

УДК 539.3

## О МЕТОДЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТРИЧНЫХ КОМПОЗИТОВ, ОСНОВАННОМ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ ОПЕРАТОРА КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ<sup>1</sup>

*Колесников В. И.<sup>2</sup>, Бардушкин В. В.<sup>3</sup>, Яковлев В. В.<sup>4</sup>, Сычев А. П.<sup>5</sup>,  
Кириллов Д. А.<sup>6</sup>, Сорокин А. И.<sup>7</sup>*

ABOUT A METHOD OF PREDICTING OF ULTIMATE STRENGTH CHARACTERISTICS OF THE MATRIX COMPOSITES, BASED ON USE OF THE OPERATOR OF STRESSES CONCENTRATION

Kolesnikov V. I.<sup>\*</sup>, Bardushkin V. V.<sup>\*\*</sup>, Yakovlev V. V.<sup>\*\*</sup>, Sychev A. P.<sup>\*\*\*</sup>, Kirillov D. A.<sup>\*\*</sup>, Sorokin A. I.<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Rostov State University of Railway Transport, Rostov-on-Don, Russia, e-mail: sap@rgups.ru

<sup>\*\*</sup> National Research University, Moscow, Russia

<sup>\*\*\*</sup> Southern Scientific Center of Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russia

*Abstract:* The method of predicting of ultimate strength characteristics of matrix composites is offered. The method is based on generalized singular approximation of the theory of random fields, concept of the operator of stresses concentration and the information about strength properties of a matrix. It is shown that by means of this method probably carrying out of numerical modeling of ultimate strengths of matrix composites depending on composition, structure and concentration of components, and also a kind of the external mechanical loadings.

*Keywords:* matrix composites, inclusions, matrix, operator of stresses concentration, mechanical strength, modeling.

### Введение

Прогнозирование и анализ предельных (разрушающих) характеристик относится к одному из основных направлений исследований физико-механических (в частности, упругих) свойств неоднородных материалов. При этом в настоящее время помимо экспериментальных исследований все большее значение приобретают методы моделирования и расчета, основанные на теоретическом анализе указанных свойств [1, 2].

В [2–4] показано, что при приложении внешнего воздействия определенного типа в неоднородной среде (в отличие от однородной) в элементах неоднородности возникает напряженно-деформированное состояние общего вида. При этом возможно существование таких элементов неоднородности, для которых внутри или на границе раздела ком-

понентов значения напряжений или деформаций будут отличаться от приложенных (в частности, превышать их). Поэтому моделирование и расчет напряжений и деформаций, возникающих в отдельном элементе неоднородности в зависимости от состава, структуры, геометрической формы и концентрации компонентов, а также вида и величины приложенного внешнего воздействия, является актуальной задачей. Ее решение дает возможность исследователям не только прогнозировать, как указанные напряжения и деформации концентрируются и перераспределяются в неоднородной среде, но и вести целенаправленный поиск новых, обладающих заданными свойствами материалов [2].

Проблема прогнозирования предельных механических характеристик матричных композитов может быть решена на основе знания распределений локальных упругих

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (13-08-00672-а, 13-08-00732-а).

<sup>2</sup>Колесников Владимир Иванович, академик РАН, д-р техн. наук, президент Ростовского государственного университета путей сообщения; e-mail: kvi@rgups.ru.

<sup>3</sup>Бардушкин Владимир Валентинович, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Высшая математика №2» Национального исследовательского университета «МИЭТ»; e-mail: bardushkin@mail.ru.

<sup>4</sup>Яковлев Виктор Борисович, д-р физ.-мат. наук, декан вечернего факультета Национального исследовательского университета «МИЭТ»; e-mail: yakovlev@miee.ru.

<sup>5</sup>Сычев Александр Павлович, канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией транспорта и новых композиционных материалов Южного научного центра РАН; e-mail: sap@rgups.ru.

