

УДК 536.22

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ ВБЛИЗИ СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЫ

Батищев В. А., Благов А. В., Николаенко Ю. С.

OCCURRENCE OF ROTATIONAL REGIMES OF THERMO-CAPILLARY FLUID FLOWS
NEAR THE FREE SURFACE

Batishchev V. A. *, Blagov A. V. *, and Nikolaenko Y. S. *

*South Federal University, Krasnodar, Russia, e-mail: batishhev-v@mail.ru

Abstract. The nonlinear boundary layers caused by the non-uniform heating of the free surface, were studied intensively at the end of the last century in connection with the experiments in space. For the Marangoni boundary layers self-similar solutions were found, the conditions for the existence and uniqueness of solutions were studied and numerous numerical calculations were conducted. It was shown for the layers of finite thickness that the non-uniform heating of the free surface can lead to the rotation of an inhomogeneous fluid over the entire thickness of the layer. This paper shows that under the positive temperature gradient there can occur a rotation of the fluid as a result of bifurcation in a thin boundary layer near the free surface only, the fluid out of this layer does not rotate. In the case of the negative temperature gradient rotational modes are not detected.

For the stationary axisymmetric thermocapillary flows of liquid there were obtained self-similar solutions of the Marangoni boundary layer equations with the power-law dependence on the temperature of the free surface of the radial coordinate. The speed of the outer non-viscous non-swirling flow is of the same order as the velocity in the boundary layer. With a positive temperature gradient along the free surface, the equations of the boundary layer have two 'basic' solutions describing thermocapillary non-swirling fluid flows. These solutions exist if the speed of the external inviscid flow on the free surface exceeds a critical value. The bifurcation diagram was calculated and two secondary modes, which differ from the 'basic' modes by the presence of rotation around the axis of symmetry, were found. Under a negative surface temperature gradient there was found only one 'main' mode, bifurcation points and secondary modes were not detected.

Keywords: boundary layer, free surface, bifurcation of the rotation.

Введение

Нелинейные пограничные слои вблизи свободной границы интенсивно изучались во второй половине прошлого века. Такие слои возникают в океане при касательных нагрузках, вызванных ветром, направленным вдоль свободной поверхности. В работе [1] В.Я. Шкадов изучил автомодельные решения нелинейных уравнений пограничного слоя вблизи свободной поверхности при ветровых нагрузках. Нелинейные пограничные слои возникают также и вследствие термокапиллярного эффекта при неравномерном нагреве свободной границы. Впервые автомодельные решения нелинейных уравнений по-

граничного слоя Марангони в неравномерно нагретой жидкости получены в работе L.G. Napolitano [2]. Свойства таких слоев изучены В.В. Пухначевым, например в [3]. В работах [4, 5] в осесимметричном случае изучались свойства автомодельных решений для слоев Марангони с учетом деформируемости свободной поверхности. В [5] исследован случай возникновения вращения жидкости в горизонтальном слое, ограниченном сверху свободной границей, а снизу — твердой стенкой. Показано, что жидкость вращается во всем слое, причем вращение связано с бифуркацией решений нелинейных уравнений движения. Вращательный эффект возникает при достижении градиентом темпера-

Батищев Владимир Андреевич, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры теоретической и компьютерной гидродинамики Южного федерального университета; e-mail: batishhev-v@mail.ru.

Благов Александр Валерьевич, студент факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета; e-mail: blagov90@gmail.com.

Николаенко Юрий Сергеевич, аспирант кафедры теоретической и компьютерной гидродинамики Южного федерального университета; e-mail: yur-nikolaenko@yandex.ru.

туры критического значения, зависящего от толщины слоя. В данной работе рассмотрено осесимметричное течение жидкости вблизи оси симметрии в полуплоскости, ограниченной свободной границей, на которой задан продольный градиент температуры. Предполагается, что скорость жидкости вне пограничного слоя имеет такой же порядок, что и в пограничном слое. Показано, что при положительном градиенте температуры, направленном радиально вдоль свободной границы может возникать вращательный режим, который локализован в пограничном слое. При отрицательном градиенте температуры вращение не обнаружено.

