

УДК 539.3

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ НЕКОТОРЫХ ПРИРОДНЫХ ЯВЛЕНИЙ

Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.

ABOUT ONE MODEL OF SOME NATURAL PROCESSES

Babeshko V. A. *, Evdokimova O. V. **, Babeshko O. M. *

* Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia

** Southern Scientific Center RAS, Rostov-on-Don, 344006, Russia
e-mail: babeshko41@mail.ru

Abstract. The mathematical problem of possibility of localization of some natural processes, which are described approximately by boundary-value problems for parabolic equations of type of transfer equations, equations of heat propagation, is studied in this article. The localization of a model process, which simulates seasonal weather changes, is suggested. The properties of the solutions are found out. We can class them as an explanation of certain laws of famous natural phenomena, the causes of which are not studied. Guided by mathematical results, the authors say some analogies based themselves upon famous natural facts.

Keywords: boundary-value problems, parabolic equations, anomaly process, integral equations, localization

Введение

Существует обилие нелинейных уравнений, описывающих сложные гидрометеорологические процессы, происходящие в атмосфере. Тем не менее, несмотря на кажущуюся полноту, с их помощью невозможно описать такие процессы, как тайфуны и смерчи. Причины возникновения этих аномальных явлений объяснены, исходя из физических законов, в основе которых лежит температурный фактор — взаимодействие встречных движений теплых и холодных воздушных масс и вращение Земли. Тайфуны с диаметрами более тысячи километров и смерчи с пятисотметровыми диаметрами в сечении являются примерами аномальных явлений, вызванных локализацией природных процессов. Это мощные природные явления, заметны на фоне закономерных циркуляций воздушных масс по границам ячеек Гадлея и Ферреля, пассатных и других циркуляций

в атмосфере. В тоже время возникает вопрос — а все ли возможные локализации в атмосфере исчерпываются двумя названными? Не существуют ли более слабые локализации, которые на фоне вышеуказанных циркуляций незаметны?

Ниже, с учетом вышесказанного, как и в работах [1–3] предпринята попытка проверить возможность существования более слабой локализации, проявляющей себя лишь при благоприятных условиях отсутствия сильных циркуляционных движений воздушных масс, скрывающих слабую локализацию.

1. Постановка задачи

Для получения необходимой постановки граничной задачи возьмем в качестве одного из вариантов описания движения атмосферы термодинамические уравнения Навье–Стокса в форме [4]

Бабешко Владимир Андреевич, акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko41@mail.ru.

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Бабешко Ольга Мефодьевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены при поддержке грантов РФФИ (12-01-00330, 12-01-00332, 14-08-00404, 13-01-96502, 13-01-96505, 13-01-96508, 13-01-12003-м), гранта Президента РФ (НШ-1245.2014.1), программ отделения ЭММПУ и Президиума РАН, выполняемых Южным научным центром РАН.

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{x_1}}{\partial t} + v_{x_1} \frac{\partial v_{x_1}}{\partial x_1} + v_{x_2} \frac{\partial v_{x_1}}{\partial x_2} + v_{x_3} \frac{\partial v_{x_1}}{\partial x_3} = \\ = X_1 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{v}{3} \frac{\partial (\operatorname{div} \mathbf{v})}{\partial x_1} + v \Delta v_{x_1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{x_2}}{\partial t} + v_{x_1} \frac{\partial v_{x_2}}{\partial x_1} + v_{x_2} \frac{\partial v_{x_2}}{\partial x_2} + v_{x_3} \frac{\partial v_{x_2}}{\partial x_3} = \\ = X_2 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2} + \frac{v}{3} \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{v}}{\partial x_2} + v \Delta v_{x_2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{x_3}}{\partial t} + v_{x_1} \frac{\partial v_{x_3}}{\partial x_1} + v_{x_2} \frac{\partial v_{x_3}}{\partial x_2} + v_{x_3} \frac{\partial v_{x_3}}{\partial x_3} = \\ = X_3 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{v}{3} \frac{\partial \operatorname{div} \mathbf{v}}{\partial x_3} + v \Delta v_{x_3}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v_{x_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho v_{x_3}}{\partial x_3} = 0,$$

$$\begin{aligned} c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} - A \frac{\partial p}{\partial t} = \\ = \varepsilon + \operatorname{div} (k \operatorname{grad} T) + A \left\{ \lambda (\operatorname{div} \mathbf{v})^2 + \right. \\ + 2\mu \left[\left(\frac{\partial v_{x_1}}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{x_2}}{\partial x_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{x_3}}{\partial x_3} \right)^2 \right] + \\ + \mu \left[\left(\frac{\partial v_{x_1}}{\partial x_2} + \frac{\partial v_{x_2}}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{x_2}}{\partial x_3} + \frac{\partial v_{x_3}}{\partial x_2} \right)^2 + \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{\partial v_{x_1}}{\partial x_3} + \frac{\partial v_{x_3}}{\partial x_1} \right)^2 \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\lambda = -\frac{2}{3}\rho\nu, \quad \mu = \rho\nu.$$