<sup>6</sup>Кириллов Дмитрий Андреевич, аспирант кафедры «Высшая математика №2» Национального исследовательского университета «МИЭТ»; e-mail: dmitry.kirilloff@gmail.com.

<sup>7</sup>Сорокин Александр Игоревич, аспирант кафедры «Высшая математика №2» Национального исследовательского университета «МИЭТ»; e-mail: mr40in@gmail.com.

полей, описываемых тензорными операторами концентраций напряжений и деформаций. Эти операторы связывают значения внутри элемента неоднородности композита со средними значениями во всем материале [2, 5–9]. С помощью операторов концентраций можно получать сведения об основных направлениях перестройки структуры неоднородных сред и изменения физических свойств их компонентов [10, 11], а также прогнозировать пределы прочности материалов, основываясь на информации о перераспределении локальных упругих полей и прочностных характеристиках отдельных элементов неоднородности.

В настоящей работе предложен оригинальный метод прогнозирования предельных прочностных характеристик матричных композитных материалов при сжатии. Метод основан на использовании тензорного оператора концентрации напряжений.

## 1. Оператор концентрации напряжений

Структура реальных композитов представляет собой стохастическую (случайно-неоднородную) сплошную среду. При этом тензор напряжений  $\boldsymbol{\sigma}$  является случайной функцией координат  $\mathbf{r}$  и может быть представлен в виде суммы среднего значения и флуктуаций (для удобства в дальнейшем, если это возможно, индексы в записи компонент тензоров и элементов матриц будут опускаться)

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) = \langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle + \boldsymbol{\sigma}'(\mathbf{r}).$$

Угловые скобки здесь и далее определяют процедуру усреднения по ансамблю, которое для статистически однородных композитов, т.е. при выполнении гипотезы эргодичности, совпадает с усреднением по объему [2, 7–9, 12]. В рамках линейной теории флуктуации линейно зависят от средних значений

$$\boldsymbol{\sigma}'(\mathbf{r}) = \mathbf{P}(\mathbf{r}) \langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle.$$

Здесь  $\mathbf{P}(\mathbf{r})$  — интегральный оператор, описывающий взаимодействие между включениями. Тогда связь между локальными и средними напряжениями в материале может быть представлена в виде

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) = (\mathbf{I} + \mathbf{P}(\mathbf{r})) \langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle,$$

где  $\mathbf{I}$  — единичный тензор четвертого ранга.

Это приводит к тому, что локальные напряжения можно охарактеризовать безразмерным оператором концентрации напряжений (тензор четвертого ранга)  $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r}) = \mathbf{I} + \mathbf{P}(\mathbf{r})$  [2, 7–9], связывающим локальные значения тензора напряжений  $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$  с внешними (средними) по материалу напряжениями  $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$ :

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}) = K_{ijkl}^\sigma(\mathbf{r}) \langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle, \quad (1.1)$$

$$i, j, k, l = 1, 2, 3.$$

Удобство подхода, связанного с оценкой локального напряженно-деформированного состояния неоднородной среды при помощи оператора  $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$  заключается в том, что исключается информация о виде внешнего механического воздействия, поскольку  $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$  может зависеть только от материальных параметров среды и структуры материала [2, 7–9, 13, 14].

Для проведения корректного анализа локальной концентрации напряжений в композите, позволяющего учитывать взаимодействие элементов неоднородности, состав, структуру материала, форму и процентное содержание включений необходимо решать уравнения равновесия упругой неоднородной среды. Однако в общем случае получить соотношения для численных расчетов  $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$  не удастся. Поэтому для его вычисления используются различные приближения. Одним из таких приближений, учитывающих перечисленные выше факторы, является обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей (ОСП) [2, 12]. В его рамках используется только сингулярная составляющая тензора Грина уравнений равновесия, зависящая лишь от дельта-функции Дирака, а также вводится однородное тело сравнения, материальные константы которого входят в окончательные выражения для вычисления  $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$ . Физический смысл ОСП заключается в предположении однородности полей напряжений и деформаций в пределах элемента неоднородности. В этом случае выражение для  $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$  имеет следующий вид [2]:

$$\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r}) = \mathbf{c}(\mathbf{r}) (\mathbf{I} - \mathbf{g}\mathbf{c}''(\mathbf{r}))^{-1} \times$$

$$\times \left\langle \mathbf{c}(\mathbf{r}) (\mathbf{I} - \mathbf{g}\mathbf{c}''(\mathbf{r}))^{-1} \right\rangle^{-1}, \quad (1.2)$$