1. Уравнения движения

Изучается стационарное осесимметричное течение вязкой теплопроводной жидкости вблизи оси симметрии в слое бесконечной глубины, ограниченном сверху свободной границей Γ . Вдоль границы Γ задано неравномерное распределение температуры, приводящее к термокапиллярному движению жидкости (эффект Марангони). Течение жидкости описывается системой уравнений Навье-Стокса и уравнением теплопроводности

$$(\mathbf{v}, \nabla) v = -\rho^{-1} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v},$$

$$(\mathbf{v}, \nabla) T = \chi \nabla^2 T, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0.$$

Здесь $v = (v_r, v_\theta, v_z)$ — вектор скорости, (r, θ, z) — цилиндрические координаты, T — температура жидкости, p — давление, ρ — плотность. ν, χ — соответственно коэффициенты кинематической вязкости и теплопроводности. Свойство осевой симметрии означает, что вектор скорости, давление и температура не зависят от окружающей координаты θ . Свободная граница Γ считается недеформируемой. Рассматривается случай линейной зависимости коэффициента поверхностного натяжения от температуры $\sigma = \sigma_0 - |\sigma_T|(T - T_*)$, где $\sigma_0, |\sigma_T|, T_*$ — известные постоянные. На свободной поверхности Γ выполняются динамические условия для касательных напряжений, кинематическое условие и задана температура T_Γ

$$2\mu (\mathbf{\Pi} \mathbf{n} - (\mathbf{n} \mathbf{\Pi} \mathbf{n}) \mathbf{n}) = \nabla_\Gamma \sigma,$$

$$\mathbf{v} \mathbf{n} = 0, \quad T = T_\Gamma(r, z), \quad (r, z) \in \Gamma.$$

Здесь $\mathbf{\Pi}$ — тензор скоростей деформации, \mathbf{n} — единичный вектор внешней нормали к

свободной границе Γ , μ — динамический коэффициент вязкости, ∇_Γ — градиент вдоль Γ . Предположим, что температура свободной поверхности в окрестности оси симметрии на отрезке длиной L изменяется по степенному закону $T = T_\infty + \Delta T (r/L)^{n+1}$. Здесь $\Delta T = \text{const}$ — разность температур. При $z \rightarrow -\infty$ температура жидкости вне Γ стремится к постоянному значению T_∞ , а поле скоростей ограничено.

Переходим к безразмерным переменным в уравнениях движения и краевых условиях, выбрав в качестве масштабов длины, скорости, давления и температуры следующие параметры: $L, u, \sigma_0/L, A_T L$. Здесь A_T — масштаб градиента температуры $A_T = |\Delta T|/L$. Масштаб скорости определяется формулой

$$u = \left(|\sigma_T|^2 A_T^2 L \rho^{-2} \nu^{-1} \right)^{1/3}$$

и находится при сравнении порядков величин в уравнениях Навье-Стокса и в краевых условиях. Введем параметр ε по формуле

$$\varepsilon = \left(\rho \nu^2 |\sigma_T|^{-1} L^{-2} A_T^{-1} \right)^{1/3}.$$

При малых значениях параметра ε вблизи свободной границы возникает пограничный слой Марангони, толщина которого имеет порядок ε . Вне этого слоя течение жидкости в первом приближении является невязким и описывается уравнениями Эйлера. Предположим, что скорость внешнего невязкого течения жидкости $\mathbf{v}_0 = \{v_{r0}, v_{\theta0}, v_{z0}\}$ имеет такой же порядок u , как и скорость в пограничном слое. Далее рассматривается случай, когда внешнее невязкое течение не закручено, т.е. компонента $v_{\theta0} = 0$. Ниже будет показано, что при положительном градиенте температуры $\nabla_\Gamma T_\Gamma > 0$, заданном вдоль свободной границы, в пограничном слое может возникнуть вращение в результате бифуркации, причем вращающийся пограничный слой не вызывает вращения жидкости вне этого слоя во внешней области.

