УДК 519.6:519.23:577.3

АДАПТИВНЫЙ НЕОДНОРОДНЫЙ КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕКОНСЕРВАТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ

Авдеев С. А., Богатов Н. М.

ADAPTIVE NON-UNIFORM CELLULAR AUTOMATON FOR MODELLING OF NON-CONSERVATIVE PROCESSES

Avdeev S. A., Bogatov N. M.

Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia
e-mail: stepan.avdeev@pochta.ru

Abstract. A new class of non-uniform cellular automaton using special accumulative functions, which provide non-uniformity distribution related to traversed path, is presented in the work. This type of automaton allows to model the wide range of processes of energy and matter propagation in biology, technique, society, economics, taking into consideration the phenomena, which result depending on propagation path, in complex systems with structural abnormalities. While modelling one takes into consideration several phenomena intensity of which depends on traversed path, and their interrelations. The model allows to improve the quality of prediction of complex system malfunctions and effecciency of development methods for prediction of critical situations, connected with the system termination.

Keywords: cellular automaton, accumulative function, complex systems, energy transfer, self-organization, autowaves

Введение

Процессы различного характера, протекающие в природе, технике, экономике и обществе, во многих случаях имеют нестационарный и нелинейный характер. Одно из проявлений самоорганизации в таких процессах — это автоволны, то есть самоподдерживающиеся автономные волны, возникающие в возбудимых средах. Для моделирования автоволн используются методы теории клеточных автоматов [1–4]. Преимуществами моделей такого типа перед моделями на основе дифференциальных уравнений [5–7] являются меньшая вычислительная сложность, что позволяет производить моделирование в реальном времени, а также более простая алгоритмизация и адаптация к задаче. Адаптивные неоднородные автоматы используются для анализа и моделирования различных процессов в энергетике, биологии, транспорте, распознавании образов и изображений, криптографии [8–12].

Существующие методы, основанные на клеточных автоматах, имеют свои недостатки, не позволяющие применить их к задачам распространения энергии и вещества в активной возбудимой среде или накладывающие при этом определенные ограничения на моделирование. Например, отсутствие изотропности [1], невозможность моделирования специфичных конфигураций неоднородности среды, невозможность моделирования «неконсервативных» сил, усиливающихся или затухающих по мере удаления от своего источника в зависимости от длины пройденной траектории [1–4].

Моделирование автоволновых процессов в энергетике, транспорте, бизнесе позволит своевременно прогнозировать появление периодически и непериодически возникающих критических ситуаций и разработать методы их предотвращения или минимизации их последствий.

Целью работы является построение математической модели широкого класса процессов, результат действия которых зависит от траектории распространения.

1. Описание сложных систем с помощью адаптивного неоднородного клеточного автомата

В процессе функционирования сложной системы её элементы взаимодействуют меж-

Авдеев Степан Александрович, аспирант кафедры физики и информационных систем Кубанского государственного университета; e-mail: stepan.avdeev@pochta.ru.

Богатов Николай Маркович, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры физики и информационных систем Кубанского государственного университета; e-mail: bogatov@phys.kubsu.ru.

ду собой, в результате чего происходит перенос энергии и вещества. Каждому элементу поставим в соответствие определенную клетку автомата. Способность элементов системы участвовать в переносе энергии или вещества будем называть потенциалом действия, а время сохранения этой способности длительностью потенциала действия. Определим деактивацию, как временную потерю элементом способности участвовать в переносе вещества и энергии. Обратный переход элемента в нормальное состояние назовем реактивацией. Построим модель, позволяющую учитывать неоднородность законов изменения потенциала действия в элементах системы. Одним из следствий различий в длительности потенциала действия в разных элементах системы является изменение направления распространения потока вещества или энергии по отношению к первоначально заданному направлению. Решение этой задачи предполагает использование различных функций перехода δ в различных клетках автомата.