Здесь $\mathbf{v} = \{v_{x_1}, v_{x_2}, v_{x_3}\}$ — вектор скорости, $\mathbf{X} = \{X_{x_1}, X_{x_2}, X_{x_3}\}$ — вектор внешних сил, T — температура, ρ — плотность среды, p — давление, c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, A — термический эквивалент работы, ν — кинематический коэффициент вязкости, k — коэффициент теплопроводности. Как сказано выше, будем искать локализацию природной среды в приземном слое в предположении отсутствия мощных потоков воздушных масс. Допуская, что скорости, коэффициент вязкости

и изменение давления малы и внешние силы отсутствуют, приходим к уравнению вида

$$D \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\operatorname{grad} T), \quad D = \frac{c_p \rho}{k}$$

Здесь D^{-1} — коэффициент температуропроводности.

Таким образом, пришли к исследованию граничной задачи для уравнения теплопроводности, описывающей поведение температуры, ответственной за указанные выше локализации. Важно отметить, что, приняв иную математическую модель для описания поведения среды, при сделанных предположениях вновь пришли бы к этому уравнению. Определив из него температуру, в этих условиях методом возмущения из остальных пяти уравнений можно последовательно определять остальные неизвестные p , ρ , $\mathbf{v}$, добавив граничные условия и сформировав корректную постановку граничной задачи. В дальнейшем планируется эту часть работы выполнить численным методом. Таким образом, при сделанных предположениях источником движений атмосферы является температура.

Поставим для этого уравнения граничную задачу в приземном слое с учетом сезонных изменений температуры, нагрева и охлаждения поверхности Земли. В работе [1] рассмотрена модель природного процесса условно названного сезонным поведением температуры. В модели принят вариант, когда тепловые процессы преобладают над остальными факторами, влияющими на поведение окружающей среды. Флуктуации температуры могут происходить кратковременно, вызываться, например транспортом тепла, перемещениями атмосферы. Здесь и ниже этот фактор не учитывается. Возьмем прямоугольные оси координат с плоскостью $x_1 o x_2$ на дневной поверхности Земли и с внешней нормалью $o x_3$. Исходная граничная задача формулируется в обозначениях работы [1] в приземном слое Ω толщины h с верхней границей $\partial\Omega^+$ и нижней $\partial\Omega_1 \cup \partial\Omega^1$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta T = D \frac{\partial T}{\partial t}, \quad T = \sigma(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega^+; \\ \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega^1; \\ T = T_1(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_1, \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$T = T^0(\mathbf{x}, 0), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \\ \mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3).$$

В отличие от [1] здесь ограничимся лишь единственными областями $\partial\Omega^1$ и $\partial\Omega_1$. Исследование проводится в пространстве медленно растущих обобщенных функций $\mathbf{H}_s$. Как сказано выше, рассматриваются аномальные природные процессы, связанные с локализацией энергии [1–3]. Они, как правило, происходят на некотором достаточно коротком промежутке времени и сводятся к существенным отклонениям состояния окружающей среды от традиционного среднего состояния в рассматриваемый период. С учетом этого уточним постановку задачи. Будем считать, что в области Ω температура описывается следующим образом:

$$T(\mathbf{x}, t) = T_0(\mathbf{x}, t) + \psi(\mathbf{x}, t),$$

где T_0 — некоторая известная температура в рассматриваемый период, обеспечивающая точку отсчета, а ψ — вариация температуры. Очевидно, T удовлетворяет граничной задаче теплопроводности с соответствующими граничными условиями, а вариация температуры ψ , являющаяся объектом исследования, должна удовлетворять своей граничной задаче. Считаем, что вдали от начальных условий происходят медленные экспоненциальные охлаждения на временном интервале осень – зима (ОЗ) и потепления на временном интервале весна – лето (ВЛ). С учетом сказанного проследим за составляющей температуры ψ . Поведение температуры среды на временном интервале осень – зима ($\lambda = 1$) примем в форме

$$T(\mathbf{x}, t) = T(\mathbf{x})e^{-\omega t}, \quad T_0(\mathbf{x}, t) = T_0e^{-\omega t}, \\ \psi(\mathbf{x}, t) = \phi_1(\mathbf{x})e^{-\omega t}, \quad \omega > 0.$$

Температурный режим на временном интервале весна – лето ($\lambda = 2$) опишем формулой

$$T(\mathbf{x}, t) = T(\mathbf{x})e^{\varepsilon t}, \quad T_0(\mathbf{x}, t) = T_0e^{\varepsilon t}, \\ \psi(\mathbf{x}, t) = \phi_2(\mathbf{x})e^{\varepsilon t}, \quad \varepsilon > 0$$

Для правильного моделирования похолодания или потепления постоянная величина T_0 подбирается таким образом, чтобы выполнялось условие $T(\mathbf{x}) > 0$, например, приняв шкалу Фаренгейта, когда отрицательная по Цельсию температура возникает при 32 °F.