2. Асимптотические разложения

Начало цилиндрической системы координат помещаем на свободную поверхность на оси симметрии, тогда уравнение этой поверхности представим в виде $z = 0$. Решение задачи строим методом пограничного слоя. В области пограничного слоя D_Γ введем преобразование растяжения $s = z/\varepsilon$. Отметим, что $s \leq 0$. Асимптотические разложения при

$\varepsilon \rightarrow 0$ компонент вектора скорости и температуры представим в виде рядов по степеням малого параметра ε [4]

$$\begin{aligned} v_r &= v_{r0} + h_{r0} + \varepsilon(h_{r1} + v_{r1}) + \dots, \\ v_z &= v_{z0} + \varepsilon(h_{z1} + v_{z1}) + \dots, \\ v_\theta &= h_{\theta0} + \varepsilon(h_{\theta1} + v_{\theta1}) + \dots, \\ T &= T_0 + \theta_0 + \varepsilon(T_1 + \theta_1) + \dots \end{aligned}$$

Аналогичный ряд строим и для давления. Функции v_{r0} , v_{z0} , v_{r1} , v_{z1} , $v_{\theta1}$ и T_0 , T_1 зависят от координат z , r и определены во всей области течения жидкости. Функции h_{r0} , h_{z1} , $h_{\theta0}$, θ_0 локализованы в области пограничного слоя D_Γ , зависят от переменных s , r и исчезают вне D_Γ при $s \rightarrow -\infty$. $T_0 = T_\infty$ — постоянное значение температуры на бесконечности. Условие $h_{\theta0} \rightarrow 0$ ($s \rightarrow -\infty$) означает, что пограничный слой не вызывает вращения жидкости во внешней области.

При выводе уравнений пограничного слоя асимптотические разложения подставляем в уравнения Навье-Стокса, уравнение теплопроводности, в краевые условия и переходим к переменным s , r в D_Γ . Приравниваем нулю сумму коэффициентов при одинаковых степенях параметра ε . В результате получаем уравнения для главных членов асимптотических рядов h_{r0} , h_{z1} , $h_{\theta0}$, θ_0 в области пограничного слоя. Введем новые неизвестные функции H_r , H_z по формулам $H_r = h_{r0} + v_{r0}|_\Gamma$, $H_z = h_{z1} + v_{z1}|_\Gamma + s \partial v_{z0}/\partial z|_\Gamma$. Функции H_r , H_z , $h_{\theta0}$, θ_0 удовлетворяют системе уравнений Прандтля

$$\begin{aligned} H_r \frac{\partial H_r}{\partial r} + H_z \frac{\partial H_r}{\partial s} - \frac{h_{\theta0}^2}{r} &= \frac{\partial^2 H_r}{\partial s^2} + v_{r0} \frac{\partial v_{r0}}{\partial r} \Big|_\Gamma, \\ \frac{\partial H_r}{\partial r} + \frac{H_r}{r} + \frac{\partial H_z}{\partial s} &= 0, \\ H_r \frac{\partial h_{\theta0}}{\partial r} + H_z \frac{\partial h_{\theta0}}{\partial s} + \frac{H_r h_{\theta0}}{r} &= \frac{\partial^2 h_{\theta0}}{\partial s^2}, \\ H_r \frac{\partial \theta_0}{\partial r} + H_z \frac{\partial \theta_0}{\partial s} &= \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial s^2}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Краевые условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_r}{\partial s} &= -\frac{\partial T_\Gamma}{\partial r}, \quad H_z = 0, \\ \frac{\partial h_{\theta0}}{\partial s} &= 0, \quad \theta_0 = T_\Gamma(s=0), \\ H_r &\rightarrow v_{r0}|_\Gamma, \quad h_{\theta0} \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\theta_0 \rightarrow 0 \quad (s \rightarrow -\infty).$$

Здесь $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля.

