

УДК 539.12:537.63:537.868

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ АМПЛИТУДНО-МОДУЛИРОВАННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Копытов Г. Ф., Мартынов А. А., Акинцов Н. С.

A CHARGED PARTICLE MOVES IN THE FIELD BY A CIRCULARLY AMPLITUDE-MODULATED ELECTROMAGNETIC WAVE

Kopitov G. F. *, Martynov A. A. *, and Akintsov N. S. *

* *Kuban State University, Krasnodar, Russia, e-mail: akintsov777@mail.ru*

Abstract. Of interest is a solution of the equation of motion of a charged particle in the field of amplitude-modulated electromagnetic waves in order to investigate the interaction of high-intensity laser pulses with solid targets in relation to the practical development of multifrequency lasers and the development of the technology of laser modulation. The reason for this study is due to the wide practical application of high-temperature plasma formed on the surface of the target and the search for new modes of interaction of the laser plasma. Powerful laser pulses are currently being used as an effective tool for the collective acceleration of charged particles, producing high-energy particles by exposing the target to a thin foil.

Objective. An analysis of the motion of a particle in an electromagnetic field, analysis of the modulated amplitude oscillations in the case of circular polarization of the radiation, and the derivation of the formulas for the mean kinetic energy of the particle.

Presented in this paper are the exact solutions of equations of motion for a charged particle in a flat amplitude-modulated wave, as in the case of circular polarization, and the expressions for the average kinetic energy of the particle. The results obtained can be used for the interpretation of experiments with plasma in an external magnetic field.

Keywords: plane electromagnetic wave, modulation frequency, energy averaged over time.

Введение

Решение уравнения движения заряженной частицы в поле амплитудно-модулированной электромагнитной волны представляет интерес для исследования взаимодействия лазерных импульсов большой интенсивности с твердыми мишенями в связи с практической разработкой многочастотных лазеров и развитием техники модуляции лазерного излучения.

В [1, 2] рассмотрено движение заряженной частицы в электромагнитной волне произвольной поляризации, гармонически модулированной по амплитуде колебаний. Однако в [1, 2] не было проведено усреднение кинетической энергии частицы по периоду колебаний в поле плоской амплитудно-модулированной электромагнитной волны, что представляет несомненный практический интерес. Цель настоящей работы — ана-

лиз движения частицы в электромагнитном поле, модулированном по амплитуде колебаний в случае круговой поляризации излучения и вывод формул для средней кинетической энергии частицы.

Актуальность этого исследования обусловлена широким практическим применением высокотемпературной плазмы, образующейся на поверхности мишени и поисками новых режимов взаимодействия лазер-плазма [3, 4]. Мощные лазерные импульсы в настоящее время используются как эффективное средство для коллективного ускорения заряженных частиц, получения высокоэнергетических частиц путем воздействия на мишени из тонкой фольги [5–7].

Уравнение движения частицы с массой m и зарядом q имеет вид

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \right), \quad (1)$$

Копытов Геннадий Филиппович, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой радиофизики и нанотехнологий Кубанского государственного университета; e-mail: g137@mail.ru.

Мартынов Александр Алексеевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий Кубанского государственного университета; e-mail: martynov159@yandex.ru.

Акинцов Николай Сергеевич, аспирант кафедры радиофизики и нанотехнологий Кубанского государственного университета; e-mail: akintsov777@mail.ru.

