УДК 539.3

К ПРОБЛЕМЕ СКРЫТОГО РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ

Евдокимова О. В., Бабешко В. А., Бабешко О. М.

ABOUT THE PROBLEM OF THE INVISIBLE STRUCTURAL DESTRUCTION

Evdokimova O. V.[*], Babeshko V. A.[**], Babeshko O. M.[**]

[*] Southern Scientific Center RAS, Rostov-on-Don, 344006, Russia
[**] Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia
e-mail: babeshko41@mail.ru

Abstract. The theory of vibration-strength viruses and natural viruses, developed earlier by investigators, is used to study the possibility of invisible destruction of constructions with complex structure.The latter may happen under the fulfilment of conditions for localization of dynamic or static processes, produced by the above mentioned viruses, at the zone,where fragments of deformable structures are jointed. From the exampleof interaction of significantly rigid body, which is called stamp, and less solid (which has a layered medium, including an anisotropic medium), both of which are rigidly interconnected, we see, that the conditions for the localization of the process are in the zone of jointing stamp with layer. For this purpose the systems of integral equations of arising vector contact problems are studied. These conditions are formulated with terms of parameters, which describe stress-strain state.The study presents conditions, which allow formulating and controlling the degree of locationinvisibility. The study also identifies the parameters, which are used to describe the conditions of localization.

Keywords: localization, anomaly natural process, natural virus, boundary-value problems, differential equations integral equations

Разработанная ранее авторами теория вирусов вибропрочности и природных вирусов применяется для исследования возможности скрытого разрушения конструкций сложного строения. Последнее может произойти при выполнении условий локализации динамического или статического процессов, индуцированных названными вирусами, в зоне соединения фрагментов деформируемых конструкций. На примере взаимодействия достаточно жесткого тела, названного штампом, и менее твердого тела — слоистой среды, в том числе анизотропной, жестко соединенных между собой, находятся условия локализации процесса в зоне соединения штампа со слоем. Для этого исследуются системы интегральных уравнений, возникающих в пространственных контактных задачах. Эти условия формулируются в терминах параметров, описывающих напряженно-деформированное состояние. В работе приводятся условия, позволяющие обнаружить локализацию и управлять степенью ее скрытости, выявляють те параметры, с помощью которых описываются условия локализации.

1. Локализация статических и динамических процессов, описанная в работах [1, 2] показывает, что в областях соединения фрагментов конструкций могут происходить их скрытые разрушения, не проявляющиеся в доступных для наблюдения частях, то есть вне соединения.

Ниже приводятся некоторые примеры соединения упругого деформируемого слоя с

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru

Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета, заведующий лабораторией Южного федерального университета; e-mail: babeshko41@mail.ru

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru

Отдельные фрагменты работы выполнены при поддержке грантов РФФИ (14-08-00404, 13-01-12003-м, 13-01-96502, 13-01-96505, 13-01-96508, 13-01-96509, 15-01-01379, 15-08-01377), гранта Президента РФ НШ-1245.2014.1, Программы Президиума РАН № 3 и № 43.

жестким или почти недеформируемым штампом. В теории контактных задач возникают следующие уравнения о колебании такого штампа на поверхности слоя, описывающие соединение деформируемых тел с сильно разнящимися свойствами. Штамп может иметь такие механические модули, что по отношению к слою его можно считать недеформируемым телом. Подобная ситуация имеет место при взаимодействии реальных фундаментов с поверхностными грунтами. В случае симметричных колебаний слоя под воздействием штампа, занимающего область Ω, система интегральных уравнений задачи имеет вид [3]

$$K\varphi = \int\limits_{\Omega}\int \mathbf{k}\left(x_1-\xi_1, x_2-\xi_2\right) \times$$
$$\times\, \mathbf{q}\left(\xi_1,\xi_2\right) d\xi_1 d\xi_2 = \mathbf{g}\left(x_1,x_2\right), \quad (1)$$
$$(x_1,x_2)\in\Omega, \quad \mathbf{q}=\left\{q_1,q_2,q_3\right\},$$

$$k\left(x_1,x_2\right) =$$
$$= \frac{1}{4\pi^2}\int\int\limits_{-\infty}^{\infty} K\left(\alpha_1,\alpha_2\right) e^{-i\langle\boldsymbol{\alpha},\mathbf{x}\rangle} d\alpha_1 d\alpha_2,$$
$$\langle\boldsymbol{\alpha},\mathbf{x}\rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2.$$