Вектор $\mathbf{v}_0 = (v_{r0}, 0, v_{z0})$ описывает незакрученное течение идеальной жидкости во всей области и удовлетворяет уравнениям Эйлера.

Построим автомодельные решения задачи (2.1), (2.2) вблизи оси симметрии при конечных значениях радиальной координаты с учетом степенного закона $T_\Gamma = T_\infty + \tau r^{n+1}$. Параметр τ принимает только два значения $\tau = \pm 1$. В первом случае для $\tau = 1$ градиент температуры положителен $\nabla_\Gamma T_\Gamma > 0$ и температура свободной поверхности Γ достигает наименьшего значения при $r = 0$ на оси симметрии. При удалении от этой оси граница нагревается. Во втором случае при $\tau = -1$ выполняется условие $\nabla_\Gamma T_\Gamma < 0$. Свободная граница при удалении от оси симметрии охлаждается.

Введем переменную $\eta = -sr^{(n-1)/3}$. Известные функции найдем методом разделения переменных

$$H_r = r^{(2n+1)/3} F'(\eta), \quad (2.3)$$

$$H_z = r^{(n-1)/3} ((n+5)F + (n-1)\eta F')/3,$$

$$h_{\theta0} = r^{(2n+1)/3} G(\eta), \quad \theta_0 = \tau r^{n+1} \theta(\eta).$$

Предположим, что скорость идеальной жидкости на свободной границе вблизи оси симметрии степенным образом зависит от радиальной координаты по закону $v_{r0}|_\Gamma = U r^{(2n+1)/3}$. Отметим, что такое распределение скорости может быть вызвано вихревым течением идеальной незакрученной жидкости вблизи свободной границы.

Функции F , θ , G определяются из краевой задачи

$$\begin{aligned} 3F''' &= (2n+1)F'^2 - (n+5)FF'' - \\ &\quad - 3G^2 - (2n+1)U^2, \\ 3G''' &= (2n+4)GF' - (n+5)FG', \\ \text{Pr}^{-1} \theta'' &= (n+1)\theta F' - (n+5)F\theta'/3, \\ F(0) &= 0, \quad F''(0) = \tau(n+1), \\ \theta(0) &= 1, \quad G'(0) = 0, \\ F'(\infty) &= U, \quad G(\infty) = 0, \quad \theta(\infty) = 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Отметим частный случай $n = 4$, $U = 0$. Система (2.4) при $\tau = -1$ допускает точное решение $F(\eta) = a(1 - \exp(-\gamma\eta))$, $G = 0$. Параметры a , γ определяются формулами $\gamma = \sqrt[3]{15}$, $a = \sqrt[3]{15}/3$. Распределение температуры находится численно.

3. Результаты расчетов

Краевая задача (2.4) решается численно методом пристрелки. Эта задача разделяется на две — сначала находятся функции $f(\eta)$, $G(\eta)$, а затем определяется поле температур. Обозначим через V параметр, пропорциональный радиальной компоненте скорости вязкой жидкости на свободной границе $V = F'(0)$. На рис. 1 изображена зависимость скорости V от значений U для $n = 0$. Параметр U пропорционален радиальной компоненте скорости идеальной жидкости на свободной границе.

Автомодельные режимы разделяются на два типа. К первому типу относятся режимы течений жидкости без вращения. Этому типу решений соответствуют ветви 1 и 2. Ко второму типу — режимы течений жидкости с вращением в пограничном слое. Этим режимам соответствует ветвь 3. Ветвь 1 рассчитана при $\tau = -1$, причем для $U = 0$ решение получено в [4]. С ростом параметра U скорость вязкой жидкости на свободной границе монотонно возрастает. Ветвь 2 рассчитана для параметра $\tau = 1$. Эти режимы найдены только при $U \geq U_m$, где $U_m \approx 1,0477$ ($n = 0$). Здесь U_m — абсцисса крайней левой точки кривой 2. Для каждого значения U при $U > U_m$ найдено по два автомодельных решения первого типа. В промежутке $U_m < U < U_1$, где $U_1 \approx 1,0836$, каждое решение имеет зону тока и зону противотока. U_1 — абсцисса точки, в которой ветвь 2 пересекает ось абсцисс ($V = 0$). При $U \geq U_1$ только одно из решений имеет зоны тока и противотока, а второе — только зону тока. При $U = U_m$ оба решения сливаются в одно, а при $U < U_m$ эти решения исчезают.