где \mathbf{p} импульс частицы и ее скорость \mathbf{v} связаны равенством [8]

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2)$$

1. Постановка задачи

Энергия, импульс и скорость частицы связаны равенством

$$\mathbf{v} = \frac{c^2 \mathbf{p}}{\epsilon}.$$

В работе полагается, что амплитуда электромагнитной волны модулирована по гармоническому закону $A = \Delta A (1 + \delta \cos(\omega_1 \xi))$, где ΔA — постоянная часть амплитуды. Будем считать, что волна распространяется вдоль оси z . В этом случае компоненты векторов электрического и магнитного поля волны определяются выражениями

$$\begin{cases} E_x = H_y = \\ \quad = b_x (1 + \delta \cos(\omega_1 \xi)) \cos(\omega \xi), \\ E_y = -H_x = \\ \quad = f b_y (1 + \delta \cos(\omega_1 \xi)) \sin(\omega \xi), \\ E_z = H_z = 0, \end{cases} \quad (1.1)$$

где δ — глубина модуляции; оси x и y совпадают с направлением полуосей эллипса поляризации волны b_x и b_y , причем $b_x \geq b_y \geq 0$; $\xi = t - z/c$; ω — частота несущей волны; ω_1 — частота модуляции; $f = \pm 1$ — параметр поляризации, при этом верхний знак для E_y соответствует правой поляризации, а нижний — левой.

Таким образом, гармонически амплитудно-модулированная волна есть совокупность трех монохроматических волн с частотами ω , $\omega + \omega_1$ и $\omega - \omega_1$, совокупность которых составляет заданную немонахроматическую волну (1.1).

2. Решение уравнения движения заряда для амплитудно-модулированной волны

Решения уравнений (1) и (2) с учетом (1.1) имеют вид

$$p_x = \frac{q b_x}{\omega} \sin(\omega \xi) + \frac{1}{2} \frac{\delta q b_x}{\omega_i} \sin(\omega_i \xi) + \chi_x,$$

$$\begin{aligned} p_y = & \frac{-f q b_y}{\omega} \cos(\omega \xi) - \\ & - \frac{1}{2} \frac{f \delta q b_y}{\omega_i} \cos(\omega_i \xi) + \chi_y, \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$p_z = \gamma g; \quad \epsilon = c \gamma (1 + g),$$

где по индексу $i = 2, 3$ в (2.1) проводится суммирование; $\omega_2 = \omega + \omega_1$, $\omega_3 = \omega - \omega_1$; χ_x, χ_y, γ — постоянные, причем $\gamma \geq 0$, т.е. $\epsilon \geq m c^2$.

Здесь используются обозначения

$$\begin{aligned} g = & h + \frac{q}{\gamma^2 \omega} (\chi_x b_x \sin(\omega \xi) \mp \chi_y b_y \cos(\omega \xi)) + \\ & + \frac{q}{2\gamma^2 \omega_i} (\chi_x b_x \sin(\omega_i \xi) \mp \chi_y b_y \cos(\omega_i \xi)) - \\ & - (b_x^2 - b_y^2) \frac{q^2}{4\gamma^2 \omega^2} \cos(2\omega \xi) + \\ & + (b_x^2 + b_y^2) \frac{q^2 \delta}{2\gamma^2 \omega \omega_i} \cos((\omega_i - \omega) \xi) - \\ & - (b_x^2 - b_y^2) \frac{q^2 \delta^2}{8\gamma^2 \omega_i^2} \cos(2\omega_i \xi), \end{aligned}$$

$$h = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{m^2 c^2 + \chi_x^2 + \chi_y^2}{\gamma^2 - 1} \right) + \right. \\ \left. + \frac{(b_x^2 + b_y^2)}{2} \left(\frac{q}{\gamma \omega} \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{(b_x^2 + b_y^2)}{8} \left(\frac{q \delta}{\gamma \omega_i} \right)^2 \right\},$$

параметр γ равен

$$\gamma = \frac{m c (1 - \frac{v_{z0}}{c})}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}.$$

Постоянные χ_x, χ_y и γ определяются начальной фазой волны $\xi_0 = \alpha - z_0/c$ и начальной скоростью частицы \mathbf{v}_0 и определяются формулами

$$\begin{aligned} \chi_x = & -\frac{q b_x}{\omega} \sin(\omega \xi_0) - \\ & - \frac{1}{2} \frac{\delta q b_x}{\omega_i} \sin(\omega_i \xi_0) + \frac{m v_{x0}}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \chi_y = & \frac{f q b_y}{\omega} \cos(\omega \xi_0) + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\delta q b_y}{\omega_i} \cos(\omega_i \xi_0) + \frac{m v_{y0}}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}. \end{aligned}$$