где  $\mathbf{c}$  — тензор модулей упругости, двойным штрихом определяется разность между величинами неоднородной среды и однородного тела сравнения, характеристики которого обозначаются верхним индексом «с»:  $\mathbf{c}''(\mathbf{r}) = \mathbf{c}(\mathbf{r}) - \mathbf{c}^c$ .

Компоненты  $g_{ijkl}$  тензора  $\mathbf{g}$  вычисляются следующим образом [2, 12]:

$$g_{ijkl} = a_{i(kl)(j)}. \quad (1.3)$$

Здесь

$$a_{iklj} = -\frac{1}{4\pi} \int n_k n_j t_{il}^{-1} d\Omega,$$

где  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$  — элемент телесного угла в сферической системе координат;  $t_{il}^{-1}$  — элементы матрицы, обратной матрице  $\mathbf{T}$  с элементами  $t_{il} = c_{iklj}^c n_k n_j$ ;  $n_k$  и  $n_j$  ( $k, j = 1, 2, 3$ ) — компоненты вектора внешней нормали к поверхности включения. Для эллипсоидальных включений с главными полуосями  $l_1, l_2$  и  $l_3$  компоненты вектора нормали определяются соотношениями

$$n_1 = \frac{1}{l_1} \sin\theta \cos\phi, \quad n_2 = \frac{1}{l_2} \sin\theta \sin\phi, \\ n_3 = \frac{1}{l_3} \cos\theta.$$

По парам индексов  $i$  и  $j$ ,  $k$  и  $l$ , заключенным в выражении (1.3) для компонент  $g_{ijkl}$  тензора  $\mathbf{g}$  в круглые скобки, осуществляется операция симметризации.

Остановимся подробнее на процедуре усреднения. В случае выполнения условия эргодичности можно, как указывалось, использовать усреднение по объему (для каждого компонента неоднородного материала). Тогда операция усреднения по всему объему материала для некоторой случайной величины  $\mathbf{a}(\mathbf{r})$  сводится к суммированию [2, 9, 12]

$$\langle \mathbf{a}(\mathbf{r}) \rangle = \sum_s v_s \langle \mathbf{a}_s(\mathbf{r}) \rangle, \quad (1.4)$$

где  $v_s$  — объемная концентрация компонента  $s$ -го типа, а  $\mathbf{a}_s(\mathbf{r})$  — соответствующая указанному компоненту случайная величина,  $\sum_s v_s = 1$ .

## 2. Описание метода прогнозирования предельных прочностных характеристик матричных композитов

Как указывалось, соотношение (1.2) для оператора концентрации напряжений зависит только от материальных параметров среды и структуры материала. Поэтому, зная характер внешнего воздействия  $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$

(МПа) на композитный материал, можно, опираясь на определение (1.1) для  $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$ , судить о виде и величине напряжения  $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$ , возникающего внутри элемента неоднородности любого типа. Необходимо еще раз подчеркнуть, что возникающие локальные (внутренние) напряжения, как в матрице, так и во включениях, будут и по виду, и по величине отличаться от приложенного воздействия  $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$  [2–4].