Ветви 3 соответствуют режимы второго типа для $\tau = 1$. При каждом значении параметра U найдены по два режима, отличающиеся друг от друга только направлением вращения. В точке пересечения ветвей 2 и 3 возникает бифуркация.

Семейство кривых на рис. 2 изображает распределение производной $DF = F'(\eta)$, пропорциональной радиальной компоненте скорости в пограничном слое при $U = 1, 15$ и $n = 0$. Ветви 1–3 соответствуют режимам первого типа. Ветвь 1 рассчитана при $\tau = -1$, а ветви 2 и 3 — при $\tau = 1$. Радиальная компонента скорости изменяется монотонно, причем режимы течений жидкости для ветви 3 имеют зону тока и зону противотока, а режимы, соответствующие ветвям 1 и 2, име-

ют только зону тока. Ветвь 4 соответствует течению жидкости с вращением.

На рис. 3 изображен график функции $\theta(\eta)$, определяющей распределение температуры в пограничном слое по формуле $T = T_o + \theta_o + O(\varepsilon)$, где θ_o связана с θ соотношением (2.3). Результаты расчетов приведены для $U = 1, 15$. Ветви 1–3 соответствуют режимам первого типа, а ветвь 4 — режимам второго типа. Ветви 1 соответствует значению $\tau = -1$. В этом случае температура T монотонно возрастает при удалении от свободной границы и остается постоянной на оси симметрии. При $\tau = 1$ возникают как режимы первого типа (ветви 2 и 3), так и режимы второго типа (ветвь 4). Для ветви 2, в отличие от ветви 1, температура жидкости T монотонно убывает при удалении от свободной границы. Этому случаю соответствует профиль радиальной скорости без зон тока и противотока. Для ветвей 3 и 4 распределение температуры внутри слоя не является монотонным. В области пограничного слоя D_Γ возникает тонкий подслой жидкости вблизи свободной границы Γ , где температура возрастает при удалении от Γ . Вне этого подслоя температура убывает до значения T_∞ при выходе из D_Γ .

4. Бифуркация решений

Для $\tau = 1$ автомодельные решения первого типа отсутствуют при скоростях внешнего потока, удовлетворяющих соотношению $U < U_m$. Однако для этих значений параметра U существуют автомодельные решения с вращением жидкости в пограничном слое D_Γ , причем вне D_Γ эффект вращения отсутствует. Вращательный эффект возникает в результате бифуркации решений первого типа $F_c, \theta_c, G = 0$ при $\tau = 1$. Точки бифуркации находятся численно путем решения краевой задачи на собственные значения, которая получается линеаризацией задачи (2.4) вблизи решений первого типа

$$3G'' = (2n + 4)F'_c G - (n + 5)F_c G',$$

$$G'(0) = 0, G(\infty) = 0.$$

Численный расчет бифуркационных значений U_* скорости внешнего потока U на поверхности Γ приводит при $n = 0$ к значению $U_* \approx 1,25605$. На рис. 1 кривая 3 изображает ответвившееся решение с вращением жидкости в пограничном слое. Этой ветви соответствуют два вторичных режима, отличаю-

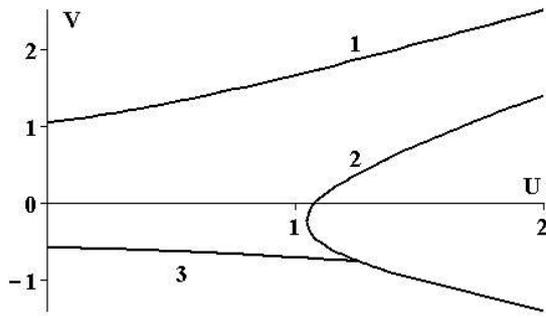


Рис. 1. Радиальная компонента скорости на свободной границе в зависимости от значений U

