

УДК 521.35;521.36;523.44

**ИМИТАЦИЯ ОРБИТЫ СТОЛКНОВЕНИЯ НЕБЕСНОГО ТЕЛА С ЗЕМЛЕЙ И ВЫЧИСЛЕНИЕ СОПУТСТВУЮЩИХ ОБСТОЯТЕЛЬСТВ ПАДЕНИЯ***Шор В. А.<sup>1</sup>, Дерюгин В. А.<sup>2</sup>, Зайцев А. В.<sup>3</sup>, Кочетова О. М.<sup>4</sup>, Чернетенко Ю. А.<sup>5</sup>*

SIMULATION OF THE COLLISION ORBIT OF CELESTIAL BODY WITH THE EARTH AND COMPUTATION OF CONCOMITANT CIRCUMSTANCES

Shor V. A., Deryugin V. A., Zaitsev A. V., Kochetova O. M., Chernetenko Yu. A.

With the aim of training the personnel of different services software has been developed which enables the collision orbit of celestial body with the Earth, having pre-assigned characteristics, to be constructed. The software makes it possible to simulate probable errors of predicted orbit. It can be also used in real situation when a body on collision course with the Earth is discovered.

Keywords: celestial body orbit, collision with the Earth, collision probability.

Задача имитации орбиты столкновения небесного тела с Землей возникла как часть более общей задачи по разработке стенда для моделирования сценариев катастроф, вызываемых падением на Землю астероидов и комет. Предполагается, что указанный стенд может быть использован двояким образом: в учебных целях и в реальных условиях. В первом случае стенд должен позволять имитировать различные сценарии для обучения и тренировки персонала МЧС и других служб действиям в условиях ожидания предсказанного падения космического тела на Землю и в условиях ликвидации последствий катастрофы, если предотвратить ее не удалось. Во втором случае результаты работы стенда будут востребованы уже не в учебных целях, а как основа для формирования плана действий МЧС, гражданской обороны и других служб в реальной обстановке. С точки зрения противодействия астероидно-кометной опасности, создание подобного стенда пред-

ставляется актуальной задачей. С научной точки зрения, оба варианта использования стенда требуют применения близких методов. Мы рассмотрим последовательно оба варианта.

**1. Вычисление обстоятельств падения небесного тела на Землю**

Будем предполагать, что опасное небесное тело открыто недавно, за несколько дней или недель перед падением. Впрочем, это предположение малосущественно. Естественно, что для небесного тела уже определена орбита по большему или меньшему числу наблюдений и есть оценки точности элементов этой орбиты (определена матрица ковариации элементов). Вычисление номинальной траектории тела вперед на несколько дней или недель показывает его предстоящее столкновение с Землей или близкое прохождение около нее. В любом случае следует

<sup>1</sup>Шор Виктор Абрамович, д-р физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник Института прикладной астрономии РАН; e-mail: shor@ira.nw.ru.

<sup>2</sup>Дерюгин Виталий Андреевич, заместитель начальника отдела НПО им. С. А. Лавочкина; e-mail: vitalyder@mail.ru.

<sup>3</sup>Зайцев Анатолий Васильевич, генеральный директор НП «Центр планетарной защиты»; e-mail: zav-y@yandex.ru.

<sup>4</sup>Кочетова Ольга Михайловна, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник Института прикладной астрономии РАН; e-mail: kom@ira.nw.ru.

<sup>5</sup>Чернетенко Юлия Андреевна, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Института прикладной астрономии РАН; e-mail: cya@ira.nw.ru.