Из (2.1) определяем координаты частицы как функции параметра ξ

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \frac{c}{\gamma} \chi_x (\xi - \xi_0) - \\ &\quad - \frac{cq b_x}{\gamma \omega^2} (\cos(\omega \xi) - \cos(\omega \xi_0)) - \\ &\quad - \frac{c \delta q b_x}{2\gamma \omega_i^2} (\cos(\omega_i \xi) - \cos(\omega_i \xi_0)), \quad (2.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= y_0 + \frac{c}{\gamma} \chi_y (\xi - \xi_0) + \\ &\quad + \frac{f c q b_y}{\gamma \omega^2} (\sin(\omega \xi) - \sin(\omega \xi_0)) + \\ &\quad + \frac{f c \delta q b_y}{2\gamma \omega_i^2} (\sin(\omega_i \xi) - \sin(\omega_i \xi_0)), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= z_0 + c h (\xi - \xi_0) - \\ &\quad - \frac{c q}{\gamma^2 \omega^2} (\chi_x b_x (\cos(\omega \xi) - \cos(\omega \xi_0)) \pm \\ &\quad \pm \chi_y b_y (\sin(\omega \xi) - \sin(\omega \xi_0))) - \\ &\quad - \frac{c q}{2\gamma^2 \omega_i^2} (\chi_x b_x (\cos(\omega_i \xi) - \cos(\omega_i \xi_0)) \pm \\ &\quad \pm \chi_y b_y (\sin(\omega_i \xi) - \sin(\omega_i \xi_0))) - \\ &\quad - (b_x^2 - b_y^2) \frac{c q^2}{8\gamma^2 \omega^3} (\sin(2\omega \xi) - \sin(2\omega \xi_0)) + \\ &\quad + (b_x^2 + b_y^2) \frac{q^2 \delta}{2\gamma^2 (\omega_i - \omega) \omega \omega_i} \times \\ &\quad \times (\sin((\omega_i - \omega) \xi) - \sin((\omega_i - \omega) \xi_0)) - \\ &\quad - (b_x^2 - b_y^2) \frac{q^2 \delta^2}{32\gamma^2 \omega_i^3} (\sin(2\omega \xi) - \sin(2\omega \xi_0)). \end{aligned}$$

3. Движение частицы, усредненное по периоду колебаний в поле амплитудно-модулированной электромагнитной волны

Приведем результаты усреднения координат, импульса \mathbf{p} и энергии $\varepsilon(t)$ частицы по периоду $\tilde{T} = 2\pi/\tilde{\omega}$ ее колебаний в поле амплитудно-модулированной электромагнитной волны.

Из (2.3) получаем результат усреднения координат частицы $\bar{x}(t)$, $\bar{y}(t)$, $\bar{z}(t)$ по периоду её колебаний, который зависит от средних значений координат \tilde{x} , \tilde{y} , \tilde{z} по фазе колебаний

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \tilde{x} + \tilde{v}_x \left(t + \frac{\tilde{T}}{2} \right) \pm \\ &\quad \pm \frac{c q^2 b_x b_y \chi_y}{\gamma^3 (1+h)} \left(\frac{1}{\omega^3} + \frac{\delta}{2\omega_i^3} \right), \end{aligned}$$

$$\bar{y}(t) = \tilde{y} + \tilde{v}_y \left(t + \frac{\tilde{T}}{2} \right) + \bar{\mu},$$

где среднее значение периодической функции $\bar{\mu}(t)$ дается функцией

$$\bar{\mu} = \pm \frac{c q^2 b_x b_y \chi_y}{\gamma^3 (1+h)} \left(\frac{1}{\omega^3} + \frac{\delta}{2\omega_i^3} \right).$$