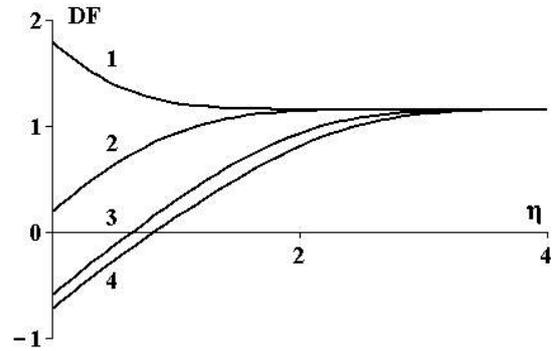


Рис. 2. Профили радиальной компоненты скорости в пограничном слое

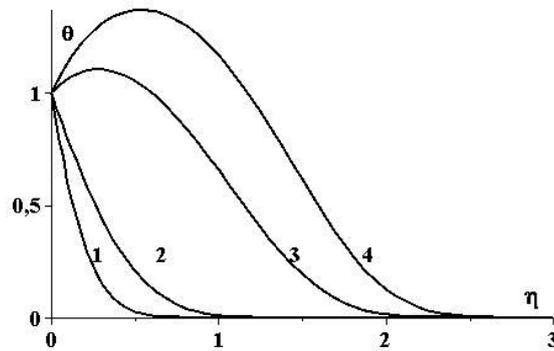


Рис. 3. Распределение функции θ в пограничном слое

щимся друг от друга только направлением вращения.

На рис. 4 изображена зависимость бифуркационных значений U_* от параметра n . Наименьшее бифуркационное значение равно $U_* = U_{\min} \approx 1,2527$ достигается при $n = n_m \approx 0,112$. С уменьшением параметра n при $n < -0,5$ происходит значительный рост значений U_* . При $n = -1$ термокапиллярный эффект исчезает.

Отметим, что система (2.4) при $\tau = 1$, $n = 0$ и $U \geq U_*$ имеет два решения первого типа. При $U_m < U < U_*$ эта система имеет четыре решения, два из которых описывают режимы первого типа, а два другие — режимы второго типа. При $U < U_m$ рассчитаны только два режима с вращением жидкости, возникающие в результате бифуркации. При $U = U_m$ рассчитаны три режима, два из которых с вращением жидкости, а третье — без вращения. На рис. 2 и 3 ветви 4 изображают соответственно графики радиальной компоненты скорости и функции θ для вторичных режимов в пограничном слое в зависимости от продольной координаты.

Численный расчет окружной компоненты скорости показывает, что эта компонента монотонно убывает до нуля при удалении от свободной границы, причем ее значения уменьшаются также и с ростом скорости внешнего потока U . На рисунке 5 изображена зависимость функции G от поперечной координаты в пограничном слое. Кривые 1–3 соответствуют значениям U равным 0; 1 и 1,25 при $n = 0$.

Заключение

Для пограничных слоев Марангони вблизи оси симметрии построены автомодельные режимы осесимметричных стационарных течений жидкости. Предполагается, что скорость жидкости вне пограничного слоя имеет такой же порядок, как и скорость в пограничном слое. Показано, что в случае положительного градиента температуры, заданного вдоль свободной границы и направленного радиально, возможно возникновение вращения жидкости в пограничном слое, причем вне этого слоя жидкость не вращается. Вращательные режимы возникают в результате