В рассматриваемых композитах фундаментальную роль играет матрица, ведь именно она делает материал монолитным, перераспределяя механические напряжения между всеми элементами неоднородности. Разрушение матрицы приводит к потере композитом сплошности и, как следствие, выходу из строя изделий из рассматриваемых материалов. Поэтому в предлагаемом методе считается, что приложенная к композиту нагрузка (например, сжатие в определенном направлении) становится разрушающей тогда и только тогда, когда внутреннее напряжение в матрице начинает превышать предел ее прочности. Здесь величина внутреннего напряжения, возникающего в матрице при внешнем воздействии на композит, сравнивается с известным значением предела прочности матрицы, установленным экспериментально или взятым из справочника. Значение предела прочности матрицы должно соответствовать внешней нагрузке (например, сжатию, совершаемому в том же направлении, что и для рассматриваемого композита), приложенной к однородному телу, состоящему только из материала матрицы.

Отметим также, что в описанном методе всегда рассматривается ситуация, связанная с хрупким разрушением матричных композитов.

## 3. Пример использования метода прогнозирования предельных прочностных характеристик матричных композитов

Рассмотрим модельный двухкомпонентный композит с включениями из бесщелочного стекла (БЩС). Модуль Юнга (при сжатии) и коэффициент Пуассона для БЩС равны соответственно 76,2 ГПа и 0,22 [15]. Пусть включения представляют собой эллипсоиды вращения с главными полуосями  $l_1, l_2$  и  $l_3$ . Положим, что  $l_1 = l_2 = 1, l_3 = L$ , т.е. эллипсоиды ориентированы параллельно оси  $Oz$  лабораторной системы координат. В качестве матрицы будем использовать эпоксид-

ное связующее марки ЭД-20. Модуль Юнга (при сжатии) и коэффициент Пуассона для ЭД-20 равны соответственно 3,8 ГПа и 0,39 [16].

Проведем численное моделирование и установим зависимости пределов прочности рассматриваемого композита в некоторых режимах нагружения от изменения длины полуоси  $l_3 = L$  эллипсоидальных включений БЩС при их фиксированном объемном содержании.

При проведении численного моделирования будем полагать, что компоненты композита изотропны. Пусть  $v_1 = 0,3$  и  $v_2 = 0,7$  — объемные содержания компонентов рассматриваемого материала, где индекс «1» относится к включениям БЩС, а «2» — к матрице ЭД-20. Тогда в формуле (1.2)  $\mathbf{c}''(\mathbf{r}) = \mathbf{c}_s - \mathbf{c}^c$ , где  $\mathbf{c}_s$  и  $\mathbf{c}^c$  — тензоры модулей упругости  $s$ -го компонента композита ( $s = 1, 2$ ) и однородного тела сравнения соответственно. Отсюда, с учетом (1.4), соотношения для оператора  $\mathbf{K}_s^\sigma$  в  $s$ -м компоненте композита примут следующий вид:

$$\mathbf{K}_s^\sigma = \mathbf{c}_s [\mathbf{I} - \mathbf{g}_s (\mathbf{c}_s - \mathbf{c}^c)]^{-1} \times \left\{ \sum_{i=1}^2 v_i \mathbf{c}_i [\mathbf{I} - \mathbf{g}_i (\mathbf{c}_i - \mathbf{c}^c)]^{-1} \right\}^{-1}, \quad (3.1)$$

$s = 1, 2.$

В формулах (3.1)  $\mathbf{g}_s$  ( $s = 1, 2$ ) — это тензор  $\mathbf{g}$  с компонентами, вычисляемыми по соотношению (1.3). При этом  $\mathbf{g}_1$  соответствует эллипсоидальным включениям БЩС, а  $\mathbf{g}_2$  — матрице ЭД-20 (при вычислениях компонент тензора  $\mathbf{g}_2$  следует считать  $l_1 = l_2 = l_3 = 1$ ).