Модели систем с неоднородной длительностью потенциала действия разрабатывались для описания кардиологических сигналов [13, 14]. В данном приложении элементами системы будут являться клетки миокарда; потенциалом действия — одноименная характеристика клеточной мембраны; деактивацией — деполяризация, переход клеточной мембраны в возбужденное состояние с высоким потенциалом действия; реактивацией — реполяризация, переход клеточной мембраны в нормальное состояние с низким потенциалом действия. Такая модель будет отражать электрохимические процессы, например, в желудочках сердца человека, и может использоваться для изучения критических изменений в миокарде, вызывающих нарушения сердечного ритма.

Различная длительность потенциала действия в разных клетках автомата достигается путем добавления в клеточный автомат элемента T — функции длительности потенциала действия, от которой будет зависеть функция перехода.

Неоднородный клеточный автомат — это конечное множество M элементов (клеток) $m_{i,j}$, таких что

$$M \equiv (B, \Omega, Q, q, q_0, \omega, \delta, T),$$

$$\Omega \subset N, Q \subset N^2, q, q_0 \in Q,$$

$$\omega(q) : Q^{|B|} \to \Omega,$$

$$\delta(\omega, q, T) : \Omega \times Q \to Q,$$

N — множество натуральных чисел;

B — множество соседей, метод допускает использование любой необходимой топологии, например, прямоугольной, шестиугольной или более сложной, описываемой диаграммой Вороного;

Ω — область значений функции входной переменной ω;

$\omega(q)$ — функция входной переменной, отображающая состояния q_j клеток-соседей, членов множества B, в множество возможных значений входной переменной Ω;

q — состояние клетки;

q_0 — начальное состояние клетки;

Q — множество возможных состояний клетки, а также область значения функции перехода δ;

$\delta(\omega, q, T)$ — функция перехода конечного автомата, определяющая новое состояние клетки в зависимости от текущего состояния, значения функции входной переменной и параметра T, заданного отдельно для каждой клетки автомата.

Для неоднородного клеточного автомата функция перехода δ, топология B или множество состояний Q могут отличаться для разных клеток. Для реализации задач, поставленных в данной работе, используется неоднородный автомат, клетки которого отличаются значением параметра T, следствием этого является различная длительность потенциала действия в разных клетках автомата.

Адаптивный неоднородный клеточный автомат — это неоднородный клеточный автомат, распределение неоднородности которого зависит от параметров, изменяющихся в результате его работы.

2. Неоднородный клеточный автомат с аккумулятивным распределением

В моделях процессов, результат действия которых зависит от траектории распространения, используется адаптивный неоднородный клеточный автомат, функция перехода которого зависит от дополнительной переменной, характеризующей «неоднородность». Значение этой переменной пересчитывается при каждой итерации с помощью адаптивной функции в зависимости от предыдущих значений этой переменной в окрестности клетки.

Предлагается адаптивная функция специального вида, далее называемая аккумулятивной функцией, являющаяся решением следующего нелинейного интегрального уравнения Вольтерра:

$$g(x,y,t) = \int\limits_{t_0}^{t} u(x,y,l)\eta(g(x,y,l))\times \\ \times\left(k(x,y,l)s(x,y,l)+\alpha\right)dl + g_0(x,y), \quad (2.1)$$

где x, y — пространственные координаты, t — координата времени, $t \in [t_0, +\infty)$;

$u(x,y,t)$ — параметрическая функция, вид которой определяется спецификой задачи;

η — инверсированный индикатор равенства нулю,

$$\eta(x) = \begin{cases} 1, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0; \end{cases}$$

$k(x,y,t)$ — нормировочная функция, дающая при умножении на $s(x,y,t)$ среднее по ненулевым значениям,

$$k(x,y,t) = \left(\int\limits_{y-a}^{y+a}\int\limits_{x-a}^{x+a}\rho(g(p,q,t))dqdp + \beta\right)^{-1};$$

ρ — индикатор равенства нулю,

$$\rho(x) = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ 1, & x \neq 0; \end{cases}$$