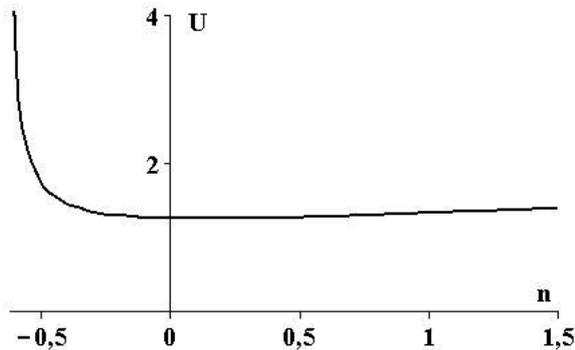


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма

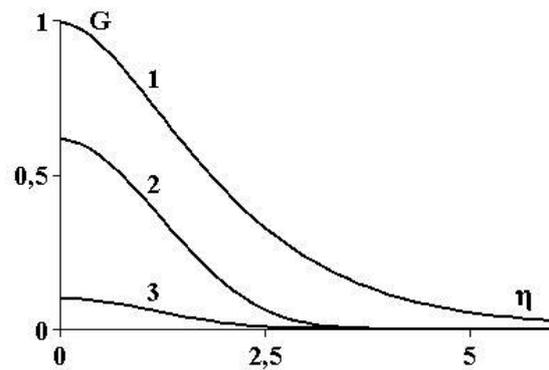


Рис. 5. Распределение окружной компоненты скорости в пограничном слое

бифуркации и рассчитаны численно. При отрицательном градиенте температуры вращение не обнаружено.

Литература

1. Шкадов В. Я. К образованию волн на поверхности вязкой тяжелой жидкости под действием касательного напряжения // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1970. №3. С. 133–137.
2. Napolitano L. G. Marangoni boundary layers. Proc. III European Symp. on Material Sci. in Space. Grenoble, 1979. P. 313–315.
3. Пушачев В. В. Групповой анализ уравнений нестационарного пограничного слоя Марангони // Докл. АН СССР. 1984. Т. 279. №5. С. 1061–1064.
4. Батищев В. А. Асимптотика неравномерно нагретой свободной границы капиллярной жидкости при больших числах Марангони // Прикладная математика и механика. 1989. Т. 53. Вып. 3. С. 425–432.
5. Батищев В. А., Хорошунова Е. В. Возникновение вращательных режимов при термокапиллярном течении неоднородной жидкости в слое // Прикладная математика и механика. 2000. Т. 64. Вып. 4. С. 560–568.
6. kasatel'nogo naprjazhenija [To the formation of waves on the surface of a heavy viscous fluid under the action of shear stress]. *Izv. AN SSSR. Mehanika zhidkosti i gaza* [Proc. of the Academy of Sciences of the USSR. Fluid Mechanics], 1970, no. 3, pp. 133–137. (In Russian)
7. Napolitano L. G. Marangoni boundary layers. *Proc. III European Symp. on Material Sci. in Space*. Grenoble, 1979, pp. 313–315.
8. Puhachev V. V. Gruppovoj analiz uravnenij nestacionarnogo pogranchnogo sloja Marangoni [Group analysis of equations of unsteady boundary layer Marangoni]. *Dokl. AN SSSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR], 1984, vol. 279, no. 5, pp. 1061–1064. (In Russian)
9. Batishhev V. A. Asimptotika neravnomerno nagretoj svobodnoj granicy kapilljarnoj zhidkosti pri bol'shijh chislah Marangoni [Asymptotics of non-uniformly heated free boundary capillary fluid with large numbers Marangoni]. *Prikladnaja matematika i mehanika* [Applied Mathematics and Mechanics], 1989, vol. 53, no. 3, pp. 425–432. (In Russian)
10. Batishhev V. A., Horoshunova E. V. Vozniknovenie vrashhatel'nyh rezhimov pri termokapilljarnom techenii neodnorodnoj zhidkosti v sloe [The emergence of rotational modes at thermocapillary for inhomogeneous fluid layer]. *Prikladnaja matematika i mehanika* [Applied Mathematics and Mechanics], 2000, vol. 64, no. 4, pp. 560–568. (In Russian)

References

1. Shkadov V. Ja. K obrazovaniju voln na poverhnosti vjazkoj tjazhelej zhidkosti pod dejstviem

Статья поступила 20 января 2014 г.

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону

© Батищев В. А., Благов А. В., Николаенко Ю. С., 2014