Поэтому считаем, что в условный осенне-зимний период температура $T(\mathbf{x}, t)$ стабилизировалась и приняла на границе $\partial\Omega_1$ установившийся во времени режим охлаждения, описываемый соотношением

$$T(\mathbf{x}, t) = f_1(\mathbf{x})e^{-\omega t}.$$

Режим на верхней границе $\partial\Omega^+$ рассматриваем в таком же установившемся во времени виде $\sigma(\mathbf{x}, t) = \sigma_0e^{-\omega t}$. Аналогично в период (ВЛ) эта функция описывается соотношением нарастания нагрева территории $\partial\Omega_1$, т.е.

$$T(\mathbf{x}, t) = f_2(\mathbf{x})e^{\varepsilon t}.$$

Здесь ω, ε — некоторые постоянные или очень медленно меняющиеся во времени величины. Для новых неизвестных функций $\phi_\lambda(\mathbf{x})$, $\lambda = 1, 2$, водимых для обоих случаев соотношениями

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \phi_1(\mathbf{x})e^{-\omega t}; \quad \psi(\mathbf{x}, t) = \phi_2(\mathbf{x})e^{\varepsilon t},$$

получаем граничные задачи для (ОЗ) вида

$$\Delta\phi_1 + k_1^2\phi_1 = -k_1^2T_0, \quad \frac{\partial\phi_1}{\partial x_3} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega^1; \\ \phi_1 = f_{11}(\mathbf{x}) - T_0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_1, \quad k_1^2 = D\omega; \\ \phi_1 = \sigma_0(\mathbf{x}) - T_0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega^+;$$

для (ВЛ) в форме

$$\Delta\phi_2 - k_2^2\phi_2 = k_2^2T_0, \quad \frac{\partial\phi_2}{\partial x_3} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega^1; \\ \phi_2 = f_{21}(\mathbf{x}) - T_0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_1, \quad k_2^2 = D\varepsilon, \\ \phi_2 = \sigma_0(\mathbf{x}) - T_0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega^+.$$

2. Свойства интегральных уравнений

Воспользуемся результатом построения интегральных уравнений смешанной граничной задачи, рассмотренной в [3, 5]. Для случаев понижения температуры (ОЗ) и ее повышения (ВЛ) интегральные уравнения представимы в виде

$$\mathbf{K}_\lambda \mathbf{q}_\lambda \equiv \\ \equiv \int_{\partial\Omega_1} \int k_\lambda(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) q_\lambda(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = \\ = f_\lambda(x_1, x_2), \\ x_1, x_2 \in \partial\Omega_1,$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_\lambda \mathbf{q}_\lambda &\equiv \\
&\equiv \int_{\partial\Omega_1} \int \mathbf{k}_\lambda (x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) q_\lambda (\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = \\
&= f_\lambda (x_1, x_2) + T_0, \\
&x_1, x_2 \in \partial\Omega^1,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{k}_\lambda (x_1, x_2) &= \\
&= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{K}_\lambda (\alpha_1, \alpha_2) e^{-i\langle \alpha x \rangle} d\alpha_1 d\alpha_2, \\
\langle \alpha x \rangle &= \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, q_\lambda = p_\lambda - s_\lambda, \\
\mathbf{K}_\lambda p_\lambda &= T_0, \quad x_1, x_2 \in \partial\Omega_1, \\
K_\lambda (\alpha_1, \alpha_2) &= \frac{\operatorname{sh} \alpha_{\lambda 3} h}{\alpha_{\lambda 3} \operatorname{ch} \alpha_{\lambda 3} h}, \\
\alpha_{13} &= \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - k_1^2}, \\
\alpha_{23} &= \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + k_2^2}, \\
\lambda = 1, 2, \quad k_1^2 &= D\omega, \quad k_2^2 = D\varepsilon, \\
\frac{\partial \phi}{\partial x_3} &= s_\lambda, \quad x_1, x_2 \in \Omega_1.
\end{aligned}$$

Здесь ради упрощения принято $\sigma_0 = 0$.

Рассмотрим тот случай, когда территория $\partial\Omega_1$ представляет область $0 \leq x_1 \leq \infty$, $-\infty \leq x_2 \leq \infty$, причем ось ox_1 направлена строго на юг. Дополнение к этой области, т.е. $-\infty \leq x_1 < 0$, $-\infty \leq x_2 \leq \infty$, обозначим $\partial\Omega^1$. Тогда интегральное уравнение принимает вид

$$\begin{aligned}
K_\lambda q_\lambda &\equiv \\
&\equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} k_\lambda (x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) q_\lambda (\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = \\
&= f_\lambda (x_1, x_2), \\
0 \leq x_1 &\leq \infty, \quad -\infty \leq x_2 \leq \infty.
\end{aligned}$$