β — малое положительное значение, предотвращающее неопределенность функции $k(x,y,t)$ в случаях, когда подынтегральное выражение равно нулю, $0 < \beta \ll 1$;

$s(x,y,t)$ — интегральная сумма значений аккумулятивной функции по окрестности точки $(x,\, y)$,

$$s(x,y,t) = \int\limits_{y-a}^{y+a}\int\limits_{x-a}^{x+a} g(p,q,t)dqdp;$$

$g_0(x,y)$ — функция начальных условий,

$$g_0(x,y) = \begin{cases} g_{\min}, & (x,y) \in X_0 \times Y_0, \\ 0, & (x,y) \notin X_0 \times Y_0; \end{cases}$$

$g_{\min}$ — положительное число, определяющее минимальное значение аккумулятивной функции ($g_{\min} > 0$), совокупность множеств X_0 и Y_0 представляет собой область инициации;

α — приращение накопления ($\alpha > 0$), параметр, определяющий скорость возрастания аккумулятивной функции.

Аккумулятивная функция (2.1) имеет следующие преимущества по сравнению с функциями памяти клеточных автоматов [12, 15]: 1 — предоставляет возможность адаптивного ограничения верхнего предела интегрирования в зависимости от неоднородности аккумулятивной функции в точке (x,y) при помощи индикаторной функции η; 2 — учитывает не только состояние текущей ячейки, но и состояния ячеек, относящихся к её окрестности, и использует запоминание с приращением. Свойства 1, 2 в совокупности обеспечивают пространственное возрастание функции с градиентом, направленным от источника, заданного функцией $g_0(x,y)$.

Другим важным свойством аккумулятивной функции является её ограниченность сверху, что позволяет применять её предельные значения при $t \to \infty$ в клеточных автоматах в качестве смоделированных значений сил, отвечающих за затухание или усиление.

Значения аккумулятивной функции можно определить посредством численного решения дифференциального уравнения, соответствующего интегральному уравнению (2.1):

$$\frac{\partial g(x,y,t)}{\partial t} = u(x,y,t)\eta(g(x,y,t))\times \\ \times\left(k(x,y,t)s(x,y,t)+\alpha\right), \quad (2.2)$$

с начальным условием

$$g(x,y,t_0) = g_0(x,y).$$

В рамках метода клеточного автомата для получения качественных закономерностей, не требующих высокой точности численной процедуры, при решении уравнения (2.2) достаточно использовать метод Эйлера первого порядка. Расчет функций $k(x,y,t)$ и $s(x,y,t)$ при этом может быть произведен численным интегрированием методом прямоугольников

$$k'(x,y,t) = \frac{1}{h^2\sum\limits_{j=y-a}^{y+a}\sum\limits_{i=x-a}^{x+a}\rho(g(i,j,t)) + \beta},$$

$$s'(x,y,t) = h^2\sum_{j=y-a}^{y+a}\sum_{i=x-a}^{x+a} g(i,j,t),$$

где h — шаг сетки клеточного автомата.

В результате получим следующий алгоритм вычисления значений аккумулятивной функции

$$g(x, y, t_0) = g_0(x, y),$$

$$g(x, y, t_{k+1}) = g(x, y, t_k) + \\ + u(x, y, t_k)\eta(g(x, y, t_k)) \times \\ \times \left(k'(x, y, t)s'(x, y, t) + \alpha\right).$$

Для моделирования активной возбудимой среды с учетом «неконсервативных» явлений изменения длительности взаимодействия, явлений деактивации и затухания с учетом заданной неоднородности, связанной со структурными повреждениями, предлагается усовершенствованный адаптивный неоднородный клеточный автомат с двумя переменными неоднородности p и h, модифицированными уравнениями адаптации $\gamma(\omega, g, q)$ и перехода состояния $\delta(\omega, q, g, r_g)$:

$$M \equiv (B, \Omega, Q, G, q, g, \delta, \gamma),$$

$$Q \subset N^4, \Omega \subset N^2, q, q_0 \in Q,$$
$$q \equiv (u, v, t, z) \in Q,$$
$$\omega(q) : Q^{|B|} \to \Omega,$$
$$g \equiv (\Delta, a, p, h) \in G \subset Z^4, \quad g_0 \in G,$$
$$\gamma(\omega, g, q) : \Omega \times G^{|B|} \to G,$$
$$r_g(g) : G^{|B|} \to Z,$$