Учитывая, что $\bar{\mu} = 0$, получаем выражение для $\bar{z}(t)$

$$\bar{z}(t) = \tilde{z} + \tilde{v}_z \left(t + \frac{\tilde{T}}{2} \right).$$

Для средних значений компонент $\bar{p}_x(t)$, $\bar{p}_y(t)$, $\bar{p}_z(t)$ импульса частицы (см. (2.1)) получаем

$$\begin{aligned} \bar{p}_x(t) &= \\ &= \chi_x \left[1 + \frac{q^2 b_x^2}{2\gamma^2 (1+h)} \left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{\delta}{4\omega_i^2} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_y(t) &= \\ &= \chi_y \left[1 + \frac{q^2 b_y^2}{2\gamma^2 (1+h)} \left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{\delta}{4\omega_i^2} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_z(t) &= \frac{\gamma}{1+h} \left\{ h + h^2 + \right. \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\gamma^2} \right)^2 \left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega_i^2} \right) [\chi_x^2 b_x^2 + \chi_y^2 b_y^2] + \\ &\quad + \frac{1}{2} (b_x^2 + b_y^2)^2 \left(\frac{q^2 \delta}{2\gamma^2 \omega \omega_i} \right)^2 - \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (b_x^2 - b_y^2)^2 \left(\frac{q^2}{4\gamma^2} \right)^2 \left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{\delta^2}{4\omega_i^2} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Для энергии ε частицы имеем

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \frac{c\gamma}{1+h} \left\{ (h+1)^2 + \right. \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\gamma^2} \right)^2 \left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{1}{\omega_i^2} \right) [\chi_x^2 b_x^2 + \chi_y^2 b_y^2] + \\ &\quad + \frac{1}{2} (b_x^2 + b_y^2)^2 \left(\frac{q^2 \delta}{2\gamma^2 \omega \omega_i} \right)^2 - \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (b_x^2 - b_y^2)^2 \left(\frac{q^2}{4\gamma^2} \right)^2 \left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{\delta^2}{4\omega_i^2} \right) \right\}. \quad (3.1) \end{aligned}$$

Из (3.1) видно, что $\bar{\varepsilon}$ зависит от интенсивности волны, ее поляризации, начальной фазы, а также от начальной скорости частицы.

4. Случай круговой поляризации при отсутствии у частицы начальной скорости

Рассмотрим случай круговой поляризации, когда заряженная частица в начальный момент времени имеет скорость \mathbf{v} . Для волны круговой поляризации $b_x = b_y = b/\sqrt{2}$, тогда из (2.2) находим

$$\gamma = mc,$$

$$\chi_x = -\frac{qb}{\omega\sqrt{2}} \sin(\omega\xi_0) - \frac{1}{2} \frac{\delta qb}{\omega_i\sqrt{2}} \sin(\omega_i\xi_0),$$

$$\chi_y = \frac{fqb}{\omega\sqrt{2}} \cos(\omega\xi_0) + \frac{1}{2} \frac{f\delta qb}{\omega_i\sqrt{2}} \cos(\omega_i\xi_0),$$

$$(\chi_x)^2 + (\chi_y)^2 = \frac{1}{2} \frac{\delta q^2 b^2}{\omega\omega_i} \cos((\omega_i - \omega)\xi_0) + \frac{1}{2} (qb)^2 \left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{\delta^2}{4\omega_i^2} \right), \quad (4.1)$$

$$h = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\delta q^2 b^2}{\gamma^2 \omega \omega_i} \cos((\omega_i - \omega)\xi_0) + \left(\frac{qb}{\gamma} \right)^2 \left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{\delta^2}{4\omega_i^2} \right) \right\}. \quad (4.2)$$