Матрица-функция в векторном случае имеет вид

$$K = \begin{pmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & i\alpha_1 P \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} & i\alpha_2 P \\ -i\alpha_1 P & -i\alpha_2 P & K \end{pmatrix}. \quad (2)$$

$$\kappa_{11} = \alpha_1^2 M + \alpha_2^2 N, \quad \kappa_{22} = \alpha_1^2 N + \alpha_2^2 M,$$
$$\kappa_{12} = \kappa_{21} = \alpha_1\alpha_2(M-N),$$

$$M^+(u) \equiv M(u,\mathrm{sh},\mathrm{ch}) =$$
$$= \frac{-0{,}5\chi_2^2\sigma_2 \operatorname{ch}\sigma_1 \operatorname{ch}\sigma_2}{u^2\Delta^+(u)},$$

$$N^+(u) \equiv N(u,\mathrm{sh},\mathrm{ch}) = \frac{2\operatorname{cth}\sigma_2}{u^2\sigma_2},$$

$$P^+(u) \equiv P(u,\mathrm{sh},\mathrm{ch}) =$$
$$= \frac{\left(u^2-0{,}5\chi_2^2\right)\operatorname{sh}\sigma_2\operatorname{ch}\sigma_1 - \sigma_1\sigma_2\operatorname{sh}\sigma_1\operatorname{ch}\sigma_2}{\Delta^+(u)},$$

$$R^+(u) \equiv R(u,\mathrm{sh},\mathrm{ch}) =$$
$$= \frac{-0{,}5\chi_2^2\sigma_1\operatorname{sh}\sigma_1\operatorname{sh}\sigma_2}{\Delta^+(u)},$$

$$\Delta^+(u) \equiv \Delta(u,\mathrm{sh},\mathrm{ch}) =$$
$$= \left(u^2-0{,}5\chi_2^2\right)^2\operatorname{ch}\sigma_1\operatorname{sh}\sigma_2 -$$
$$- u^2\sigma_1\sigma_2\operatorname{sh}\sigma_1\operatorname{ch}\sigma_2,$$

$$\chi_1^2 = \rho(\lambda+2\mu)^{-1}\omega^2, \quad \chi_2^2 = \rho\mu^{-1}\omega^2,$$
$$\sigma_n = \sqrt{u^2-\chi_n^2}, \quad u = \sqrt{\alpha_1^2+\alpha_2^2},$$
$$n = 1,2.$$

В статическом случае матрица $\mathbf{K}$ этой же задачи имеет элементы вида

$$M^+(u) \equiv \frac{4(1-v)\operatorname{ch}^2 u}{u^3(\operatorname{sh}2u+2u)},$$
$$P^+(u) \equiv -\frac{(1-2v)\operatorname{sh}2u-2u}{u^2(\operatorname{sh}2u+2u)},$$
$$N^+(u) \equiv \frac{2\operatorname{ch}u}{u^3\operatorname{sh}u},$$
$$R^+(u) \equiv \frac{4(1-v)\operatorname{sh}^2 u}{u(\operatorname{sh}2u+2u)}.$$

Для антисимметричного случая в приведенных формулах следует заменить косинус на синус и наоборот, то есть

$$M^-(u) \equiv M(u,\mathrm{ch},\mathrm{sh}),$$
$$N^-(u) \equiv N(u,\mathrm{ch},\mathrm{sh}),$$
$$P^-(u) \equiv P(u,\mathrm{ch},\mathrm{sh}),$$
$$R^-(u) \equiv R(u,\mathrm{ch},\mathrm{sh}),$$
$$\Delta^-(u) \equiv \Delta(u,\mathrm{ch},\mathrm{sh}).$$