Применив к интегральному уравнению преобразование Фурье по координате x_2 , получаем одномерное интегральное уравнение Винера–Хопфа

$$\begin{aligned}
K_\lambda q_\lambda &\equiv \\
&\equiv \int_0^{\infty} k_\lambda (x_1 - \xi_1, \alpha_2) Q_\lambda (\xi_1, \alpha_2) d\xi_1 = \\
&= F_\lambda (x_1, \alpha_2),
\end{aligned}$$

$$0 \leq x_1 \leq \infty,$$

$$Q_\lambda (\xi_1, \alpha_2) = \int_{-\infty}^{\infty} q_\lambda (\xi_1, \xi_2) e^{i\alpha_2 \xi_2} d\xi_2, \quad (2.1)$$

$$F_\lambda (x_1, \alpha_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f_\lambda (x_1, x_2) e^{i\alpha_2 x_2} dx_2,$$

$$\begin{aligned}
k_\lambda (x_1 - \xi_1, \alpha_2) &= \\
&= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} K_\lambda (\alpha_1, \alpha_2) \exp i\alpha_1 (x_1 - \xi_1) d\alpha_1.
\end{aligned}$$

Мероморфные функции $K_\lambda (\alpha_1, \alpha_2)$ обладают следующими свойствами. На временном интервале (ОЗ), распределения нулей z_m и полюсов ξ_m даются соответственно соотношениями $\pm z_m, \pm \xi_m$, где

$$z_m = \sqrt{k_1^2 - \pi^2 m^2 h^{-2} - \alpha_2^2},$$

$$\xi_m = \sqrt{k_1^2 - \pi^2 (m - 0,5)^2 h^{-2} - \alpha_2^2},$$

$$k_1 \geq \sqrt{\pi^2 m^2 h^{-2} + \alpha_2^2};$$

$$z_m = i\sqrt{\pi^2 m^2 h^{-2} - k_1^2 + \alpha_2^2},$$

$$\xi_m = \sqrt{k_1^2 - \pi^2 (m - 0,5)^2 h^{-2} - \alpha_2^2},$$

$$\begin{aligned}
\sqrt{\pi^2 m^2 h^{-2} + \alpha_2^2} &\geq k_1 \geq \\
&\geq \sqrt{\pi^2 (m - 0,5)^2 h^{-2} + \alpha_2^2}; \quad (2.2)
\end{aligned}$$

$$z_m = i\sqrt{\pi^2 m^2 h^{-2} - k_1^2 + \alpha_2^2},$$

$$\xi_m = i\sqrt{\pi^2 (m - 0,5)^2 h^{-2} - k_1^2 + \alpha_2^2},$$

$$\sqrt{\pi^2 (m - 0,5)^2 h^{-2} + \alpha_2^2} \geq k_1,$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

Для временного интервала (ВЛ), нули $\pm z_m$ и полюса ξ_m имеют вид

$$z_m = i\sqrt{\pi^2 m^2 h^{-2} + k_2^2 + \alpha_2^2},$$

$$\xi_m = i\sqrt{\pi^2 (m - 0,5)^2 h^{-2} + k_2^2 + \alpha_2^2},$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

Замечание 1. Наличие вещественных полюсов у экспоненциального преобразования Фурье решения граничной задачи свидетельствует о расширении класса функций, в котором его надо искать. Это связано с тем, что оператор граничной задачи становится неограниченным. Подобное расширение имеет место в динамических граничных задачах об установившихся колебаниях слоистых сред [6, 7], что связано с необходимостью описания процесса распространения излучаемых на бесконечность волн в соответствии с одноименным принципом. В настоящей граничной задаче излучаемых на бесконечность волн физически не может быть, но имеются стоячие волны, связанные с вещественными полюсами, роль которых будет разъяснена ниже. Вопрос о свойствах неограниченного оператора граничной задачи в рассматриваемом конкретном случае достаточно детально изучен И. И. Воровичем [6].

3. Выявление локализации процесса

Для осуществления локализации рассматриваемого физического процесса, описываемого граничной задачей (1.1), применим подход, приведший к открытию акад. И. И. Воровичем, И. Ф. Образцовым и В. А. Бабешко явления высокочастотного резонанса в полуограниченных телах с неоднородностями в механике, имеющему приоритет 1987 г. Этот метод достаточно детально опубликован [11–13]. В рассматриваемых задачах ради удобства введена терминология «вирусов вибропрочности» и «природных вирусов». Интегральное уравнение (2.1) с параметром преобразования Фурье α_2 решается аналитически точно. Способы его решения можно найти в [6, 9, 10]. Как сказано выше, область $\partial\Omega_1$ была принята в виде полуплоскости с прямолинейной границей $x_1 = 0$. В том случае, если граница окажется не прямолинейной, для исследования интегрального уравнения можно применить метод блочно-го элемента [8]. Решив интегральное уравнение Винера–Хопфа и воспользовавшись указанными выше условиями локализации физического процесса, представим соотношение проявления «природного вируса» в ви-

де [1–3, 5]

$$\begin{aligned} &F(\alpha_{1\nu}, \alpha_{2\nu}) P_{\Omega_1} \times \\ &\times K_{m_0\lambda}^{-1}(x_1, x_2) f_\lambda(\xi_1, \xi_2, m_0) = 0, \\ &v = 1, 2, \dots, m_0, \\ &\alpha_{1v}^2 + \alpha_{2v}^2 - z_v^2 = 0, \end{aligned}$$

$F(\alpha_1, \alpha_2)$ — оператор двойного преобразования Фурье. Для принятой области $\partial\Omega_1$ в виде полуплоскости оно упрощается и принимает форму

$$\begin{aligned} &F(\alpha_{1\nu}, \alpha_{2\nu}) f_\lambda(\xi_1, \xi_2, m_0) = 0, \\ &v = 1, 2, \dots, m_0 \end{aligned}$$

Это соотношение описывает множество функций $f_\lambda(x_1, x_2, m_0)$, обеспечивающих локализацию температуры в принятой полуплоскости $\partial\Omega_1$ и нивелирование ее в дополнении $\partial\Omega^1$ к этой области [1–5].