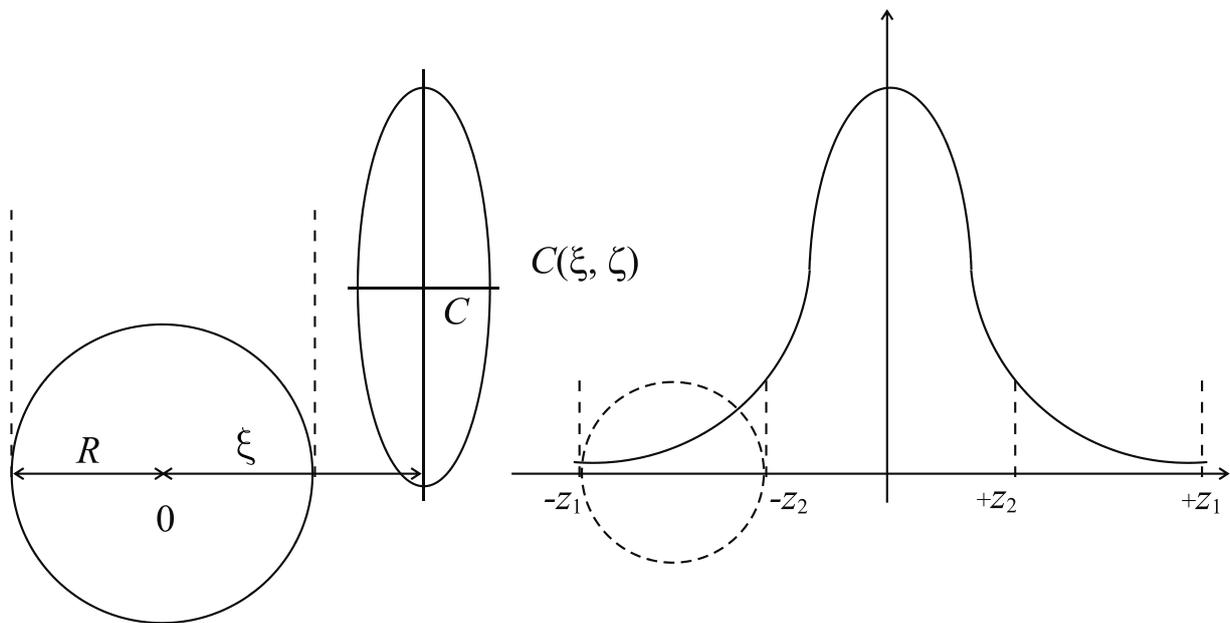


Рис. 1. Возможное взаимное расположение образа Земли и эллипса рассеяния в плоскости цели

оценить вероятность столкновения, так как пересечение номинальной траектории с Землей еще не гарантирует столкновения, хотя и доказывает отличие вероятности столкновения от нуля. Вероятность столкновения может быть оценена различным образом. Можно, выбрать случайным образом достаточно большое число клонов (виртуальных астероидов) в пределах облака возможных начальных условий движения для данного астероида и проследить их движение вперед (метод Монте-Карло). Отношение числа столкнувшихся с Землей клонов к их общему числу даст приближенную оценку вероятности столкновения. Поскольку начальные условия движения являются корреляционно связанными, то перед случайным розыгрышем начальных условий матрицу ковариации приводят к диагональному виду, когда отклонения от номинальной орбиты уже могут быть выбраны по каждому элементу независимым образом, а затем обратным преобразованием возвращаются в исходную систему, где выполняется численное интегрирование [1].

Другой путь оценивания вероятности столкновения состоит в том, что в момент достижения телом границы сферы действия Земли ( $\approx 950\,000$  км) проводят *плоскость цели* через центр Земли нормально к траектории относительной скорости [2] и определяют координаты  $\xi, \zeta$  точки предстоящего пересечения астероида с этой плоскостью, считая, что астероид движется вдоль асимптоты ги-

перболы в относительном движении, а также средние ошибки (разброс) этих координат  $\sigma_\xi$  и  $\sigma_\zeta$ . Величины  $\sigma_\xi$  и  $\sigma_\zeta$  являются соответственно малой и большой полуосью эллипса рассеяния клонов на плоскости цели. На этой же плоскости рисуют образ Земли. Вопрос о вероятности столкновения тела с Землей может решаться на основе анализа взаимного расположения эллипса рассеяния и образа Земли на плоскости цели. На рис. 1 представлено возможное взаимное расположение образа Земли и эллипса рассеяния в плоскости цели. На рисунке приняты следующие обозначения:  $O$  — центр Земли — начало отсчета координат  $\xi, \zeta$ ;  $C$  — центр эллипса рассеяния — точка пересечения виртуального тела, соответствующего номинальному решению, с плоскостью цели. Указаны расстояния краев образа Земли от большой и малой оси эллипса, выраженные в долях  $\sigma_\xi$  и  $\sigma_\zeta$ . При этом

$$-z_1 = -(\xi + R)/\sigma_\xi, \quad -z_2 = -(\xi - R)/\sigma_\xi.$$

Отметим, что в качестве радиуса Земли  $R$  в этих выражениях следует использовать не геометрический радиус Земли, а так называемый *радиус захвата*, который превышает геометрический радиус (он зависит от скорости тела относительно Земли). Тем самым будет учтено реальное движение тела вдоль ветви гиперболы, а не вдоль асимптоты

Подсчет вероятности столкновения может быть выполнен следующим образом.