Для системы интегральных уравнений (1) введем обозначение преобразования Фурье в форме

$$\mathbf{F}(\alpha_1,\alpha_2)\mathbf{k}(x_1,x_2) =$$
$$= \iint\limits_{R^2} \mathbf{k}(x_1,x_2)e^{i\langle\alpha,x\rangle}dx_1dx_2 \equiv \mathbf{K}(\alpha_1,\alpha_2),$$

$$\mathbf{F}^{-1}(x_1,x_2)\mathbf{K}(\alpha_1,\alpha_2) =$$
$$= \frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{R^2} \mathbf{K}(\alpha_1,\alpha_2)e^{-i\langle\alpha,x\rangle}d\alpha_1d\alpha_2 \equiv$$
$$\equiv \mathbf{k}(x_1,x_2),$$

Рассмотрим матрицу-функцию более общую, чем в (2),

$$\mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2) = \{\mathbf{F}(\alpha_1, \alpha_2) k_{mr}(x_1, x_2)\}.$$

В результате систему (1) можно представить следующим образом:

$$\sum_{r=1}^{R} \iint_{\Omega} k_{mr}(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) \times \times q_r(\xi_1, \xi_2)\, d\xi_1 d\xi_2 = g_m(x_1, x_2), \quad (3)$$

$$x_1, x_2 \in \Omega, \quad m = 1, 2, \ldots, R.$$

Или в операторном виде

$$\mathcal{K}q \equiv \iint_{\delta_1 \delta_2} \mathbf{K}(\alpha) \mathbf{F}(\alpha_1, \alpha_2) \times \times \mathbf{q} \exp(-i\langle \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{x} \rangle) d\alpha = \mathbf{g}, \quad (4)$$

$$\mathbf{q} = \{q_r\}, \quad \mathbf{K} = \{K_{mr}\}, \quad \mathbf{g} = \{g_m\},$$

Заметим, что в этих обозначениях некоторые функции k_{mr} могут оставаться одинаковыми для разных r.

2. Система (3) рассматривается для более общего случая, чем (1), а именно для произвольной анизотропной многослойной упругой среды при наличии возможных термоэлектроупругих, магнитостатических, агрессивных химических и других воздействий.

Элементы матрицы-функции $\mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2)$ в общем случае являются аналитическими функциями. Они описываются отношением аналитических функций двух комплексных переменных. Для пакетов слоев — это отношение целых функций. В таком случае элементы являются мероморфными функциями.

Будем считать, что матрица-функция $\mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2)$ обладает при вещественных γ_k $(k = 1, 2)$ асимптотическим поведением вида

$$\mathbf{M}(\gamma_1, \gamma_2) = \mathbf{M}(\gamma_1) \gamma_2^{-1} [1 + O(\gamma_2^{-1})],$$

$$0 \leqslant \gamma_1 \leqslant 2\pi, \quad \gamma_2 \to \infty,$$

$$\begin{gathered} \alpha_1 = \gamma_2 \cos\gamma_1, \quad \alpha_2 = \gamma_2 \sin\gamma_1, \\ \mathbf{M}(\gamma_1, \gamma_2) = \mathbf{K}(\gamma_2 \cos\gamma_1, \gamma_2 \sin\gamma_1). \end{gathered} \quad (5)$$

Элементы матрицы-функции $\mathbf{M}(\gamma_1, \gamma_2)$ могут иметь при вещественных γ_k конечное число полюсов $\gamma_2 = \xi_m(\gamma_1)$, а ее определитель — конечное число нулей $\gamma_2 = z_n(\gamma_1)$ на вещественной оси. Полюсы обходятся контурами интегрирования σ_1, σ_2 по определенным правилам, описанным в [3]. Координаты векторов $\mathbf{q}$, $\mathbf{g}$ принадлежат пространствам $\mathbf{H}_s$.

Ниже, говоря об аппроксимации функций, содержащих на вещественной оси полюсы, понимаем приближение их произведением непрерывной функции и рациональной, содержащей эти полюсы [3].

Лемма 1. [3] Элементы матрицы-функции $\mathbf{M}(\gamma_1, \gamma_2)$ можно приблизить на вещественной оси мероморфными функциями с сохранением вещественных полюсов и асимптотического поведения (5). В условиях корректной разрешимости системы (3) в $\mathbf{H_s}$, система с приближенной матрицей также разрешима и погрешность приближения линейно зависит от погрешностей аппроксимаций на контурах интегрирования δ_1, δ_2.