Последнее соотношение можно переписать в виде

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f_\lambda(x_1, x_2, m_0) \times \\ &\times \exp\left(-\sqrt{\alpha_{2v}^2 - z_v^2} x_1 + i\alpha_{2v} x_2\right) dx_1 dx_2 = \\ &= 0. \quad (3.1) \end{aligned}$$

Здесь принято обозначение корня числителя в форме

$$\alpha_{1v} = i\sqrt{\alpha_{2v}^2 - z_v^2},$$

$$\operatorname{Im} \sqrt{\alpha_{2v}^2 - z_v^2} > 0, \quad \operatorname{Re}(\alpha_{2v}^2 - z_v^2) > 0.$$

Разнообразие возможных значений температур в этой области, исключая тривиальный случай, когда функция $f_\lambda(\xi_1, \xi_2, m_0)$ является тождественным нулем, характеризуется тем, что обязательно имеются зоны, в которых соблюдается правило смены знака температуры при движении вдоль нее. Рассмотрим несколько характерных примеров, которые позволят более детально выяснить свойства температур в области $\partial\Omega_1$, которые приводят температуру в области $\partial\Omega^1$ до значения T_0 .

а) Положим в (3.1) $\alpha_2 = 0$. Тогда соотношение принимает вид

$$\int_0^{\infty} f(x_1) \exp(-|z_\nu| x_1) dx_1 = 0,$$

$$\nu = 1, 2, \dots, m_0,$$

$$f(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\lambda}(x_1, x_2, m_0) dx_2.$$

Для анализа полученных соотношений приведем достаточно просто доказываемую лемму

Лемма 1. Пусть непрерывная суммируемая функция $f(x_1)$ не равна тождественно нулю и имеют место неравенства

$$0 < |z_1| < |z_2| < \dots < |z_{m_0}|.$$

Тогда при условии (3.1) функция $f(x_1)$ имеет в области $\partial\Omega_1$ перемены знаков в количестве не менее m_0 .

На основании этой леммы заключаем, что температура, описываемая функцией $f_{\lambda}(x_1, x_2, m_0)$, ведет себя в области $\partial\Omega_1$, как произвольная суммируемая вдоль оси ox_2 функция, а при движении в направлении оси ox_1 — последовательно изменяет знак не менее, чем m_0 раз.

б) Справедлива лемма 2.

Лемма 2. Пусть соотношение (3.1) выполняется для не равной тождественно нулю непрерывной по обеим переменным функции $f_{\lambda}(x_1, x_2, m_0)$ в виде

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f_{\lambda}(x_1, x_2, m_0) \times \\ & \times \exp\left(-\sqrt{\tau_v^2 - z_v^2} x_1 + i\tau_v x_2\right) dx_1 dx_2 \equiv \\ & \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f_{\lambda}(x_1, x_2, m_0) \times \\ & \times \exp\left(-\sqrt{\tau_v^2 - z_v^2} x_1 - |\tau_v| x_2\right) dx_1 dx_2 = 0, \end{aligned}$$

$$\nu = 1, 2, \dots, m_0,$$

где имеют место соотношения

$$\begin{aligned} 0 < |\tau_1| < |z_1| < |\tau_2| < |z_2| < \dots \\ & \dots < |\tau_{m_0}| < |z_{m_0}|, \\ \tau_{\nu} &= i|\tau_{\nu}|, \quad z_{\nu} = i|z_{\nu}|. \end{aligned}$$

В этом случае полуплоскость может разбиваться на зоны положительных и отрицательных температур в шахматном порядке, а

функция $f_{\lambda}(x_1, x_2, m_0)$ имеет в области $\partial\Omega_1$ смены знаков в количестве не менее m_0 в направлениях осей x_1, x_2 .

Таким образом, для локализации температуры существует огромное разнообразие разбиений области $\partial\Omega_1$ на зоны положительных и отрицательных температур, причем границы зон не обязательно прямолинейные, что наглядно демонстрирует переход к полярным координатам, на чем здесь не останавливаемся. В этом состоит одна из причин сложного обнаружения проявления природного вируса в рамках принятой модели.

