106 кг. Сделана оценка уменьшения массы КА за счет расходов на коррекцию траектории и на поддержание орбиты КА у астероида, она составляет 13 кг. Тогда оценка полезной массы КА составляет 980 кг для данного случая комбинированной двигательной установки с малой тягой на гелиоцентрическом полете.

2. Случай экспедиции с большой тягой

В данном случае при задании граничных времен экспедиции для движения КА в поле Солнца гелиоцентрические орбиты перелета от Земли к Апофису и от Апофиса к Земле определялись двукратным решением задачи Эйлера–Ламберта (с учетом возможности совершения одного пассивного витка по орбите), время пребывания у астероида полагаем равным 7 сут. При этом, в частности, вычислялись скорости на бесконечности в граничных точках траектории: $\mathbf{V}_{\infty 1}$ — при отлете от Земли, $\mathbf{V}_{\infty 2}$ — при подлете к Апофису, $\mathbf{V}_{\infty 3}$ — при отлете от астероида, $\mathbf{V}_{\infty 4}$ — при подлете к Земле. Эти скорости позволяют найти импульсы: ΔV_1 для разгона от Земли, ΔV_2 для торможения у Апофиса, ΔV_3 для разгона от Апофиса. Данная информация позволяет определить массу КА после сообщения этих импульсов скорости с помощью ДБТ, в частности, конечную массу и полезную массу КА при спуске в атмосфере Земли, а также оптимальные траектории с максимумом полезной массы — для различных времен экспедиции.

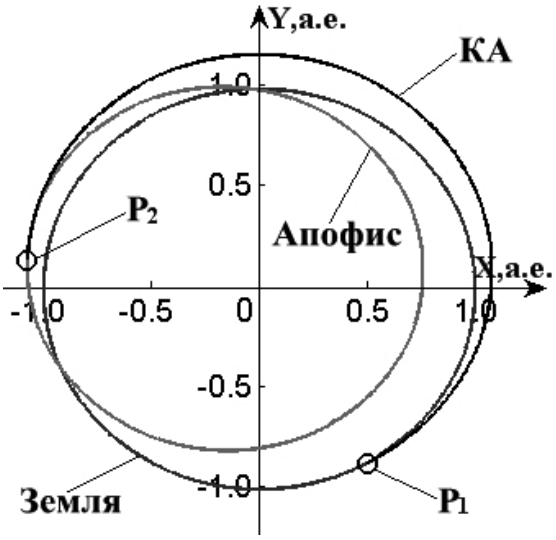

Рис. 2. Оптимальная траектория экспедиции на первом участке Земля-Апофис. Случай большой тяги, суммарное время 630 сут. Точка P_1 — отлет с орбиты Земли. Точка P_2 — прилет к Апофису

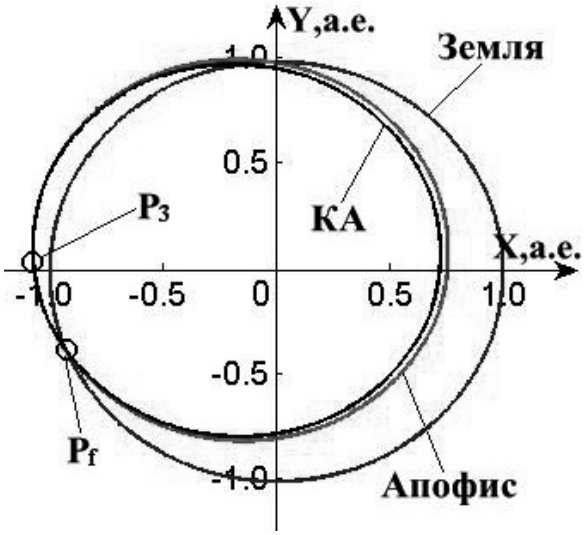

Рис. 3. Оптимальная траектория экспедиции на втором участке Апофис-Земля. Случай большой тяги, суммарное время 630 сут. Точка P_3 — отлет с Апофиса. Точка P_f — прилет к орбите Земли