Лемма 2. [3] Матрицу-функцию $\mathbf{M}(\gamma_1, \gamma_2)$ можно приближенно представить на вещественной оси в виде

$$\mathbf{M}(\gamma_1, \gamma_2) = \mathbf{M}_0(\gamma_1, \gamma_2)\, \mathbf{\Pi}(\gamma_1, \gamma_2)$$

Здесь матрица-функция $\mathbf{M}_0(\gamma_1, \gamma_2)$ имеет мероморфные элементы по параметру γ_2 Полюса ее элементов и нули определителя находятся вне некоторой полосы η, содержащей вещественную ось. Элементы матрицы-функции $\mathbf{\Pi}(\gamma_1, \gamma_2)$ являются рациональными функциями. Полюса ее элементов и нули ее определителя совпадают с полюсами соответствующих элементов и нулями определителя матрицы-функции $\mathbf{M}(\gamma_1, \gamma_2)$ в полосе η.

Пусть полиномы $p_1(\gamma_1, \gamma_2)$, $p_2(\gamma_1, \gamma_2)$ имеют нули $\gamma_2 = z_n(\gamma_1)$ и $\gamma_2 = \xi_m(\gamma_1)$ соответственно, допускающие разложения в ряды Фурье по координате γ_1.

Ради простоты ограничимся часто встречающимся случаем, когда полиномы имеют четный порядок, а нули обладают свойством парности вида

$$z_n^{\pm}(\gamma_1) = \sum_{s=-S}^{S} z_{n,2s+1} e^{i(2s+1)\gamma_1} \pm \pm \sum_{s=-S}^{S} z_{n,2s} e^{i2s\gamma_1},$$

$$\xi_n^{\pm}(\gamma_1) = \sum_{s=-S}^{S} \xi_{n,2s+1} e^{i(2s+1)\gamma_1} \pm \\ \pm \sum_{s=-S}^{S} \xi_{n,2s} e^{i2s\gamma_1}, \quad (6)$$

$$S \to \infty, \quad 0 \leqslant \gamma_1 \leqslant 2\pi.$$

Справедлива слудующая лемма.

Лемма 3. [3] Рациональная функция $p_1(\gamma_1, \gamma_2)/p_2(\gamma_1, \gamma_2)$ на вещественной оси допускает приближение рациональной функцией

$$p_1(\alpha_1, \alpha_2, S)/p_2(\alpha_1, \alpha_2, S),$$

в виде отношения полиномов двух комплексных переменных. Аппроксимирующие полиномы имеют, как минимум, столько же нулей, что и полиномы исходной функции, которые при $S \to \infty$ сливаются.

На основании лемм матрицу-функцию $\mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2)$ можно представить с учетом описанных аппроксимаций в виде

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0\mathbf{P}, \quad \mathbf{K}_0 = \{\mathbf{K}_{0pr}(\alpha_1, \alpha_2)\}, \\ \mathbf{P} = \left\{ \frac{p_{1rn}(\alpha_1, \alpha_2, S)}{p_{2rn}(\alpha_1, \alpha_2, S)} \right\}. \quad (7)$$

Введем в рассмотрение дифференциальное уравнение в частных производных, порождающее характеристический полином $p_{1mm}(\alpha_1, \alpha_2, S)$ порядка $2M$

$$-p_{1mm}(i\partial x_1, i\partial x_2, S) q_m(x_1, x_2) = 0, \quad (8)$$

$$m = 1, 2, \ldots, R, \quad (x_1, x_2) \in \Omega.$$

Поставим для него в пространстве $\mathbf{H_s}(\Omega)$ краевую задачу, сформулировав краевые условия для производных по внешней нормали к границе области, т.е.

$$\partial_n^{r-1} q_m(\mathbf{x}) = g_{mk}(\mathbf{x}), \quad (9)$$

$$\mathbf{x} \in \partial\Omega, \quad k = 1, 2, \ldots, M,$$

Решая краевую задачу методом блочного элемента [4–6], получим представление вида

$$p_{1mm}(\alpha_1, \alpha_2, S)\mathbf{Q}_m(\alpha_1, \alpha_2) = \\ = \int_{\partial\Omega} \theta_m \equiv \Theta_m. \quad (10)$$