4. О некоторых природных аномалиях

В природе известно аномальное состояние, выражающееся в приходе теплой погоды ранней осенью обязательно после резкого похолодания. Оно называется «бабьим летом» в России, «Altweibersommer» в Германии и «индианским летом» (indian summer) в США. Лишь изредка, например, в 2012 г. в Москве его не было. Причина такого явления в рамках излагаемой теории заключается в возникновении у природного вируса на этапе (ОЗ) при быстром похолодании вещественных нулей и полюсов (2.2), т.е. в этом случае природный вирус ведет себя как вирус вибропрочности [11–13]. Рассмотрим этот случай. Поскольку период (ОЗ) достаточно протяженный, можно принять параметр ω , а с ним и k_1 медленно меняющимися во времени. При резком похолодании ранней осенью может иметь место неравенство

$$\sqrt{D\omega} \equiv k_1 \geq \sqrt{\pi^2 m_1^2 h^{-2} + \alpha_2^2}. \quad (4.1)$$

Тогда возникает m_1 вещественных нулей и полюсов у функции $\mathbf{K}_1(\alpha_1, \alpha_2)$, имеющих вид, представленный формулами (2.2). Счетное множество остальных нулей и полюсов — мнимые. Построим по формуле интегрального уравнения (2.1) представление температуры в области $\partial\Omega^1$, $-\infty < x_1 < 0$, которое обозначим через $f_{\lambda 0}(x_1, \alpha_2, m_0)$. В соответствии с Замечанием 1 в результате несложных вычислений интеграла по вычетам, получаем следующее представление для температуры

в области $\partial\Omega^1$

$$f_{\lambda 0}(x_1, \alpha_2, m_0) = \sum_{m=1}^{m_1} \sum_{\nu=1}^{m_1} A_{m\nu} R_{m\nu} \times \\ \times \left[F_c^+(z_\nu, \alpha_2) \cos(x_1 \xi_m + \phi_{m\nu}) + \right. \\ \left. + F_s^+(z_\nu, \alpha_2) \sin(x_1 \xi_m + \phi_{m\nu}) \right] + \\ + \sum_{m=m_1+1}^{\infty} \sum_{\nu=m_1+1}^{\infty} B_{m\nu} \times \\ \times \{ \Psi_+(\xi_m, \alpha_2) + \Psi_-(\xi_m, \alpha_2) \} \times \\ \times \exp(-ix_1 \xi_m), \quad (4.2)$$

$$x_1 < 0, \quad m_0 = m_1.$$

Здесь приняты обозначения

$$F^+(z_\nu, \alpha_2) = F_c^+(z_\nu, \alpha_2) + iF_s^+(z_\nu, \alpha_2), \\ F^{+*}(z_\nu, \alpha_2) = F_c^+(z_\nu, \alpha_2) - iF_s^+(z_\nu, \alpha_2), \\ \frac{1}{2N_-^{-1'}(\xi_m, \alpha_2)N'_-(z_\nu, \alpha_2)(\xi_m - z_\nu)} = A_{m\nu}, \\ \frac{iM_-(\xi_m, \alpha_2)}{M_-(z_\nu, \alpha_2)} = C_{m\nu} + iD_{m\nu}, \\ \frac{F^+(z_\nu, \alpha_2)}{2M_-^{-1'}(\xi_m, \alpha_2)M'_-(z_\nu, \alpha_2)(z_\nu - \xi_m)} = B_{m\nu}, \\ K_1(\alpha_1, \alpha_2) = M(\alpha_1, \alpha_2)N(\alpha_1, \alpha_2), \\ N(\alpha_1, \alpha_2) = \prod_{n=1}^{m_0} \frac{z_n^2 - \alpha_1^2}{\xi_n^2 - \alpha_1^2}, \\ K_1(\alpha_1, \alpha_2) = K_{1+}(\alpha_1, \alpha_2)K_{1-}(\alpha_1, \alpha_2), \\ C_{m\nu} + iD_{m\nu} = 2R_{m\nu} \exp(-i\phi_{m\nu}), \\ \Psi_\pm(\xi_m, \alpha_2) = \frac{N_-(\pm\xi_m, \alpha_2)}{N_-(\pm z_\nu, \alpha_2)},$$

$$F_c^+(z_\nu, \alpha_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f_\lambda(x_1, x_2, m_0) \times \\ \times \cos\left(\sqrt{z_\nu^2 - \alpha_2^2} x_1 + \alpha_2 x_2\right) dx_1 dx_2,$$

$$F_s^+(z_\nu, \alpha_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f_\lambda(x_1, x_2, m_0) \times \\ \times \sin\left(\sqrt{z_\nu^2 - \alpha_2^2} x_1 + \alpha_2 x_2\right) dx_1 dx_2,$$

$K_{1-}(\alpha_1, \alpha_2) = M_-(\alpha_1, \alpha_2)N_-(\alpha_1, \alpha_2)$ — результат факторизации функции $K_1(\alpha_1, \alpha_2)$ по параметру α_1 [6, 9, 10].