N — множество натуральных чисел, Z — множество целых чисел;

B — множество соседей, например, прямоугольная сетка и окрестность Мура, то есть 8 ячеек, имеющих общую вершину с данной на прямоугольной сетке, и 16 ячеек, имеющих общую вершину хотя бы с одной из этих 8 ячеек;

ω — функция входной переменной, возвращает два значения: ω_a — средний уровень возбуждения деактивации в окрестности клетки и ω_b — средний уровень возбуждения реактивации в окрестности клетки, —

$$\omega(\{q_j\}) = (\omega_a(\{q_j\}), \omega_b(\{q_j\})) = \\ = \left(\sum_j u_j|_{z_j=1}, \sum_j u_j|_{z_j=3}\right), \quad (2.3)$$

функция определена на множестве состояний клеток, входящих в множество соседей B, индекс j в суммировании нумерует клетки этого множества;

q — вектор состояния, заданный четырьмя параметрами u, v, t, z: u — уровень возбуждения, v — уровень восстановления, отвечает за длительность фазы восстановления возбудимой среды, t — таймер задержки реактивации, определяет увеличение длительности потенциала действия ($t > 0$), учитывает разницу потенциала действия в разных областях модели в зависимости от параметра неоднородности p, z — индикатор состояния, показывает какой из процессов деактивации или реактивации, протекает в настоящий момент времени.

Переменная q определяет текущее состояние элементов системы. Например, в модели электрохимических процессов параметры u, v соответствуют параметрам реакционно-диффузной модели и характеризуются аналогичной динамикой изменения. Переменные t и z — вспомогательные, они необходимы для учета неоднородности и выполнения адаптации переменных неоднородности между итерациями.

В процессе работы автомата уровень возбуждения u вначале возрастает с нуля до своего максимального значения, что соответствует деактивации элемента (деполяризации в электрохимической модели). Далее производится последовательное повышение значения уровня восстановления v до максимального, за которым следует снижение параметров u и v до нуля, что соответствует реактивации элемента (реполяризации в электрохимической модели).

Также использованы следующие обозначения:

g — вектор неоднородности, определяемый четырьмя элементами Δ, a, p, h, где Δ — параметр, характеризующий изотропность или неизотропность, a описывает уровень структурных нарушений. Его числовое значение определяется, например, временем задержки процессов реактивации в данной клетке модели, в результате адаптации этот параметр может описывать процессы деградации или восстановления поврежденных областей.

С помощью параметра p моделируются явления уменьшения длительности реактивации в зависимости от расстояния, пройденного от источника деактивации. Данное явление представляет собой пример «неконсервативного» явления, так как усиление при распространении возбуждения деактивации, может происходить по криволинейной траектории при распространении в среде имеющей сложную форму, поэтому необходимо использовать управляемую аккумулятивную функцию адаптации.

Параметр h моделирует явления уменьшения длительности реактивации в зависимости от расстояния, пройденного от области начала реактивации. Данное явление также представляет собой пример «неконсервативного» явления, так как распространение возбуждения реактивации из-за наличия препятствий в виде других деактивированных ячеек или участков со структурными нарушениями может происходить по криволинейной траектории, поэтому также требует использования управляемой аккумулятивной функции адаптации.

Функция адаптации переменной неоднородности $\gamma(\omega, \{g_j\}, q)$ передает значение параметров Δ, a на следующую итерацию в случаях, если они не изменяются.