Для проведения модельных расчетов при операциях над тензорами будем использовать их матричную форму записи [9, 12]. При этом ненулевые элементы  $c_{ij}$  ( $i, j = 1, \dots, 6$ ) матрицы тензора модулей упругости  $\mathbf{c}$  для изотропного материала выражаются через модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\gamma$  следующим образом:

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = \frac{E(1 - \gamma)}{(1 + \gamma)(1 - 2\gamma)};$$

$$c_{44} = c_{55} = c_{66} = \frac{E}{2(1 + \gamma)};$$

$$c_{12} = c_{21} = c_{13} = c_{31} = c_{23} = c_{32} = \frac{E\gamma}{(1 + \gamma)(1 - 2\gamma)}.$$

При вычислении упругих характеристик однородного тела сравнения (для каждого из варьируемых значений длины полуоси  $l_3 = L$  эллипсоидальных включений БЩС) будем использовать метод самосогласования [12]. С этой целью в работе была организована итерационная процедура, в которой в качестве параметров  $\mathbf{c}^c$  тела сравнения брались значения тензора модулей упругости (в матричной форме записи), полученные на предыдущем шаге итерации. В качестве начальных значений параметров тела сравнения брались упругие характеристики, полученные в приближении Хилла, т.е. среднего арифметического значений, полученных в приближениях Ройсса

$$\mathbf{c}_{\text{Reuss}} = \left[ \sum_s v_s (\mathbf{c}_s)^{-1} \right]^{-1}$$

и Фойгта  $\mathbf{c}_{\text{Voight}} = \sum_s v_s \mathbf{c}_s$  [12]. Выход из итерационной процедуры осуществлялся, когда максимальная разница между модулями  $\mathbf{c}^c$  составляла менее 0,01.

Пусть внешнее воздействие  $\langle \sigma \rangle$  задается в лабораторной системе координат *Oxyz* матрицей

$$\langle \sigma \rangle = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix}, \text{ МПа.}$$

Рассмотрим далее следующие случаи внешнего сжимающего воздействия на матричные композиты: 1)  $\sigma_{33} = A$ ,  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0$  (параллельно оси *Oz*); 2)  $\sigma_{11} = B$ ,  $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$  (параллельно оси *Ox*). Отметим, что в силу структуры рассматриваемых неоднородных материалов моделирование сжимающего воздействия в любом из направлений, перпендикулярных к оси *Oz*, равносильно второму случаю.

Вычислительная процедура была организована следующим образом. Вначале для модельного композита фиксировалось какое-либо значение длины полуоси  $l_3 = L$  включений БЩС. Затем по формуле (3.1) вычислялся оператор  $\mathbf{K}^\sigma$  в связующем ЭД-20. Далее в  $\langle \sigma \rangle$  задавались определенные положительные значения  $A$  и  $B$  (для первого и второго случаев соответственно). Затем, опираясь на определение (1.1) оператора концентрации напряжений, для связующего ЭД-20 вычислялись элементы  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) матрицы тензора напряжений. После этого происходило сравнение значений вычисленных элементов  $\sigma_{33}$  (для первого случая) и  $\sigma_{11}$

(для второго случая) со справочной величиной предела прочности при сжатии для ЭД-20, равном  $\sigma_m = 198$  МПа [16]. Если  $\sigma_{33} < \sigma_m$  (соответственно  $\sigma_{11} < \sigma_m$ ), то значение  $A$  (соответственно  $B$ ) увеличивалось на 1 МПа и вычисление (для связующего ЭД-20) элементов  $\sigma_{ij}$  матрицы тензора напряжений повторялось заново. Вычислительная процедура в каждом из случаев останавливалась сразу, как только выполнялось условие  $\sigma_{33} \geq \sigma_m$  (соответственно  $\sigma_{11} \geq \sigma_m$ ), а последнее значение  $A$  (соответственно  $B$ ) принималось в качестве предела прочности при сжатии всего композита для первого (соответственно второго) случая. Затем фиксировалось новое значение длины полуоси  $l_3 = L$  включений БЩС и вычисления пределов прочности для модельного композита повторялись заново.