Для того чтобы природный вирус проявлял себя, то есть локализовал температуру, необходимо выполнение довольно жестких условий на распределение температур в области $\partial\Omega_1$, описываемое соотношениями (3.1), что редко выполняется. Поэтому ряд (4.2) содержит стоячие волны, получающиеся от присутствия у функции $K_1(\alpha_1, \alpha_2)$ вещественных нулей в этот период. Именно они и определяют наличие теплой погоды в период бабьего лета. В результате функция, описывающая температуру в области $\partial\Omega^1$ через значение температуры $f_\lambda(x_1, x_2, m_0)$ из области $\partial\Omega_1$, $x_1 > 0$, приобретает в своем представлении в (4.2) первый конечный двойной ряд справа, то есть проникающую стоячую волну или даже их набор. Это и есть приход «бабьего лета», называемый в научной литературе «устойчивый антициклон», других сколько-нибудь строгих объяснений этому явлению в доступной литературе нет. Приведенные формулы позволяют достаточно просто выявить основные закономерности прихода «бабьего лета». В дальнейшем, похолодание стабилизируется, параметр ω стремится к нулю, неравенство (4.1) не выполняется, ряд (4.2) содержит только убывающие экспоненты.

Перейдя зимой через ноль, параметр ω становится отрицательным и принимает обозначение $-|\omega| = \varepsilon$. Начинается повышение температуры периода (ВЛ), при этом влияние юга на север описывается рядом (4.2), имеющим только убывающие экспоненты, определяемые мнимыми полюсами.

По мере роста параметра ε , максимально в летнее время, поверхность Земли приобретает много тепловой энергии, которая должна себя проявлять.

Именно в этот период в природе очень часто наблюдаются аномальные явления — ненастья на одной территории и спокойствие на соседней, что свидетельствует о локализации энергии, т.е. проявлении вируса на каком-то уровне. Леммы 1 и 2 остаются в силе в любое время года и зоны низких и высоких температур также существуют при локализации. В работе [5] высказано предположение, что не исключается возможность возникновения отрицательных температур в

теплое время вперемежку с жаркими в области $\partial\Omega_1$, даваемое леммами 1 и 2. Отрицательные температуры провоцируют редкое явление кратковременного выпадения снега в некоторых зонах традиционно теплых регионов (снег летом на севере Африки, в Израиле, Испании). Возвращаясь к началу статьи, где речь идет о тайфунах и смерчах, возникающих в связи с взаимодействием теплых и холодных воздушных масс, обнаруживаем при проявлении вируса подобную ситуацию в зоне локализации. Есть основание считать, что степные спиралевидные вихри, называемые пылевыми, являются следствием взаимодействия в зонах локализации теплых и холодных сред, выявленных леммами 1 и 2. Пылевые вихри возникают в солнечную ветреную погоду, они более слабые, чем смерчи, и никакого отношения к смерчам не имеют, поскольку хобот смерча выбрасывается из туч. Известно, что обилие пылевых вихрей наблюдается на Марсе, не имеющем атмосферных туч.

В работе в идеализированной постановке отсутствия атмосферных перемещений исследована на предмет локализации простейшая граничная задача лишь для одного дифференциального уравнения. Подобная граничная задача для системы дифференциальных уравнений с учетом дополнительных параметров: движения атмосферы, учета давлений, плотностей, а не только температур, — может изучаться этим подходом с применением изложенных в работах [14, 15] результатов. На основании вышеизложенного, по мнению авторов, возможно, существует третий, самый слабый, тип локализации природных процессов, названный природными вирусами, объясняющий некоторые погодные аномалии.

5. Заключительные замечания

Представляет интерес более детальное исследование поведение атмосферы и давлений в условиях локализаций, а также влияние природных циркуляций, которые могут либо усиливать, либо гасить локализации. Эту работу предполагается выполнять численно-аналитическими методами.

Исследование атмосферных процессов с помощью принятой модели показало, что некоторые аномальные явления, причины возникновения которых ранее не имели строгого объяснения, являются следствием

неравномерного солнечного нагрева разнотипных зон Земли и сезонного изменения температуры.

Литература

1. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. О «вирусной» теории некоторых аномальных природных явлений // ДАН. 2012. Т. 447. № 1. С. 33–37.
2. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. «Вирусная теория» некоторых природных аномалий // ДАН. 2012. Т. 447. № 6. С. 624–628.
3. Бабешко В. А., Ритцер Д., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. О локализации энергии природных процессов и природные вирусы // ДАН. 2013. Т. 448. № 4. С. 406–409.
4. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физматлит, 1963. 728 с.
5. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. О локализации, резонансах и некоторых аномальных явлениях // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2014. № 1. С. 5–10.
6. Ворович И. И., Бабешко В. А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
7. Бабешко В. А. Об интегральном уравнении некоторых динамических смешанных задач теории упругости и математической физики // Прикладная математика и механика. 1969. Т. 33. Вып. 1. С. 52–60.
8. Бабешко В. А., Бабешко О. М. Метод факторизации в краевых задачах в неограниченных областях // ДАН. 2003. Т. 392. № 6. С. 767–770.
9. Нобл Б. Метод Винера-Хопфа. М.: Иностранная литература, 1962. 280 с.
10. Ворович И. И., Александров В. М., Бабешко В. А. Неклассические смешанные задачи теории упругости. М.: Наука, 1974. 456 с.
11. Бабешко В. А. «Вирусы» вибропрочности // Известия вузов. Сев.-Кавказ. регион. 1994. Спец. выпуск. С. 90–91.
12. Бабешко В. А., Ворович И. И., Образцов И. Ф. Явление высокочастотного резонанса в полуграниченных телах с неоднородностями // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1990. № 3. С. 74–83.
13. Бабешко В. А. О некоторых особенностях колебания полуграниченных тел // Письма в журнал технической физики. 1988. Т. 14. Вып. 8. С. 716–720.
14. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. Блочные элементы и аналитические решения граничных задач для систем диф-

ференциальных уравнений // ДАН. 2014. Т. 454. № 2. С. 163–167.