Сначала вычисляются расстояния краев орбиты Земли от центра эллипса, отсчитываемые вдоль осей  $\xi$  и  $\zeta$ . Расстояния выражаются соответственно в величинах средних ошибок  $\sigma_\xi$  и  $\sigma_\zeta$ . Затем вычисляется вероятность  $P(\xi)$  попадания центра эллипса в полосу, параллельную оси  $\zeta$  и накрывающую всю Землю. Другими словами, ищется ответ на вопрос, какова вероятность появления таких ошибок в координате  $\xi$  центра эллипса, чтобы смещенное положение центра находилось в пределах указанной полосы. Вероятность попадания центра эллипса в полосу рассчитывается как отношение площади, ограниченной кривой Гаусса и осью  $\xi$ , в пределах от одного края полосы до другого, к единице (полная площадь в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ ). Таким же образом вычисляется вероятность  $P(\zeta)$  попадания центра эллипса в полосу, параллельную оси  $\xi$  и накрывающую Землю. Общая вероятность  $P$  попадания виртуальных астероидов в Землю вычисляется как произведение двух вероятностей  $P = P(\xi)P(\zeta)$ .

Вероятность  $P(\xi)$  может быть записана в виде интегралов следующим образом, где пределы интегрирования  $z_1$  и  $z_2$  соответствуют краям полосы, в которую попадает Земля

$$P(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z_1/\sigma_\xi}^{-z_2/\sigma_\xi} e^{-t^2/2} dt.$$

Вероятность  $P(\zeta)$  записывается аналогичным образом. Этот расчет исходит из предположения, что ошибки положения центра эллипса рассеяния по двум координатам не зависят друг от друга. На самом деле это не так, но этой неточностью мы пренебрегаем. Кроме того, подсчитана вероятность попадания не в образ Земли, а в некий квадрат, который содержит внутри себя образ Земли, но эта погрешность легко исправляется умножением на отношение соответствующих площадей.

Если номинальная орбита пересекает Землю, то в этом случае нетрудно рассчитать обстоятельства входа в плотные слои атмосферы (координаты точки входа, скорость, азимут, наклон к горизонту и т.д.). Что делать в том случае, когда номинальная орбита пересекает Землю в точке, далеко расположенной от интересующего нас района?

Наиболее плохо определенным элементом орбиты обычно является среднее движе-

ние. Можно варьировать номинальное среднее движение  $n$  и проследить возможную встречу с Землей различных клонов, соответствующих различной величине вариации. Если номинальная орбита вообще не пересекается с Землей, но вероятность столкновения все же велика, можно перенести область неопределенности начальных условий движения на границу сферы действия Земли, пользуясь линейным преобразованием матрицы ковариации, и здесь случайным образом, как было описано выше, получить достаточно большое число клонов и проследить их движение в сфере действия Земли. Проследивание можно выполнить при этом по формулам гиперболического движения, поскольку движение относительно Земли близко к гиперболическому. Скорее всего, этим путем можно будет найти клон, который выпадет на Землю вблизи заданного района, хотя вероятность такого события будет, вообще говоря, мала. Затем орбиту этого клона можно будет использовать в качестве номинальной.

Так или иначе, номинальную орбиту или орбиту некоторого клона численным интегрированием прослеживают до момента входа в плотные слои атмосферы, например, на высоте 100 км над поверхностью Земли на широте точки входа. С этого момента имеет смысл начать учитывать влияние атмосферы на движение тела [3]. Для этого учета и вычисления разброса траекторий в точке падения требуется оценить неопределенность параметров траектории в точке входа в атмосферу. Фактически это выполняется путем линейного переноса матрицы ковариации координат и скоростей  $Q^{-1}$  в начальную эпоху  $t_0$  на эпоху  $t$  входа в плотные слои атмосферы.

