

УДК 536.242

РАСЧЕТ ЛАМИНАРНОГО НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ОБТЕКАНИЯ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА С ПРОНИЦАЕМЫМ СЛОЕМ

Моренко И. В., Снигерев Б. А.

NUMERICAL CALCULATION OF NONISOTHERMAL LAMINAR FLOW AROUND A CIRCULAR CYLINDER WRAPPED WITH A PERMEABLE RING

Morenko I. V. *, Snigerev B. A. **

* Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences, Kazan, 420111, Russia

** Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev, Kazan, 420111, Russia
e-mail: morenko@imm.knc.ru

Abstract. Modern technologies allow to create new porous materials with the different matrix structure. One of the areas of their practical use is to apply to the body a porous permeable ring to intensify heat transfer or alternatively, for thermal insulation. In this paper the separated nonisothermal flow of a viscous incompressible fluid around a circular cylinder coated with a porous permeable layer with a given thickness is investigated numerically at moderate Reynolds numbers. The layer is made of high thermal conductivity and thermal insulation materials. To describe the fluid motion used non-stationary Navier–Stokes and energy equations. It is assumed that the material permeable layer has a corpuscular structure. The filtration flow in the porous layer is determined by the non-linear two-term Ergun law, which takes into account the inertial effects. In the numerical experiments varies of Reynolds number and Darcy number. The drag coefficient of the body, the length of the vortex wake, the surface temperature of the porous layer, the Nusselt number calculated. It is found that the flow separation can be observed with both core and surface layer depending on the permeability. The length of the vortex area increases with increasing Reynolds number and decreases with increasing Darcy number. The effect of matrix permeability and thermal conductivity of the material on the heat exchange of the body and the liquid is analyzed.

Keywords: permeable porous layer, laminar flow, heat transfer.

Использование современных технологий позволяет создавать новые пористые материалы различной структуры, которые широко представлены в теплообменных аппаратах, нефтяном машиностроении, авиации, ракетно-космической технике, строительстве, используются для акустической изоляции, для теплоизоляции тепловых сетей.

Пористые материалы характеризуются рядом параметров: пористость, проницаемость, форма пор, распределение их по размерам, физико-механические свойства и другие характеристики [1].

Гидродинамика и теплообмен в пористых структурах изучается в монографиях [1–4]. В последнее время много внимания уделяется проблеме управления потоком с целью

снижения гидродинамического сопротивления на цилиндрическое тело путем формирования вокруг него пористого слоя. При этом рассматривается турбулентный режим течения.

Так, в экспериментальной работе [5] показано, что наличие пористого слоя на круговом цилиндре приводит к подавлению вихрей Кармана. В работе [6] экспериментально установлено, что для подавления периодического отрыва вихрей следует выбрать матрицу с пористостью равной 0,7.

Изолирующие и защитные характеристики одежды изучаются численно в [7] с помощью модельной задачи о поперечном обтекании и теплообмене сплошного цилиндра, окруженного на некотором фиксирован-

Моренко Ирина Вениаминовна, канд. техн. наук, старший научный сотрудник Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; e-mail: morenko@imm.knc.ru

Снигерев Борис Александрович, д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; ведущий научный сотрудник кафедры теоретических основ теплотехники Казанского национального исследовательского технического университета им. А. Н. Туполева; e-mail: snigerev@imm.knc.ru

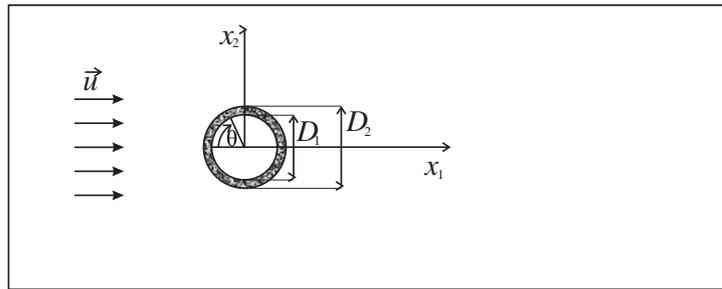


Рис. 1. Схема расчетной области

ном расстоянии тонким пористым слоем при $Re = 3900\text{--}80000$.

Вопросы вентиляции шкур животных как пористых сред изучаются в работе [8].