15. Бабешко В. А., Бабешко О. М. Формулы факторизации некоторых мероморфных матриц-функций // ДАН. 2004. Т. 399. № 1. С. 163–167.

References

1. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. O “virusnoy” teorii nekotorykh anomal’nykh prirodnnykh yavleniy [About the “virus” theory some anomalous natural phenomena]. *Dokl. akad. nauk* [Proc. of RAS], 2012, vol. 447, no. 1, pp. 33–37. (In Russian)
2. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. “Virusnaya teoriya” nekotorykh prirodnnykh anomaliiy [“Virus theory” of some natural anomalies]. *Dokl. akad. nauk* [Proc. of RAS], 2012, vol. 447, no. 6, pp. 624–628. (In Russian)
3. Babeshko V. A., Rittser D., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. O lokalizatsii energii prirodnnykh protsessov i prirodnye virusy [On the localization of the energy of natural processes and natural viruses]. *Dokl. akad. nauk* [Proc. of RAS], 2013, vol. 448, no. 4, pp. 406–409. (In Russian)
4. Kochin N. E., Kibel’ I. A., Roze N. V. *Teoreticheskaya gidromekhanika. Ch. 2* [Theoretical Hydromechanics. Pt. 2]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1963, 728 p. (In Russian)
5. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. O lokalizatsii, rezonansakh i nekotorykh anomal’nykh yavleniyakh [Localization, resonances and some anomalous phenomena]. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2014, no. 1, p. 5–10. (In Russian)
6. Vorovich I. I., Babeshko V. A. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey* [Dynamic mixed problem of elasticity theory for nonclassical areas]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 320 p. (In Russian)
7. Babeshko V. A. Ob integral’nom uravnenii nekotorykh dinamicheskikh smeshannykh zadach teorii uprugosti i matematicheskoy fiziki [An integral equation of some dynamic mixed problems of elasticity theory and mathematical physics]. *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied Mathematics and Mechanics], 1969, vol. 33, iss. 1, pp. 52–60. (In Russian)
8. Babeshko V. A., Babeshko O. M. Metod faktorizatsii v kraevykh zadachakh v neogranichennykh oblastyakh [Factorization method in boundary value problems in unbounded domains]. *Dokl. akad. nauk* [Proc. of RAS], 2003, vol. 392, no. 6, pp. 767–770. (In Russian)
9. Nobl B. *Metod Vinera-Khopfa* [Wiener-Hopf method]. Moscow, Inostrannaya literatura Publ., 1962, 280 p. (In Russian)
10. Vorovich I. I., Aleksandrov V. M., Babeshko V. A. *Neklassicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti* [Non-classical mixed problem of elasticity theory]. Moscow, Nauka Publ., 1974, 456 p. (In Russian)
11. Babeshko V. A. “Virusy” vibroprochnosti [“Viruses” vibration strength]. *Izvestiya vuzov. Sev.-Kavkaz. region* [Proc. of the Universities. North-Caucasus region], 1994, Spec. Iss., pp. 90–91. (In Russian)
12. Babeshko V. A., Vorovich I. I., Obratsov I. F. Yavlenie vysokochastotnogo rezonansa v poluogranichennykh telakh s neodnorodnostyami [The phenomenon of high-frequency resonance in semi-infinite bodies with inhomogeneities]. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela* [Proc. of the Academy of Sciences of the USSR. Mechanics of Solids], 1990, no. 3, pp. 74–83. (In Russian)
13. Babeshko V. A. O nekotorykh osobennostyakh kolebaniya poluogranichennykh tel [On some peculiarities of fluctuations in semi-infinite bodies]. *Pis’ma v zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Letters Technical Physics], 1988, vol. 14, iss. 8, pp. 716–720. (In Russian)
14. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. Blochnye elementy i analiticheskie resheniya granichnykh zadach dlya sistem differentsial’nykh uravneniy [Block elements and analytical solutions of boundary value problems for systems of differential equations]. *Dokl. akad. nauk* [Proc. of RAS], 2014, vol. 454, no. 2, pp. 163–167. (In Russian)
15. Babeshko V. A., Babeshko O. M. Formuly faktorizatsii nekotorykh meromorfnykh matrits-funktsiy [Factorization formulas of some meromorphic matrix functions]. *Dokl. akad. nauk* [Proc. of RAS], 2004, vol. 399, no. 1, pp. 163–167. (In Russian)