Здесь θ_m — внешняя форма, порождаемая дифференциальным выражением (8), и введено обозначение

$$\varphi_m(\alpha_1, \alpha_2) = \iint_{\Omega} \varphi_m(\mathbf{x}) \exp i\langle \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{x} \rangle d\mathbf{x}.$$

Важно заметить, что в правой части (10) находятся подряд производные по внешней нормали к границе $\partial\Omega$ порядков до $2M-1$, включая нулевую, обозначенные g_{mk}, $k = 1, 2, \ldots, 2M$. Таким образом, решение краевой задачи при заданных g_{mk}, $k = 1, 2, \ldots, M$ сведено к определению M функций g_{mk}, $k = M+1, \ldots, 2M$. Строя решение краевой задачи, выразим последние функции через первую группу функций, считающихся известными.

Будем далее считать, что для оператора $\boldsymbol{\mathcal{K}}_0$

$$\boldsymbol{\mathcal{K}}_0 q \equiv \iint_{\delta_1\delta_2} \mathbf{K}_0(\boldsymbol{\alpha})\mathbf{F}(\boldsymbol{\alpha}) \times \\ \times q \exp(-i\langle \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{x} \rangle) d\boldsymbol{\alpha} \quad (11)$$

построен обратный оператор $\boldsymbol{\mathcal{K}}_0^{-1}$. Различные приемы их построения имеются, например, в [3, 7] и др.

В соответствии с введенной топологией краевые задачи (8), (9) рассматриваются на двумерных ориентируемых многообразиях Ω с ориентируемыми границами $\partial\Omega$. Области Ω располагаются слева от границы $\partial\Omega$. При факторизации они обозначаются знаком плюс, а расположенные справа от $\partial\Omega$ — знаком минус. Области Ω могут быть ограниченными, неограниченными, многосвязными с гладкими границами, в том числе уходящими на бесконечность. Будем использовать введенное в работах [3–6] понятие факторизации функций относительно областей применительно к краевым задачам. Не останавливаемся на выборе и применении конкретного вида факторизации — классической или обобщенной, отсылая по всем этим вопросам к [3–6]. Таким образом, факторизацию, сопровождающуюся построением классов функций с носителем в Ω или вне ее, в дальнейшем будем обозначать соответственно в виде

$$\{\mathbf{g}(\mathbf{x})\}^{\pm}_{\Omega}, \quad \{\mathbf{G}(\boldsymbol{\alpha})\}^{\pm}_{\Omega}.$$

Компоненту вектора под номером m обозначаем $(\,)_m$.

Для точного или приближенного, в случае аппроксимации, решений системы интегральных уравнений (3) справедлива следующая теорема

Теорема 1. Решение системы интегральных уравнений (1) имеет вид

$$q_m(\mathbf{x}) = p_m(\mathbf{x}) + \varphi_m(\mathbf{x}),$$

$$m = 1, 2, \ldots, R,$$

$$p_m(x) = \mathbf{F}^{-1}\Pi^{-1}\times \times \left\{ \left\{ \sum_{r=1}^{R} \frac{p_{1mr}\Theta_r}{p_{2mr}p_{1rr}} \right\}_{\Omega}^{+} + (\mathbf{K}_0^{-\mathbf{1}} f)_m \right\}, \quad (12)$$

$$\varphi_m(x) = \left\{ \mathbf{F}^{-1} p_{1mm}^{-1}(\alpha_1, \alpha_2, S) \int_{\partial\Omega} \theta_m \right\}_{\Omega}^{+},$$

$$\left\{ \mathbf{F}^{-1} p_{1mm}^{-1}(\alpha_1, \alpha_2, S) \int_{\partial\Omega} \theta_m \right\}_{\Omega}^{-} = 0,$$

$$\left\{ \mathbf{F}^{-1}\Pi^{-1} \left\{ \left\{ \sum_{r=1}^{R} \frac{p_{1mr}\Theta_r}{p_{2mr}p_{1rr}} \right\}_{\Omega}^{+} + (\mathbf{K}_\mathbf{0}^{-\mathbf{1}} f)_m \right\} \right\}_{\Omega}^{-} = 0. \quad (13)$$

Последние два соотношения представляют системы одномерных интегральных уравнений, нормально разрешимых. Они служат для определения неизвестных граничных функций $g_{km}(\mathbf{x})$, $k = 1, 2, \ldots, 2M$; $m = 1, 2, \ldots, R$.. Их количество совпадает с числом неизвестных. Их регуляризация — запись в виде интегральных уравнений второго рода осуществляется так же, как и в [3–6].