Подставляя (4.1) и (4.2) в (3.1), получаем значение средней энергии первоначально покоящейся частицы в амплитудно-модулированной волне круговой поляризации

$$\bar{\varepsilon} = \frac{c\gamma}{1+h} \left\{ (h+1)^2 + \left(\frac{qb}{\gamma^2} \right)^2 \left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{\delta^2}{4\omega_i^2} \right) [\chi_x^2 + \chi_y^2] + \frac{1}{2} \left(\frac{q^2 \delta b}{2\gamma^2 \omega \omega_i} \right)^2 \right\}. \quad (4.3)$$

При условии $\omega = \omega_1$ выражение (4.3) принимает вид

$$\bar{\varepsilon} - mc^2 = mc^2 \left\{ \frac{\mu}{2} + \frac{\frac{3}{4} \left(\frac{q}{\gamma^2 \omega} \right)^2 \left(\mu + \left(\frac{b^2 q \delta}{2\omega} \right)^2 \right)}{1 + \frac{\mu}{2}} \right\},$$

где

$$(\chi_x)^2 + (\chi_y)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{qb}{\gamma\omega} \right)^2 \left(1 + \frac{\delta^2}{2} \right) = \frac{\mu}{2}, \quad (4.4)$$

$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{qb}{\gamma\omega} \right)^2 \left(1 + \frac{\delta^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{2q^2}{\pi m^2 c^5} I \lambda^2 \right) = \frac{\mu}{2}. \quad (4.5)$$

Здесь $I = (cb^2)(1 + \delta^2/2)/8\pi$ — интенсивность амплитудно-модулированной волны, а $\lambda = 2\pi c/\omega$ — длина волны.

Период осцилляций частицы для случая $\omega_2 = \omega_3$ равен

$$\tilde{T} = T(1+h) = T \left(1 + \frac{\mu}{2} \right). \quad (4.6)$$

Подставляя (4.4) и (4.5) в (3.1), получаем среднюю энергию первоначально покоящейся частицы в волне круговой поляризации

$$\bar{\varepsilon} - mc^2 = mc^2 \left(\frac{\mu}{2} + \frac{\frac{3}{4} \left(\frac{q^2}{\gamma^2 \omega^2} \right) \left(\mu + \frac{q^2 b^4 \delta}{2\gamma^2 \omega^2} \right)}{1 + \frac{\mu}{2}} \right). \quad (4.7)$$

Как видно из (4.6) и (4.7), период осцилляций частицы и ее средняя энергия не зависят от начальной фазы.

Для случая, когда глубина модуляции $\delta = 0$ формулы (4.4)–(4.7) принимают вид, приведенный в [9].

Заключение

В работе приведены точные решения уравнений движения заряженной частицы в поле плоской амплитудно-модулированной волны в случае круговой поляризации, получены выражения для средней кинетической

энергии частицы. В частном случае отсутствия модуляции ($\delta = 0$) все формулы переходят в соответствующие формулы работы [9]. Полученные результаты могут использоваться для интерпретации экспериментов с плазмой, помещенной во внешнее электромагнитное поле.