Получены следующие значения полезной массы КА $m_{\text{КА}}$ в зависимости от времени экспедиции в 2019–2022 гг.:

$$m_{\text{КА}} = 180 \text{ кг, если } \Delta t = 420 \text{ сут.};$$

$$m_{\text{КА}} = 182 \text{ кг, если } \Delta t = 450 \text{ сут.};$$

$$m_{\text{КА}} = 186 \text{ кг, если } \Delta t = 540 \text{ сут.};$$

$$m_{\text{КА}} = 135 \text{ кг, если } \Delta t = 600 \text{ сут.};$$

$$m_{\text{КА}} = 180 \text{ кг, если } \Delta t = 630 \text{ сут.};$$

$$m_{\text{КА}} = 235 \text{ кг, если } \Delta t = 660 \text{ сут.};$$

$$m_{\text{КА}} = 265 \text{ кг, если } \Delta t = 690 \text{ сут.};$$

$$m_{\text{КА}} = 224 \text{ кг, если } \Delta t = 730 \text{ сут.}$$

Для $\Delta t = 630$ сут. приведем некоторые дополнительные данные:

$$t_1 = 23/07/2019;\ \Delta t_1 = 280 \text{ сут.};$$

$$\Delta t_3 = 343 \text{ сут.};\ t_4 = 13/04/2021.$$

На рис. 2 дана траектория па участке Земля–Апофис, на рис. 3 дана траектория па участке Апофис–Земля.

Для уменьшения массы КА за счет дополнительных расходов на коррекцию траектории (75 м/с + 25 м/с) и поддержание орбиты КА у Апофиса (10 м/с) дана оценка в $\sim$ 21 кг. Тогда полезная масса составит $\sim$ 159 кг. Т.е. в случае двигательной установки большой тяги хотя, в принципе, можно осуществить экспедицию к Апофису и обратно, но ее возможности заметно меньше, чем в случае применения электрореактивной малой тяги.

Выводы

Использование РН Союз-ФГ с блоком «Фрегат» и двигательной установки малой электрореактивной тяги позволяет осуществить экспедицию к астероиду Апофис в 2019–2021 гг. общей продолжительностью два года со сроком пребывания и исследований КА у астероида — месяц, вернув на Землю спускаемый аппарат массой $\sim$ 980 кг.

При полете с химическими двигателями большой тяги также можно осуществить экспедицию к астероиду в этот период, но масса КА в этом случае будет меньше $\sim$ 150–200 кг.

Литература

1. *Ахметшин Р. З., Ефимов Г. Б., Жирнов В. А., Энеев Т. М.* О возможности достижения астероидов Главного пояса космическим аппаратом с ЭРД // Препринт Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН. 2004. №77. 31 с.
2. *Ивашкин В. В., Крылов И. В.* Оптимальные траектории перелета КА с малой электроре-

активной тягой к астероиду Апофис // ДАН. 2012. Т. 445. № 1. С. 32–36.

3. *Ивашкин В.В., Крылов И. В., Лан А.* Оптимальные траектории для экспедиции КА к астероиду Апофис с возвращением к Земле // Астрономический вестник. 2013. Т. 47. № 4. С. 361–372.
4. *Гродзовский Г. М., Иванов Ю. Н., Токарев В. В.* Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975. 704 с.
5. *Беллман Р.* Динамическое программирование. М.: Издательство иностранной литературы, 1960. 400 с.
6. *Моисеев Н. Н.* Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971. 424 с.
7. *Черноусько Ф. Л., Баничук Н. В.* Вариационные задачи механики и управления. Численные методы. М.: Наука, 1973. 240 с.
8. *Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматиздат, 1983. 392 с.
9. *Болтянский В. Г.* Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1969. 408 с.
10. *Ивашкин В. В., Крылов И. В.* Комплексный метод оптимизации космических траекторий с малой тягой и его применение к задаче перелёта от Земли к астероиду Апофис // Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. 2011. № 56. 32 с.
11. *На Ц.* Вычислительные методы решения граничных задач. М.: Мир, 1982. 296 с.
12. *Григолюк Э. И., Шалашин В. И.* Проблемы нелинейного деформирования. М.: Наука, 1988. 232 с.
13. *Жулин С. С.* Метод продолжения по параметру и его приложение к задачам оптимального управления // Вычислительные методы и программирование. 2007. Т. 8. С. 205–217.
14. *Петухов В. Г.* Метод продолжения для оптимизации межпланетных траекторий с малой тягой // Космические исследования. 2012. Т. 50. № 3. С. 258–270.

Ключевые слова: оптимальные космические траектории, оптимальное управление, электрореактивная малая тяга, большая тяга, межпланетный перелет, астероид Апофис, экспедиция к Апофису, возвращение к Земле.

Статья поступила 10 октября 2013 г.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва
Московский государственный технический университет (МГТУ) им. Н.Э. Баумана

© Ивашкин В. В., Крылов И. В., Лан А., 2013