Параметр p адаптируется на каждой итерации с помощью аккумулятивной функции

$$\gamma_p(\omega, \{(\Delta, p)_j\}, z) = p_{x,y} + \\ + u_p(\omega, \Delta)\eta(p_{x,y}) \left(\frac{\sum\limits_j p_j(t)}{\sum\limits_j \rho(p_j(t)) + \beta} + \alpha_p \right).$$

Адаптивная функция для переменной h строится аналогично адаптивной функции для переменной p, так как моделируемые ими явления схожи при деактивации и при реактивации

$$\gamma_h(\omega, \{(\Delta, a, p, h)_j\}, z) = h_{x,y} + \\ + u_h(\omega, \Delta)\eta(h_{x,y}) \left(\frac{\sum\limits_j h_j(t)}{\sum\limits_j \rho(h_j(t)) + \beta} + \alpha_h \right).$$

Клетки, в которых начинается деактивация и реактивация, определяются адаптивно с помощью соответствующего управляющего члена u_p или u_h, где

$$u_p(\omega(t), \Delta) = \begin{cases} 1, & \omega_a(t) > \Delta, \\ 0, & \omega_a(t) < \Delta, \end{cases}$$

$$u_h(\omega(t), \Delta) = \begin{cases} 1, & \omega_b(t) > \Delta, \\ 0, & \omega_b(t) < \Delta. \end{cases}$$

При этом для расчета значений функций ω_a и ω_b используется формула (2.3), то есть эти условия аналогичны условиям передачи возбуждения деактивации и реактивации соответственно между клетками модели. Такой управляющий член позволяет построить аккумулятивную функцию для адаптации значений переменных неоднородности p и h с учетом пройденного расстояния от источника деактивации и области начала реактивации соответственно.

Остальные параметры в уравнениях имеют следующий смысл:

$\Delta_{x,y}$, $a_{x,y}$, $p_{x,y}$ — значения параметров неоднородности Δ, a и pперед адаптацией, в клетке, для которой производится расчет. Данные значения являются аргументами функции и принадлежат множеству $\{g_j\}$, содержащему также значения переменных неоднородности для всех клеток-соседей из множества B;

$\alpha_p > 0$, $\alpha_h > 0$ — коэффициенты накопления, определяющие, соответственно рост значений p и h по мере удаления от источника деактивации или реактивации, различные значения этих параметров могут быть использованы для калибровки параметров модели.

В адаптивной функции $\gamma(\omega, \{g_j\}, q)$ определены условия сброса значений адаптационной функции для перехода на следующую итерацию. Итерация представляет собой следующий цикл деактивации и реактивации от некоторого источника, при этом переопределяется также значение g_0 для отражения новой позиции источников. Сброс происходит отдельно для каждой клетки при достижении переменной состояния z конечного значения.

Значения $z \in \{1{,}2\}$ означают фазы деактивации, после завершения которых параметр p больше не используется и может быть обнулен. Аналогично значение $z = 3$ соответствует реактивации, во время которой адаптируется значение h, а $z = 4$ — сбросу состояния, при котором происходит обнуление h и переход к следующей итерации деактивации-реактивации.

Еще одним новым компонентом модели структурных нарушений является функция взаимосвязи $r_g(g)$, принимающая на вход значение переменной неоднородности g в клетках-соседях и возвращающая значение воздействия деактивации в окрестности данной клетки на скорость реактивации, связанную с увеличением длительности воздействия

$$r_p(g) = p_r \sum_j \rho\left(p_{i,j}(t)\right),$$

где p_r — положительное число, характеризующее степень влияния процессов деактивации на длительность реактивации ($p_r > 0$).

Функция перехода состояний $\delta(\omega, q, g, r_g)$ содержит требуемое постановкой задачи количество адаптируемых параметров неоднородности, моделируя взаимодействие элементов системы. Следует отметить, что такого типа модель невозможно построить в рамках математического аппарата клеточных автоматов с памятью [12], так как память в них адаптируется в соответствии с состоянием q ячеек и подразумевает использование только одной переменной неоднородности.