Если квадратами и высшими степенями производных от текущих значений параметров по их начальным значениям можно пренебречь, то матрица ковариаций  $D$  параметров орбиты  $x, y, z, x', y', z'$  в любой момент времени имеет аналитическое выражение

$$\begin{aligned} D(x, y, z, x', y', z') &= \\ &= \sigma_0^2 \frac{\partial(x, y, z, x', y', z')}{\partial(x_0, y_0, z_0, x'_0, y'_0, z'_0)} \times \\ &\times Q^{-1} \left( \frac{\partial(x, y, z, x', y', z')}{\partial(x_0, y_0, z_0, x'_0, y'_0, z'_0)} \right)^T, \end{aligned}$$

где  $Q^{-1}$  — матрица, обратная матрице  $Q$  нормальной системы, из которой были найдены координаты и компоненты скорости

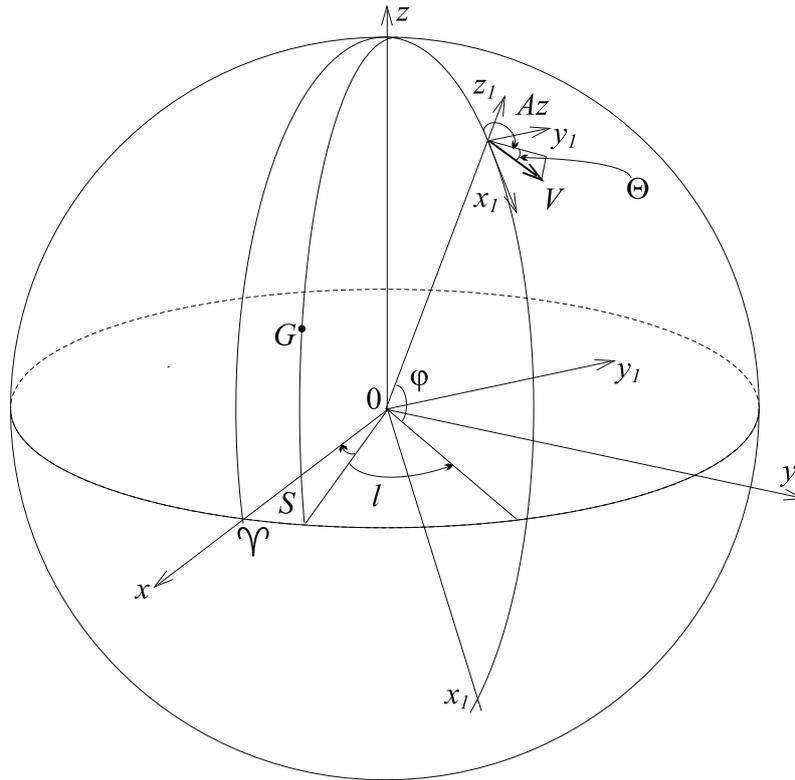


Рис. 2. Геоцентрическая система координат  $x, y, z$ , связанная с осью вращения Земли и меридианом точки весны  $\Upsilon$ , и система  $x_1, y_1, z_1$ , связанная с радиусом-вектором точки входа в плотные слои атмосферы и плоскостью местного меридиана

$x_0, y_0, z_0, x'_0, y'_0, z'_0$  в начальный момент;  $\sigma_0$  — средняя ошибка представления наблюдений на основе параметров  $x_0, y_0, z_0, x'_0, y'_0, z'_0$ ;  $T$  — символ транспонирования матрицы. Диагональные элементы новой матрицы ковариации являются квадратами средних ошибок текущих значений гелиоцентрических экваториальных координат.

Изохронные производные

$$\frac{\partial(x, y, z, x', y', z')}{\partial(x_0, y_0, z_0, x'_0, y'_0, z'_0)}$$

находятся численным интегрированием *уравнений в вариациях* совместно с уравнениями движения.

На границе земной атмосферы переходим от прямоугольной гелиоцентрической экваториальной системы координат к геоцентрической системе, ориентированной по земному экватору и начальному меридиану, проходящему через точку весны. Зная ошибки координат и скоростей в этой системе можно оценить средние ошибки их функций. Покажем, например, как могут быть вычислены средние ошибки долготы и широты точки входа в атмосферу, если известны оценки ошибок

координат  $x, y, z$  (здесь  $x, y, z$  означают уже геоцентрические координаты).