На рисунке представлены результаты численного моделирования пределов прочности  $\sigma_{сж}$  рассматриваемого композита для указанных выше режимов нагружения от изменения длины полуоси  $l_3 = L$  эллипсоидальных включений БЩС. Точка  $L = 1$  определяет переход от включений в форме дисков к включениям иглообразной формы. В этой точке значения предельного разрушающего напряжения для композитов при сжатии вдоль осей  $Ox$  и  $Oz$  равны, т.к. в этом случае рассматривается материал, армированный включениями сферической формы, прочностные свойства которого не зависят от направления приложения сжимающей нагрузки. Расчеты показали, что с увеличением  $L$  происходит стабилизация значений предельного разрушающего напряжения на уровне 250 МПа (для случая сжатия вдоль  $Ox$ ) и на уровне 720 МПа (для случая сжатия вдоль  $Oz$ ). Кроме того, при армирова-

нии дисками прочность композита выше при сжатии вдоль оси  $Ox$ , а при армировании вытянутыми эллипсоидами — вдоль оси  $Oz$ .

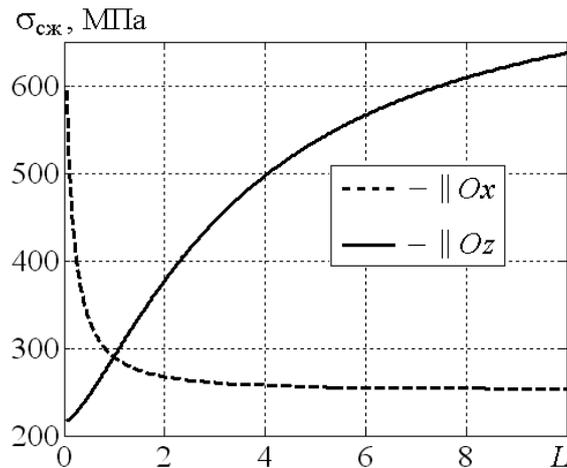
### Заключение

В работе предложен метод прогнозирования предельных прочностных характеристик матричных композитов при сжатии. Рассматривается хрупкое разрушение указанных материалов. Метод опирается на обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей, понятие оператора концентрации напряжений и информацию о прочностных свойствах матрицы. Считается, что приложенная к композиту сжимающая нагрузка становится разрушающей тогда и только тогда, когда внутреннее напряжение в матрице начинает превышать предел ее прочности. Показано, что с помощью данного метода возможно проведение численного моделирования пределов прочности матричных композитов в зависимости от состава, структуры и концентрации компонентов, а также вида приложенного внешнего воздействия. Установлена, в частности, анизотропия прочностных характеристик в двухкомпонентных композитах на основе полимерного связующего ЭД-20, обусловленная текстурой формы и ориентации эллипсоидальных включений БЩС.

Дальнейшие исследования авторов будут направлены на совершенствование данного метода и расширение с его помощью представлений о влиянии состава, структуры и концентрации компонентов матричных композитов на величину предельного разрушающего напряжения в зависимости от вида внешнего механического воздействия.

### Литература

1. Трофимов Н. Н., Канович М. З., Карташов Э. М., Натрусов В. И., Пономаренко А. Т., Шевченко В. Г., Соколов В. И., Симонов-Емельянов И. Д. Физика композиционных материалов (В 2-х томах). М.: Мир, 2005. Т. 1. 456 с.; Т. 2. 344 с.
2. Колесников В. И., Бардушкин В. В., Яковлев В. Б., Сычев А. П., Колесников И. В. Микромеханика поликристаллов и композитов (напряженно-деформированное состояние и разрушение). Ростов-на-Дону: Изд-во РГУПС, 2012. 288 с.
3. Nikitin A. N., Yakovlev V. B. Influence of the orientation of an isolated quartz granule inside textured mountain rock on the distribution of local stress near its surface // J. Earthquake Pred. Res. 1997. V. 6. № 2. P. 235–243.
4. Yakovlev V. B. Local stress-strain conditions of textured polycrystals under high pressure // High Pressure Research. 2000. Vol. 17. P. 375–383.
5. Победря Б. Е., Горбачев В. И. Концентрация напряжений и деформаций в композитах // Механика композитных материалов. 1984. № 2. С. 207–214.
6. Маслов Б. П. Концентрация напряжений в изотропной матрице, армированной анизотропными включениями // Полимерные материалы. 1987. Т. 23. С. 73–79.
7. Колесников В. И., Бардушкин В. В., Сычев А. П., Яковлев В. Б. Влияние микроструктуры на локальные значения напряжений и деформаций в волокнистом композите // Вестник машиностроения. 2005. № 8. С. 35–38.