В работе [9] экспериментально исследуется влияние пористого слоя на сопротивление при $Re = 1,4 \cdot 10^5$. Показано, что для уменьшения коэффициента сопротивления кругового цилиндра целесообразно покрыть пористым слоем только кормовую часть тела.

Для уменьшения воздействия волн на цилиндр в работе [10] вверх по потоку на некотором расстоянии устанавливаются две дугообразные пористые оболочки.

Следует заметить, что ламинарный режим обтекания цилиндрического тела с пористым слоем мало изучен. Одно из немногочисленных численных исследований представлено в [11].

В данной работе проводится численный расчет отрывного неизотермического обтекания вязкой несжимаемой жидкостью кругового цилиндра, покрытого пористым пористым слоем из высокотеплопроводного и теплоизоляционного материалов при умеренных числах Рейнольдса. Анализируется влияние проницаемости матрицы и коэффициента теплопроводности материала на гидродинамику и теплообмен тела и жидкости.

1. Постановка задачи

В качестве расчетной области выбирается прямоугольник длиной 0,5 м, шириной 0,4 м, в котором на удалении 0,1 м от входного сечения на равном расстоянии от боковых границ располагается непроницаемый цилиндр с диаметром $D_1 = 0,008$ м, покрытый пористым пористым слоем толщиной 0,001 м, $D_2 = 0,01$ м (рис. 1). Размеры расчетной области и положение цилиндра в ней определяются таким образом, чтобы влияние внешних границ на решение задачи было бы минимальным.

В декартовой прямоугольной системе координат x_1Ox_2 , начало которой помещается в центре сечения цилиндра, ось Ox_1 направляется вдоль набегающего потока, плоскопараллельное ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости описывается уравнениями [4]

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \\ \nu_f \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\nu_f}{\kappa} v_i - \frac{1,75}{\sqrt{150\kappa\varepsilon^3}} |\mathbf{v}| v_i, \quad (1.2) \\ i &= 1, 2. \end{aligned}$$

Здесь t — время, $v_i = \varepsilon u_i$ — компоненты скорости фильтрации жидкости, u_i — компоненты вектора скорости, p — давление, ρ_f — плотность жидкости, ν_f — коэффициент кинематической вязкости жидкости, κ — проницаемость слоя, пористость

$$\varepsilon = \begin{cases} 1 & \text{— вне обтекаемого цилиндра,} \\ 0 < \varepsilon < 1 & \text{— в пористом слое;} \end{cases}$$

по повторяющимся индексам производится суммирование.

Предполагается, что материал пористого слоя имеет корпускулярную структуру, пористость ε и проницаемость κ связаны соотношением Козени–Кармана [4]

$$\kappa = \frac{1}{150} \frac{\varepsilon^3 d^2}{(1 - \varepsilon)^2},$$

где d — характерный диаметр частицы в пористом слое. Фильтрационное течение в пористом слое описывается двучленным нелинейным законом Эргуна, учитывающим инерционные эффекты [4].

Уравнение сохранения энергии для жидкости имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\varepsilon \rho_f E_f + (1 - \varepsilon) \rho_s E_s] + \nabla [\mathbf{v} (\rho_f E_f + p)] = \lambda_{eff} \Delta T. \quad (1.3)$$

Здесь E_f, E_s — энергия,

$$\lambda_{eff} = \varepsilon \lambda_f + (1 - \varepsilon) \lambda_s$$

— эффективный коэффициент теплопроводности, индексы f, s соответствуют параметрам жидкости и матрице пористого слоя.

Во входном сечении, перпендикулярном оси Ox_1 , примем: $u_1 = u_0 = \text{const}, u_2 = 0$; операционное давление $p_0 = 0,1$ МПа; температура среды $T = T_0 = \text{const}$.

На выходе из расчетной области воспользуемся граничными условиями

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_1} = 0,$$

которые означают выравнивание как гидродинамических, так и тепловых характеристик потока жидкости на удалении от обтекаемого цилиндра.

На боковых границах положим

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_2} = 0, \quad u_2 = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0.$$

На поверхности непроницаемого цилиндра задаются условия прилипания $u_1 = u_2 = 0$ и постоянная температура $T = T_w$. В области пористого слоя пористость $\varepsilon = \varepsilon_0$, проницаемость κ варьируется.

В начальный момент времени $t = 0$ среда начинает двигаться, $u_1 = u_0, u_2 = 0, p = p_0, T = T_0$.