Совокупность компонент $r_g(g)$, p, h представляет собой вектор неоднородности T, используемый в функции перехода δ и определяющий длительность потенциала действия клетки, согласно следующим уравнениям:

$$\tau_p(p) = \max(p_{\max} - p, p_{\min}),$$

$$\tau_h(p, a, r_g) = \max(h_{\max} - h + a + r_g, h_{\min}),$$

где τ_p — длительность задержки перед реактивацией, τ_h — длительности задержки после реактивации;

$p_{\min}$, $p_{\max}$ — минимальное и максимальное значения длительности потенциала действия, характерные для клеток, сильно удаленных от источника деактивации, и клеток вблизи источника соответственно;

$h_{\min}$, $h_{\max}$ — минимальное и максимальное значения длительности потенциала действия, характерные для клеток, находящихся вдали и вблизи от очага самопроизвольной реактивации соответственно;

α — уровень влияния структурных повреждений клетки на длительность деактивации.

Путем использования уравнений задержек τ_p, τ_h для каждого элемента системы, моделируемого клеткой автомата, длительность потенциала действия определяется адаптивно, с учетом траектории распространения вещества и энергии.

Заключение

В данной работе предложен новый класс неоднородных клеточных автоматов, использующих специальные аккумулятивные функции для распределения неоднородности. Этот тип автомата предназначен для моделирования процессов распространения вещества и энергии, результат действия которых зависит от траектории распространения в сложных системах с учетом их структурных нарушений.

Модель позволяет повысить информативность численного анализа и прогноза возникновения периодических и непериодических нарушений функционирования сложных систем, включая критические ситуации прекращения их деятельности.

Разработанный математический метод может быть использован для моделирования в реальном времени большого многообразия процессов, в биологии, транспорте, энергетике, экономике, инфокоммуникационных системах.

Литература

1. *Moe G.K., Rheinboldt W.C., Abildskov J.A.* A computer model of atrial fibrillation // American Heart Journal. 1964. Т. 67 No. 2. С. 200–220.
2. *Pourhasanzade F., Sabzpoushan S.H.* A new cellular automata model of cardiac action potential propagation based on summation of excited neighbors // World Academy of Science, Engineering and Technology. 2010. No. 44. С. 917–921.
3. *Gerhardt M., Schuster H., Tyson J.J.* A cellular automaton model of excitable media including curvature and dispersion // Science. 1990. No. 247. С. 1563–1566.
4. *Markus M., Hess B.* Isotropic cellular automaton for modeling excitable media // Nature. 1990. No. 347. С. 56–58.
5. *Weimar J.R., Tyson J.J, Watson L.T.* Diffusion and wave propagation in cellular automaton models of excitable media // Physica D. 1991. No. 55. P. 309–327.
6. *FitzHugh R.* Mathematical models of threshold phenomena in the nerve membrane // Bull. Math. Biophysics. 1955. No. 17. С. 257–278.
7. *Aliev R.R., Panfilov A.V.* A simple two-variable model of cardiac excitation // Chaos, Solitons and Fractals. 1996. No. 7(3). С. 293–301.
8. *Indekeu J.O., Giuraniuc C.V.* Cellular automaton for bacterial towers // Physica A: Statistical and Theoretical Physics. 2004. No. 336. С. 14–26.
9. *Quadir F., Perr M.A., Khan K.A.* Cellular automata based identification and removal of impulsive noise from corrupted images // Journal of Global Research in Computer Sciense. 2012. Т. 3. No. 4. С. 17–20.