Результаты численного моделирования предельного разрушающего напряжения для композитов при сжатии

8. Бардушкин В. В., Яковлев В. Б. Характеристики локального напряженно-деформированного состояния в статистически однородных матричных композитах // Деформация и разрушение материалов. 2005. № 9. С. 38–42.
9. Buryachenko V. A. Micromechanics of heterogeneous materials. Berlin: Springer – Verlag, 2007. 686 p.
10. Колесников В. И., Бардушкин В. В., Булах И. И., Сычев А. П., Яковлев В. Б. О методе моделирования текстурообразования в поликристаллах при различных внешних напряжениях // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2006. № 2. С. 33–36.
11. Колесников В. И., Чекакина И. И., Бардушкин В. В., Сычев А. П., Яковлев В. Б. Энергетический подход при моделировании формирования текстуры в поликристаллах под влиянием внешних напряжений // Вестник Южного научного центра РАН. 2008. Т. 4. № 3. С. 3–8.
12. Шермергор Т. Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977. 399 с.
13. Колесников В. И., Бардушкин В. В., Лапицкий А. В., Сычев А. П., Сычев А. А., Яковлев В. Б. Локальные физико-механические характеристики антифрикционных композитов для тяжело нагруженных узлов трения // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2011. № 10. С. 3–7.
14. Бардушкин В. В., Яковлев В. Б., Колесников В. И., Сычев А. П., Сычев А. А., Флек Б. М. Концентрация напряжений и деформаций в антифрикционных тканых композитах // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2013. № 3. С. 7–13.
15. Гутников С. И., Лазоряк Б. И., Селезнев А. Н. Стекланные волокна // Учебное пособие. М.: Изд-во МГУ, 2010. 53 с.
16. Лапицкий В. А., Крицук А. А. Физико-механические свойства эпоксидных полимеров и стеклопластиков. Киев: Наукова думка, 1986. 92 с.

## References

1. Trofimov N. N., Kanovich M. Z., Kartashov Je. M., Natrusov V. I., Ponomarenko A. T., Shevchenko V. G., Sokolov V. I., Simonov-Emel'janov I. D. *Fizika kompozitsionnyh materialov* [Physics of composite materials]. Two volumes. Moscow, Mir Publ., 2005. Vol. 1. 456 p.; Vol. 2. 344 p. (In Russian)
2. Kolesnikov V. I., Bardushkin V. V., Yakovlev V. B., Sychev A. P., Kolesnikov I. V. *Mikromekhanika polikristallov i kompozitov (naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie i razrushenie)* [Micromechanics of polycrystals and composites (stress-strain state and destruction)]. Rostov-on-don, RGUPS Publ., 2012, 288 p. (In Russian)
3. Nikitin A. N., Yakovlev V. B. Influence of the orientation of an isolated quartz granule inside textured mountain rock on the distribution of local stress near its surface. *J. Earthquake Pred. Res.*, 1997, vol. 6, no. 2, pp. 235–243.
4. Yakovlev V. B. Local stress-strain conditions of textured polycrystals under high pressure. *High Pressure Research*, 2000, vol. 17, pp. 375–383.
5. Pobedrja B. E., Gorbachev V. I. Koncentracija naprjazhenij i deformacij v kompozitah [Concentration of stresses and deformations in the composites]. *Mekhanika kompozitnyh materialov* [Mechanics of Composite Materials], 1984, no. 2, pp. 207–214. (In Russian)
6. Maslov B. P. Koncentracija naprjazhenij v izotropnoj matricе, armirovannoj anizotropnymi vkljuchenijami [Concentration