Решение задачи (1.1)–(1.3) осуществляется методом конечных объемов с помощью программного комплекса ANSYS Fluent (лицензия КНИТУ–КАИ) на сетке треугольных элементов, сгущающихся к поверхности тела. Общее число узлов расчетных сеток составляет около 56 000, на поверхности цилиндра — 150. Критерий сходимости по всем искомым параметрам принимается равным 10^{-8} . Количество итераций на каждом временном шаге не превышает 30.

2. Результаты расчета

Тестирование программного кода проводится на модельных задачах обтекания

непроницаемого и полностью пористого цилиндра. Расчетные значения коэффициента сопротивления и числа Нуссельта хорошо согласуются с данными, которые приводятся в [2, 3, 12, 13].

Задаются следующие параметры несжимаемой жидкости (вода): плотность $\rho_f = 10^3$ кг/м³, динамический коэффициент вязкости $\mu_f = 10^{-3}$ кг/(м·с), удельная теплоёмкость при постоянном давлении $c_{pf} = 4182$ Дж/(кг·К), коэффициент теплопроводности $\lambda_f = 0,6$ Вт/(м·К). Число Прандтля составляет $Pr = \mu_f c_{pf} / \lambda_f = 6,97$.

Рассматривается два вида материала пористого слоя. Материал с высоким коэффициентом теплопроводности (алюминий) $\lambda_s = 202,4$ Вт/(м·К), плотностью $\rho_s = 2719$ кг/м³, удельной теплоёмкостью при постоянном давлении $c_{ps} = 871$ Дж/(кг·К), а также теплоизоляционный материал с низким коэффициентом теплопроводности $\lambda_s = 0,05$ Вт/(м·К), плотностью $\rho_s = 2960$ кг/м³, удельной теплоёмкостью при постоянном давлении $c_{ps} = 856$ Дж/(кг·К).

В численных экспериментах скорость жидкости на входе определяется по числу Рейнольдса $Re = D_2 \rho_f u_0 / \mu_f$, которое варьируется от 10 до 40. Задаются температура воды на входе в расчетную область $T_0 = 300$ К, температура цилиндра $T_w = 350$ К. Пористость матрицы фиксируется $\varepsilon = 0,5$, числа Дарси $Da = \kappa / D_2^2$ меняются в диапазоне $10^{-6} \leq Da \leq 10^{-2}$.

Расчетным путем установлено, что обтекание кругового цилиндрического ядра, покрытого пористым пористым слоем, является стационарным, за телом формируется пара вихревых областей, дорожка Кармана отсутствует. Следует заметить, что при малой проницаемости слоя ($Da = 10^{-6}$) отрыв потока происходит с поверхности слоя, в то время как при большой проницаемости ($Da = 10^{-2}$) отрыв потока осуществляется с поверхности ядра, вихревая застойная область частично находится внутри пористого слоя. Подобный эффект наблюдается и в работе [13] при расчете обтекания полностью пористого цилиндрического тела. Отметим, что безразмерная длина вихревой области L , отнесенная к D_2 , увеличивается с ростом числа Рейнольдса и уменьшается с ростом числа Дарси (рис. 2).

Коэффициент гидродинамического сопротивления $C_D = F_{x1} / 0,5 \rho_f u_0^2 D_2$ цилиндри-

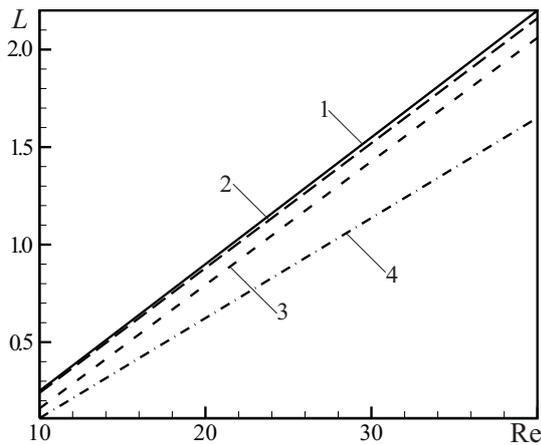


Рис. 2. Безразмерная длина вихревого следа: 1 — за непроницаемым цилиндром; за цилиндром с проницаемым слоем: 2 — $Da = 10^{-4}$, 3 — 10^{-3} , 4 — 10^{-2}