10. *Medernach D., Kowaliw T., Ryan C., Doursat R.* Long-term evolutionary dynamics in heterogenous cellular automata // Proceeding of the 15th annual conference on genetic and evolutionary computational conference. 2013. C. 231–238.
11. *Sapin E., Bull L., Adamatzky A.* A Genetic approach to search for glider guns in cellular automata // IEEE Congress on evolutionary computation. 2007. C. 2456–2462.
12. *Seck-Tuoh-Mora J.C., Martinez G.J., Alonso-Sanz R., Hernandz-Romero N.* Invertible behaviour in elementary cellular automata with memory // Information Sciences. 2012. T. 199. No. 4. C. 125–132.
13. *Jiang Z., Mangharam R.* Modelling cardiac pacemaker malfunctions with the Virtual Heart Model // Conf Proc IEEE Med. Biol. Soc. 2011. C. 263–266.
14. *Андреев С.Ю., Баталов Р.Е., Попов С.В., Кочегуров В.А., Вадутова Ф.А.* Интраоперационное моделирование возбуждения миокарда предсердий // Известия Томского политехнического университета. 2010. Т. 317. № 5. С. 189–194.
15. *Alonso-Sanz R., Martin M.* Elementary cellular automata with memory // Complex Systems. 2003. No. 14. C. 99–126.

References

1. Moe G.K., Rheinboldt W.C., Abildskov J.A. A computer model of atrial fibrillation. *American Heart Journal*, 1964, vol. 67, no. 2, pp. 200–220.
2. Pourhasanzade F., Sabzpoushan S.H. A new cellular automata model of cardiac action potential propagation based on summation of excited neighbors. *World Academy of Science. Engineering and Technology*, 2010, no. 44, pp. 917–921.
3. Gerhardt M., Schuster H., Tyson J.J. A cellular automaton model of excitable media including curvature and dispersion. *Science*, 1990, no. 247, pp. 1563–1566.
4. Markus M., Hess B. Isotropic cellular automaton for modeling excitable media. *Nature*, 1990, no. 347, pp. 56–58.
5. Weimar J.R., Tyson J.J., Watson L.T. Diffusion and wave propagation in cellular automaton models of excitable media. *Physica D.*, 1991, no. 55, pp. 309–327.
6. FitzHugh R. Mathematical models of threshold phenomena in the nerve membrane. *Bull. Math. Biophysics*, 1955, no. 17, pp. 257–278.
7. Aliev R.R., Panfilov A.V. A simple two-variable model of cardiac excitation. *Chaos, Solitons and Fractals*, 1996, no. 7(3), pp. 293–301.
8. Indekeu J.O., Giuraniuc C.V. Cellular automaton for bacterial towers. *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, 2004, no. 336, pp. 14–26.
9. Quadir F., Perr M.A., Khan K.A. Cellular automata based identification and removal of impulsive noise from corrupted images. *Journal of Global Research in Computer Science*, 2012, vol. 3, no. 4, pp. 17–20.
10. Medernach D., Kowaliw T., Ryan C., Doursat R. Long-term evolutionary dynamics in heterogenous cellular automata. *Proc. of the 15^{th} annual conference on genetic and evolutionary computational conf.*, 2013, pp. 231–238.
11. Sapin E., Bull L., Adamatzky A. A Genetic approach to search for glider guns in cellular automata. *IEEE Congress on evolutionary computation*, 2007, pp. 2456–2462.
12. Seck-Tuoh-Mora J.C., Martinez G.J., Alonso-Sanz R., Hernandz-Romero N. Invertible behaviour in elementary cellular automata with memory. *Information Sciences*, 2012, vol. 199, no. 4, pp. 125–132.
13. Jiang Z., Mangharam R. Modelling cardiac pacemaker malfunctions with the Virtual Heart Model. *Conf. Proc. IEEE Med. Biol. Soc.*, 2011, pp. 263–266.
14. Andreev S.Yu., Batalov R.E., Popov S.V., Kochegurov V.A., Vadutova F.A. Interoperacionnoe modelirovanie vozbuzhdenie miocarda predserdiy [Intraoperative modeling the excitation of the myocardium of the Atria]. *Izvestiya Tomskogo politehnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University], 2010, vol. 317, no. 5, pp. 189–194.
15. Alonso-Sanz R., Martin M. Elementary cellular automata with memory. *Complex Systems*, 2003. no. 14. pp. 99–126.

Статья поступила 10 октября 2014 г.