Рассмотрим две геоцентрические системы координат: экваториальную систему  $x, y, z$ , связанную с осью вращения Земли и плоскостью меридиана точки весны  $\Upsilon$ , и геоцентрическую систему координат  $x_1, y_1, z_1$ , связанную с радиусом-вектором точки входа в атмосферу и местным меридианом (рис. 2).

Пусть  $l$  — восточная долгота, отсчитываемая от меридиана Гринвича ( $G$ );  $\varphi$  — геоцентрическая широта точки входа;  $S$  — угол, называемый звездным временем в Гринвиче;  $V$  — вектор геоцентрической скорости тела;  $Az$  — азимут (отсчитываемый от направления на север) проекции вектора скорости на плоскость, нормальную к радиусу-вектору (ее можно считать совпадающей с плоскостью местной горизонтали);  $\theta$  — наклон вектора скорости к местной горизонтали.

Можно написать

$$\sin(S + l) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\cos(S + l) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Из этих соотношений находим  $S + l$  как  $\arctg(y/x)$  с нужным знаком.

Так как звездное время  $S$  от ошибок  $x$  и  $y$  не зависит, то полный дифференциал  $l$  равен

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial l}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial l}{\partial y}\right) dy = \\ = \left(-\frac{y}{(x^2 + y^2)}\right) dx + \left(\frac{x}{(x^2 + y^2)}\right) dy. \end{aligned}$$

Отсюда находим оценку  $\sigma_l$  сверху, равную

$$\sigma_l = \sqrt{(y^2\sigma_x^2 + x^2\sigma_y^2)/(x^2 + y^2)}.$$

Находим среднюю ошибку широты  $\varphi$

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2}.$$

Так как

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \\ \cos \varphi &= \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), \end{aligned}$$

то

$$\begin{aligned} \frac{\partial\varphi}{\partial x} &= -\frac{xz}{(x^2 + y^2 + z^2)\sqrt{x^2 + y^2}}, \\ \frac{\partial\varphi}{\partial y} &= -\frac{yz}{(x^2 + y^2 + z^2)\sqrt{x^2 + y^2}}, \\ \frac{\partial\varphi}{\partial z} &= \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2 + z^2}. \end{aligned}$$

Аналогичным образом находятся средние ошибки азимута и угла наклона вектора скорости к местной горизонтали при входе в атмосферу.

При абсолютной звездной величине астероида  $H$  и среднем для астероидов значении альбеда 0,14 находим

$$\log D = 6,1235 - 0,5 \log(0,14) - 0,2H,$$

где диаметр выражен в метрах. Если среднюю плотность принять равной  $3 \text{ т/м}^3$ , то масса тела в тоннах равна  $\pi D^3/2$ . На входе в атмосферу с относительной скоростью  $V \text{ м/с}$  его энергия  $E$ , выраженная в килотоннах эквивалентного взрыва тринитротолуола, равна:  $E = 187 \cdot 10^{-12} D^3 V^2$ . При  $D = 50 \text{ м}$  и  $V = 20000 \text{ м/с}$   $E = 9.35 \text{ Мт}$ , при  $D = 20 \text{ м}$  и  $V = 20000 \text{ м/с}$   $E = 598 \text{ Кт}$ .

## 2. Задача обучения и тренировки персонала МЧС и других служб противодействия астероидно-кометной опасности

Падения на Землю сравнительно небольших по размеру тел (10–100 м) способны вызвать только локальные катастрофы, в пределах определенного административного района или области. Тем не менее, при современной насыщенности территории страны опасными производствами, гидротехническими сооружениями, хранилищами опасных отходов падение даже небольшого небесного тела способно создать чрезвычайную ситуацию с человеческими жертвами и значительными материальными потерями. Поэтому подготовка персонала различных служб, в первую очередь МЧС, к возможным сценариям падения на Землю космических тел и возникновению в результате падения чрезвычайных ситуаций является актуальной задачей. Лучше всего эта задача может быть решена при помощи компьютерного моделирования реальной обстановки, которая возникает в данном районе в заданное время в результате падения космического тела.

В разрабатываемом стенде обучающемуся предлагается задать по его выбору место и время падения космического тела, назначить такие параметры траектории как азимут и наклон к плоскости горизонта, а также скорость космического тела относительно данного места Земли в допустимых пределах. Он также может выбрать размер падающего тела или приносимую им энергию. В случае воздушного взрыва требуется задать высоту, на которой он происходит. Важно также указать время упреждения, то есть задать по желанию обучающегося время, остающееся от момента обнаружения до момента падения тела на Землю. По этим данным программа определяет гелиоцентрическую орбиту тела или, другими словами, определяются значения координат и компонент скорости в момент падения.