Полученный результат уже без труда позволяет сформулировать условия локализации процесса под штампом как в динамическом, так и в статическом случаях. А именно, если ставится условие убывания перемещений вне штампа по закону

$$O(\exp\left[-\left|\operatorname{Im}\zeta_{n+1}(R_0-\rho)\right|\right],$$

$$R_0 \notin \Omega, \quad \rho \in \Omega, \quad R_0 - \rho \gg 1,$$

то для достижения этого требования достаточно выполнения условий

$$\mathbf{F}(z_n\cos\gamma_1, z_n\sin\gamma_1)\mathrm{P}_\Omega\mathbf{K}_0^{-1}(x_1, x_2)\mathbf{g} = 0,$$

$$z_n(\gamma_1) \to \infty.$$

Здесь P_Ω — проектор на область Ω. Таким образом, действительно возможна ситуация, когда напряжения под штампами могут иметь локализованные экстремальные значения, а в случае статических задач — знакопеременные, способные разрушить основание, в то время как на поверхности вне штампа эти события никак не проявляются.

Литература

1. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* О «вирусной» теории некоторых аномальных природных явлений // ДАН. 2012. Т. 447. № 1. С. 33–37.
2. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* «Вирусная теория» некоторых природных аномалий // ДАН. 2012. Т. 447. № 6. С. 624–628.
3. *Ворович И.И., Бабешко В.А.* Динамические смешанные задачи теории упругости в неограниченных областях. М.: Наука, 1979. 320 с.
4. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* О блочных элементах в приложениях // Физическая мезомеханика. 2012. Т. 15. № 1. С. 95–103.
5. *Бабешко В.А., Бабешко О.М., Евдокимова О.В.* Об интегральном и дифференциальном методах факторизации // ДАН. 2006. Т. 410. № 2. С. 168–172.
6. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Дифференциальный метод факторизации в блочных структурах и нано структурах // ДАН. 2007. Т. 415. № 5. С. 596–599.
7. *Ворович И.И., Александров В.М., Бабешко В.А.* Неклассические смешанные задачи теории упругости. М.: Наука, 1974. 456 с.

References

1. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. O “virusnoy” teorii nekotorykh anomal’nykh prirodnykh yavleniy [About the “viral” theory of some abnormal natural phenomena]. *Doklady Akademii Nauk* [Rep. of the RAS], 2012, vol. 447, no. 1, pp. 33–37. (In Russian)
2. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. “Virusnaya teoriya” nekotorykh prirodnykh anomaliy [“Viral theory” of some natural anomalies]. *Doklady Akademii Nauk* [Rep. of the RAS], 2012, vol. 447, no. 6, pp. 624–628. (In Russian)

3. Vorovich I.I., Babeshko V.A. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti v neogranichennykh oblastyakh* [Dynamic mixed problem of elasticity theory in unbounded domains]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 320 p. (In Russian)
4. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. O blochnykh elementakh v prilozheniyakh [About block elements in apps]. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical mesomechanics], 2012, vol. 15, no. 1, pp. 95–103. (In Russian)
5. Babeshko V.A., Babeshko O.M., Evdokimova O.V. Ob integral'nom i differentsial'nom metodakh faktorizatsii [About integral and differential factorization methods]. *Doklady Akademii Nauk* [Rep. of the RAS], 2006, vol. 410, vol. 2, pp. 168–172. (In Russian)
6. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Differentsial'nyy metod faktorizatsii v blochnykh strukturakh i nano strukturakh [Differential method of factorization in block-structures and nano structures]. *Doklady Akademii Nauk* [Rep. of the RAS], 2007, vol. 415, no. 5, pp. 596–599. (In Russian)
7. Vorovich I.I., Aleksandrov V.M., Babeshko V.A. *Neklassicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti* [Non-classical mixed problem of elasticity theory]. Moscow, Nauka Publ., 1974, 456 p. (In Russian)

Статья поступила 18 сентября 2015 г.