Литература

1. Копытов Г.Ф., Тлячев В.Б., Оксюзян С.С. Об излучении электрона в немонахроматическом поле Редмонда // Известия вузов СССР. 1986. Т. 28. № 2. С. 110–111.
2. Копытов Г.Ф., Оксюзян С.С., Тлячев В.Б. К вопросу о характеристиках излучения электрона в модулированном электромагнитном поле / Ред. журн. «Изв. вузов. Физика». Томск, 1987. 15 с. Деп. в ВИНТИ 14.09.85, № 7353.
3. Багров В.Г., Бисноватый-Коган Г.С., Бородовицын В.А., Борисов А.В., Дорوفеев О.Ф., Жуковский В.Ч., Пивоваров Ю.Л., Шорохов О.В., Энн В.Я. Теория излучения релятивистских частиц. М.: Физматлит, 2002. 576 с.
4. Милан'тев В.П. Явление циклотронного авторезонанса и его применения // Успехи физических наук. 1997. Т. 167. №1. С. 3–16.
5. Болотовский Б.М., Серов А.В. Особенности движения частицы в электромагнитной волне // Успехи физических наук. 2003. Т. 173. № 6. С. 667–678.
6. Гульельми А.В., Зотов О.Д., Клайн Б.И. Ускорение заряженной частицы под влиянием соударений в поле электромагнитной волны // Солнечно-земная физика. 2011. Вып. 19. № 1. С. 93–95.
7. Ondarza-Rovira R., Boyd T.J.M. Particle acceleration by a short-intense elliptically polarized electromagnetic pulse propagating along an externally applied homogeneous magnetic field // Technical Physics Letters 2007. Vol. 33. Iss. 2. P. 98–102.
8. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 2004. 509 с.
9. Андреев С.Н., Макаров В.П., Рухадзе А.А. О движении заряженной частицы в плоской монохроматической электромагнитной волне // Квантовая электроника. 2009. Т. 39. № 1. С. 68–72.
10. pole Redmonda [Radiation of an electron in the nonmonochromatic Redmond field]. *Izvestija vuzov SSSR* [Proc. of the Universities of the USSR], 1986, vol. 28, no. 2, pp. 110–111. (In Russian)
11. Kopytov G.F., Oksuzjan S.S., Tljachev V.B. K voprosu o harakteristikah izluchenija jelektrona v modulirovannom jelektrromagnitnom pole [On the characteristics of the radiation of an electron in a modulated electromagnetic field]. *Izv. vuzov. Fizika* [Proc. of the Universities. Physics], Tomsk, 1987. 15 p. (In Russian)
12. Bagrov V.G., Bisnovatyj-Kogan G.S., Borodovicyn V.A., Borisov A.V., Dorofeev O.F., Zhukovskij V.Ch., Pivovarov Ju.L., Shorohov O.V., Jepp V.Ja. *Teorija izluchenija reljativistskih chastic* [Theory of radiation of relativistic particles]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002, 576 p. (In Russian)
13. Milan'tev V.P. Javlenie ciklotronnogo avtozonansa i ego primeneniya [Phenomenon cyclotron autoresonance and its applications]. *Uspehi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 1997, vol. 167, no. 1, pp. 3–16. (In Russian)
14. Bolotovskij B.M., Serov A.V. Osobennosti dvizhenija chasticy v jelektrromagnitnoj volne [Features of motion of a particle in an electromagnetic wave]. *Uspehi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 2003, vol. 173, no. 6, pp. 667–678. (In Russian)
15. Gul'el'mi A.V., Zotov O.D., Klajn B.I. Uskorenie zarjazhennoj chasticy pod vlijaniem soudarenij v pole jelektrromagnitnoj volny [Acceleration of charged particles under the influence of collisions in the field of an electromagnetic wave]. *Solnechno-zemnaja fizika* [Solar-terrestrial Physics], 2011, iss. 19, no. 1, pp. 93–95. (In Russian)
16. Ondarza-Rovira R., Boyd T.J.M. Particle acceleration by a short-intense elliptically polarized electromagnetic pulse propagating along an externally applied homogeneous magnetic field. *Technical Physics Letters*, 2007, vol. 33, iss. 2, pp. 98–102.
17. Landau L.D., Livshic E.M. *Teorija polja* [Field theory]. Moscow, Nauka Publ., 2004, 509 p. (In Russian)
18. Andreev S.N., Makarov V.P., Ruhadze A.A. O dvizhenii zarjazhennoj chasticy v ploskoj monohromaticheskoy jelektrromagnitnoj volne [On the motion of a charged particle in a plane monochromatic electromagnetic wave]. *Kvantovaja jelektronika* [Quantum electronics], 2009, vol. 39, no. 1, pp. 68–72.

References

1. Kopytov G.F., Tljachev V.B., Oksuzjan S.S. Ob izluchenii jelektrona v nemonohromaticheskom

Статья поступила 18 февраля 2014 г.

Кубанский государственный университет, г. Краснодар

© Копытов Г. Ф., Мартынов А. А., Акинцов Н. С., 2014