Далее программа выполняет численное интегрирование уравнений движения в прямоугольных координатах назад по времени на интервале, равном времени упреждения. На участке движения в атмосфере расчет

выполняется без учета потери энергии, вызванной сопротивлением атмосферы (впрочем, эта часть программы в дальнейшем может быть усложнена для более точного определения траектории). По достижению конечного момента выполняется переход от координат и скоростей к элементам орбиты. Если теперь с найденными элементами выполнить интегрирование вперед, то через промежуток времени, на несколько секунд меньший времени упреждения, тело войдет в плотные слои атмосферы Земли.

Для того, чтобы вести далее вычисления с учетом сопротивления атмосферы, как при решении задачи, рассмотренной в п. 1, не хватает данных о вероятных ошибках параметров орбиты. Поскольку при решении тренировочной задачи реальных наблюдений гипотетического тела нет, получение оценок точности элементов орбиты осуществляется путем имитации выполнения фиктивных наблюдений и вычисления на их основе орбиты, близкой к той, которая была найдена интегрированием назад по времени. Предполагается, что в течение всего времени упреждения ежедневно выполняется 10–20 позиционных наблюдений объекта. Моменты наблюдений выбираются случайным образом при равномерном законе их распределении на интервале упреждения (за исключением времени тесного сближения с Землей).

Далее на основе имеющихся элементов орбиты для каждого найденного момента формируются два условных уравнения (в смысле метода наименьших квадратов), по прямому восхождению и склонению. Правые части условных уравнений, зависящие от разностей наблюденных и вычисленных значений координат, формируются с использованием датчика псевдослучайных чисел, распределенных по закону Гаусса. Такое распределение случайных ошибок наблюдений гарантирует близость к нулю определяемых из системы условных уравнений поправок к исходным значениям элементов по методу наименьших квадратов. Вместе тем, этот

процесс формирования и решения системы условных уравнений позволяет найти матрицу ковариации новых элементов, соответствующую имитированным наблюдениям гипотетического объекта. Новые элементы орбиты оказываются близкими к старым и, следовательно, движение вперед по времени с новыми элементами орбиты будет совершаться по траектории, очень близкой к старой, но теперь в обратном направлении. Более того, чтобы исключить неопределенность координат и скоростей, связанную с заменой орбиты тела, интегрирование вперед совершается с использованием старой орбиты, но при расчете ошибок на входе в атмосферу используется средняя ошибка и матрица ковариации, найденные по фиктивным наблюдениям.

Далее все расчеты выполняются в точном соответствии с решением задачи, рассмотренной в п. 1 на этапе интегрирования вперед от момента оскуляции до момента входа в атмосферу и далее уже с ее учетом. Вычисляемые характеристики траектории получаются достаточно близкими к заданным оператором. В зависимости от них и от энергии тела другие части программного обеспечения воссоздают обстановку чрезвычайной ситуации в выбранном районе в заданное время.

### Литература

1. Железнов Н. Б. Влияние корреляционных связей между орбитальными параметрами астероида на определение вероятности его столкновения с планетой методом Монте-Карло // *Астрономический вестник*. 2010. Т. 44. № 2. С. 150–157.
2. Шор В. А., Кочетова О. М., Чернетенко Ю. А. Эллипс рассеяния в плоскости цели. Оценка вероятности столкновения / В сб: *Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра*. Под ред. Б. М. Шустов и Л. В. Рыхлова. М.: Наука, 2010. С. 201–205.
3. Турский Г. А. Взаимодействие космических тел с атмосферами Земли и планет // *Соровский общеобразовательный журнал*. 2000. Т. 6. №5. С. 76–82.

Ключевые слова: орбита небесного тела, столкновение с Землей, вероятность столкновения.

Статья поступила 12 ноября 2013 г.

Институт прикладной астрономии РАН, г. Москва

НПО им. С. А. Лавочкина, г. Химки

НП «Центр планетарной защиты», г. Химки

© Шор В. А., Дерюгин В. А., Зайцев А. В., Кочетова О. М., Чернетенко Ю. А., 2013