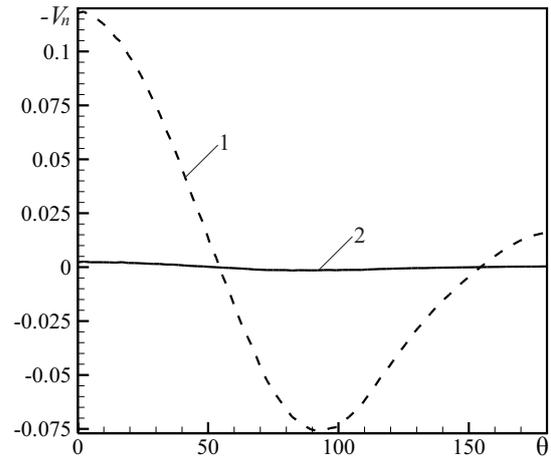


Рис. 3. Безразмерная скорость жидкости, направленная против нормали к поверхности цилиндра: 1 — $Da = 10^{-2}$, 2 — 10^{-6} при $Re = 40$

ческого тела со слоем несколько ниже, чем у кругового цилиндра того же диаметра. Разница зависит от Re , Da и составляет не более 11%. Здесь F_{x1} — проекция на ось Ox_1 силы гидродинамического сопротивления обтекаемого цилиндра.

Направленная против нормали к поверхности обтекаемого цилиндра безразмерная скорость жидкости V_n , отнесенная к D_2 , показана на рис. 3. В случае большой проницаемости матрицы ($Da = 10^{-2}$) максимальная скорость втекания в пористый слой наблюдается на фронтальной стороне (кривая 1). Кроме того, втекание жидкости присутствует и в вихревой области за телом. Вытекание жидкости из слоя происходит в основном по бокам. В случае малой проницаемости матрицы ($Da = 10^{-6}$) расход жидкости через пористый слой относительно небольшой (кривая 2).

Изотермы в части расчетной области представлены на рис. 4. Видно, как проницаемый слой прогревается полностью, если он изготовлен из высокотеплопроводного материала (сверху), и температура значительно меняется по толщине слоя в случае теплоизоляционного материала (снизу).

Неравномерность нагрева поверхности проницаемого слоя демонстрируется на рис. 5. Минимальная температура имеет место с наветренной стороны, где скорость втекания жидкости в пористый слой максимальна. Наибольшее значение температуры достигается вблизи точки отрыва потока. Отметим, чем больше проницаемость пористо-

го слоя, тем ниже температура с наветренной стороны тела. В случае, когда материал слоя обладает теплоизоляционными свойствами, а проницаемость матрицы большая (кривая 1), температура его поверхности с наветренной стороны $T = 301$ К близка к температуре набегающего потока $T_f = 300$ К. В тоже время, когда коэффициент теплопроводности материала слоя достаточно высокий $\lambda_s = 202,4$ Вт/(м·К) и число Дарси сравнительно мало $Da = 10^{-6}$, температура в лобовой точке всего на 3,5 К ниже температуры ядра $T_w = 350$ К.

Среднее по поверхности цилиндрического ядра число Нуссельта демонстрирует рис. 6. Значения Nu увеличиваются с ростом чисел Рейнольдса и Дарси. Когда проницаемый слой изготовлен из высокотеплопроводного материала (рис. 6а), значения числа Нуссельта выше соответствующих значений для цилиндра без проницаемого слоя на 13–100 %. Причем максимальная теплоотдача наблюдается при большей проницаемости. Вместе с тем, когда проницаемый слой изготовлен из теплоизоляционного материала (рис. 6б), числа Нуссельта ниже на 28–55 %, чем у цилиндра без слоя. Минимальная теплоотдача достигается при меньшей проницаемости.

Заключение

Создание пористого проницаемого слоя на круговом цилиндре позволяет уменьшить гидродинамическое сопротивление, длину вихревой области за телом. Использование