- of stresses in an isotropic matrix reinforced anisotropic inclusions]. *Polimernye materialy* [Polymeric Materials], 1987, vol. 23, pp. 73–79. (In Russian)
7. Kolesnikov V. I., Bardushkin V. V., Sychev A. P., Jakovlev V. B. Vlijanie mikrostruktury na lokal'nye znachenija naprjazhenij i deformacij v voloknistom kompozite [Influence of microstructure on local values of stresses and strains in fibrous composite]. *Vestnik mashinostroeniya* [Bulletin of Engineering], 2005, no. 8, pp. 35–38. (In Russian)
  8. Bardushkin V. V., Jakovlev V. B. Charakteristiki lokal'nogo naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija v statisticheski odnorodnyh matrichnyh kompozitah [The local characteristics of the stress-strain state in a statistically homogeneous matrix composites]. *Deformacija i razrushenie materialov* [Deformation and fracture of materials], 2007, no. 9, pp. 38–42. (In Russian)
  9. Buryachenko V. A. *Micromechanics of heterogeneous materials*. Berlin, Springer-Verlag, 2007, 686 p.
  10. Kolesnikov V. I., Bardushkin V. V., Bulah I. I., Sychev A. P., Jakovlev V. B. O metode modelirovanija teksturoobrazovanija v polikristallah pri razlichnyh vneshnih naprjazhenijah [About the method of simulation of texture formation in polycrystalline samples under various external stresses]. *Ekologicheskij vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2006, no. 2, pp. 33–36. (In Russian)
  11. Kolesnikov V. I., Chekasina I. I., Bardushkin V. V., Sychev A. P., Jakovlev V. B. Energeticheskij podhod pri modelirovanii formirovanija tekstury v polikristallah pod vlijaniem vneshnih naprjazhenij [Energy approach for simulation of the formation of textures in polycrystals under the influence of external stresses]. *Vestnik Juzhnogo nauchnogo centra RAN* [Bulletin of the Southern Scientific Center of Russian Academy of Science], 2008, vol. 4, no. 3, pp. 3–8. (In Russian)
  12. Shermergor T. D. *Teorija uprugosti mikroneodnorodnyh sred* [Theory of elasticity of microscopically environments]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 399 p. (In Russian)
  13. Kolesnikov V. I., Bardushkin V. V., Lapickij A. V., Sychev A. P., Sychev A. A., Jakovlev V. B. Lokal'nye fiziko-mehaničeskie harakteristiki antifrikcionnyh kompozitov dlja tjazhelonagruzhennyh uzlov trenija [Local physico-mechanical characteristics of friction composites for highly loaded friction units]. *Trenie i smazka v mashinah i mehanizmah* [Friction and lubrication in machinery], 2011, no. 10, pp. 3–7. (In Russian)
  14. Bardushkin V. V., Jakovlev V. B., Kolesnikov I. V., Sychev A. P., Sychev A. A., Flek B. M. Koncentracija naprjazhenij i deformacij v antifrikcionnyh tkanyh kompozitah [The concentration of stresses and deformations in antifriction woven composite]. *Trenie i smazka v mashinah i mehanizmah* [Friction and lubrication in machinery], 2013, no. 3, pp. 7–13. (In Russian)
  15. Gutnikov S. I., Lazorjak B. I., Seleznev A. N. *Stekljannye volokna* [Glass fiber]. Moscow, MSU Publ., 2010, 53 p. (In Russian)
  16. Lapickij V. A., Kricuk A. A. *Fiziko-mehaničeskie svojstva jepoksidnyh polimerov i stekloplastikov* [Physical-mechanical properties of the epoxy resin and fiberglass]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1986, 92 p. (In Russian)

---

Статья поступила 12 февраля 2014 г.

© Колесников В. И., Бардушкин В. В., Яковлев В. Б., Сычев А. П., Кириллов Д. А., Сорокин А. И., 2014