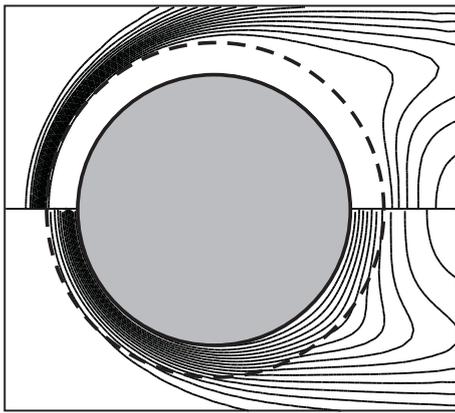


Рис. 4. Изотермы при $Re = 40$ сверху: $Da = 10^{-6}$, снизу: $Da = 10^{-2}$

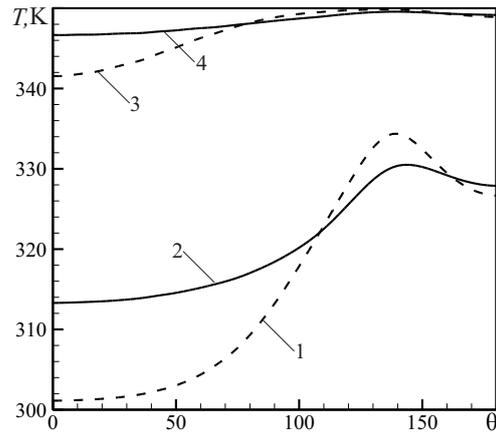
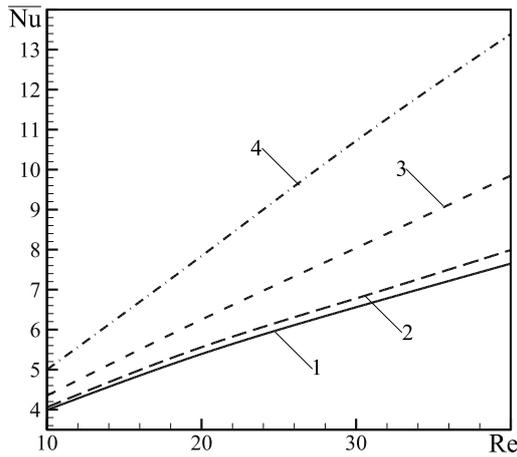
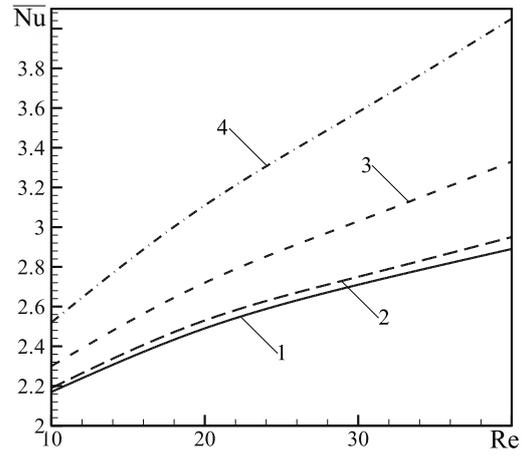


Рис. 5. Температура поверхности проницаемого слоя из высокотеплопроводного материала: 1 — $Da = 10^{-2}$, 2 — 10^{-6} ; из теплоизоляционного материала: 3 — $Da = 10^{-2}$, 4 — 10^{-6} при $Re = 40$



а)



б)

Рис. 6. Среднее число Нуссельта стержня, покрытого пористым слоем из а — высокотеплопроводного материала, б — теплоизоляционного материала при 1 — $Da = 10^{-6}$, 2 — 10^{-4} , 3 — 10^{-3} , 4 — 10^{-2}

высокотеплопроводного материала матрицы интенсифицирует теплообмен на 13–100 %, а теплоизоляционного материала — уменьшает теплоотдачу 28–55 % в рассматриваемом диапазоне режимных и теплофизических параметров.

Литература

1. Попов И. А. Гидродинамика и теплообмен в пористых теплообменных элементах и аппаратах. Интенсификация теплообмена. Казань: Центр инновационных технологий, 2007. 240 с.
2. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
3. Жукаускас А. А. Конвективный перенос в теплообменниках. М.: Наука, 1982. 472 с.
4. Nield D. A., Bejan A. Convection in Porous Media. Springer, 1992. 408 p.
5. Ozkan G. M., Oruc V., Akilli H., Sahin B. Flow around a cylinder surrounded by a permeable cylinder in shallow water // Exp. Fluids. 2012. № 53. P. 1751–1763. doi: 10.1007/s00348-012-1393-2
6. Gözmen B., Akilli H., Şahin B. Vortex control of cylinder wake by permeable cylinder // Journal of the Faculty of Engineering and Architecture. 2013. Vol. 28. No. 2. P. 77–85.
7. Sobera M. P., Kleijn C. R. T-RANS simulations of subcritical flow with Heat transfer past a circular cylinder surrounded by a thin porous

- Layer // *Flow Turbulence Combust.* 2008. No. 80. P. 531–546. doi: 10.1007/s10494-008-9150-6
8. Budaraju S., Stewart W. E., Porter W. P. Prediction of forced ventilation in animal fur from a measured pressure distribution // *Proc. R. Soc. Lond. B.* 1994. No. 256. P. 41–46.
 9. Klausmann K., Ruck B. Flow around circular cylinders with partial porous coating // *Fachtagung "Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik"*. 9–11 September 2014. Karlsruhe. P. 15.1–15.8.
 10. Lin G., Liu J. Hydrodynamic performance of combined cylinders structure with dual arch-shaped porous outer walls // *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* 2012. No. 55. P. 1963–1977.
 11. Rashidi S., Tamayol A., Valipour M. S., Shokri N. Fluid flow and forced convection heat transfer around a solid cylinder wrapped with a porous ring // *International Journal of Heat and Mass Transfer.* 2013. No. 63. P. 91–100.
 12. Моренко И. В., Федяев В. Л. Особенности обтекания цилиндра двухфазным потоком // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества.* 2010. № 4. С. 52–58.
 13. Yu P., Zeng Y., Lee T. S., Chen X. B., Low H. T. Steady flow around and through a permeable circular cylinder // *Computers & Fluids.* 2011. No. 42. P. 1–12. doi:10.1016/j.compfluid.2010.09.040
 4. Nield D. A., Bejan A. *Convection in Porous Media.* Springer, 1992, 408 p.
 5. Ozkan G. M., Oruc V., Akilli H., Sahin B. Flow around a cylinder surrounded by a permeable cylinder in shallow water. *Exp. Fluids*, 2012, no. 53, pp. 1751–1763. doi: 10.1007/s00348-012-1393-2
 6. Gözmen B., Akilli H., Şahin B. Vortex control of cylinder wake by permeable cylinder. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture*, 2013, vol. 28, no. 2, pp. 77–85.
 7. Sobera M. P., Kleijn C. R. T-RANS simulations of subcritical flow with Heat transfer past a circular cylinder surrounded by a thin porous layer. *Flow Turbulence Combust*, 2008, no. 80, pp. 531–546. doi: 10.1007/s10494-008-9150-6
 8. Budaraju S., Stewart W. E., Porter W. P. Prediction of forced ventilation in animal fur from a measured pressure distribution. *Proc. R. Soc. Lond. B*, 1994, no. 256, pp. 41–46.
 9. Klausmann K., Ruck B. Flow around circular cylinders with partial porous coating. *Fachtagung "Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik"*, 9–11 September 2014, Karlsruhe, pp. 15.1–15.8.
 10. Lin G., Liu J. Hydrodynamic performance of combined cylinders structure with dual arch-shaped porous outer walls. *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* 2012, no. 55, pp. 1963–1977.
 11. Rashidi S., Tamayol A., Valipour M. S., Shokri N. Fluid flow and forced convection heat transfer around a solid cylinder wrapped with a porous ring. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2013, no. 63, pp. 91–100.

References

1. Popov I. A. *Gidrodinamika i teploobmen v poristyyih teploobmennyyih elementah i apparatah. Intensifikatsiya teploobmena* [Hydrodynamics and heat transfer in porous heat transfer elements and devices. Intensification of heat exchange]. Kazan, Tsentr innovazionnyih tehnologiy, 2007, 240 p. (In Russian)
2. Kutateladze S. S. *Osnovyi teorii teploobmena* [Bases of the theory of heat transfer]. Moscow, Atomizdat, 1979, 416 p. (In Russian)
3. Zhukauskas A. A. *Konvektivnyiy perenos v teploobmennikah* [Convective transfer in heat exchangers]. Moscow, Nauka, 1982, 472 p. (In Russian)
12. Morenko I. V., Fedyaev V. L. *Osobennosti obtekaniya tsilindra dvuhfaznyim potokom* [Features of two-phase flow around a circular cylinder]. *Ekologicheskiy vestnik nauchnyih tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2010, no. 4, pp. 52–58. (In Russian)
13. Yu P., Zeng Y., Lee T. S., Chen X. B., Low H. T. Steady flow around and through a permeable circular cylinder. *Computers & Fluids*, 2011, no. 42, pp. 1–12. doi:10.1016/j.compfluid.2010.09.040