УДК 534.231

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ШИРОКОПОЛОСНОГО ИМПУЛЬСА В ГИДРОАКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ МЕЛКОГО МОРЯ С ПОГЛОЩАЮЩИМ ДНОМ

Ластовенко О. Р., Лисютин В. А., Маленко Ж. В., Ярошенко А. А.

THE ASYMPTOTIC SOLUTION FOR BROADBAND PULSE IN HYDROACOUSTIC WAVEGUIDE SHALLOW SEA WITH AN LOSSES BOTTOM

Lastovenko O. R., Lisyutin V. A., Malenko Zh. V., Yaroshenko A. A.

Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russia
e-mail: yaroshenko@optima.com.ua

Abstract. The calculation of the response of the waveguide on a pulse signal is one of the challenges of acoustics shallow sea. In the case of a waveguide with an losses bottom the character of dispersion of the group velocity of normal modes becomes more complicated compared to the waveguide without lossless bottom. In the article the impulse responses of individual modes in a hydroacoustic Pekeris waveguide with an losses bottom are calculated by the method of stationary phase. The impulse response of the normal mode are represented as the inverse Fourier transform from the separate mode acoustic field calculated in a broadband frequencies. Dispersion relation is solved numerically by the method of Newton–Raphson. The inverse Fourier integral is calculated using the method of stationary phase. As a result, temporal implementation of a pulsed field is represented as a sum of three waves – ground wave, water wave and Airy wave. When calculating the Airy wave corresponding to the frequency dependence extremum of the group velocity of mode uses the decomposition to the fourth term of the series. The conditions for the applicability of the method of stationary phase for the waveguide with an absorbing bottom are specified. It is shown that the use of the method of stationary phase to compute an impulse response of the waveguide requires the application of additional condition of the waves coupling to getting unbroken and smooth implementation of the signal. It is shown that the conditions for the application of the method of stationary phase is improved by increasing the distance between the source and the receiver.

Keywords: hydroacoustic waveguide, normal mode, wavenumber, impulse response

К настоящему времени вследствие необходимости освоения природных ресурсов шельфовой части морей «центр приложения интересов» в акустике океана постепенно сместился из глубоководных районов в область мелкого моря. Одной из сложных проблем акустики мелкого моря является расчет полей, создаваемых импульсными источниками. Анализ пространственно-временной структуры импульсных полей дает возможность решения методом согласованного поля обратных задач — определения акустических и физических характеристик водного слоя и дна. Информация о среде заключена в конкретном характере дисперсионных искажений сигналов, возникающих вследствие различной зависимости групповых скоростей мод от частоты. Дисперсионные искажения особенно проявляются для сигналов с широким спектром, поскольку сказывается влияние не только многомодового характера распространения, но и внутримодовой дисперсии, поэтому широкополосные сигналы оказываются и наиболее информативными [1–3].

С точки зрения временной структуры импульсного отклика волноводу мелкого мо-

Ластовенко Ольга Ростиславовна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики Севастопольского государственного университета; e-mail: vlisiutin@mail.ru

Лисютин Виктор Александрович, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики Севастопольского государственного университета; e-mail: vlisiutin@mail.ru

Маленко Жанна Владимировна, аспирант кафедры высшей математики Севастопольского государственного университета; e-mail: zhann20@mail.ru

Ярошенко Александр Александрович, д-р физ.-мат. наук, профессор, начальник кафедры фундаментальных дисциплин Крымского филиала в г. Севастополь Государственного морского университета им. адм. Ф. Ф. Ушакова, профессор кафедры высшей математики Севастопольского государственного университета; e-mail: yaroshenko@optima.com.ua

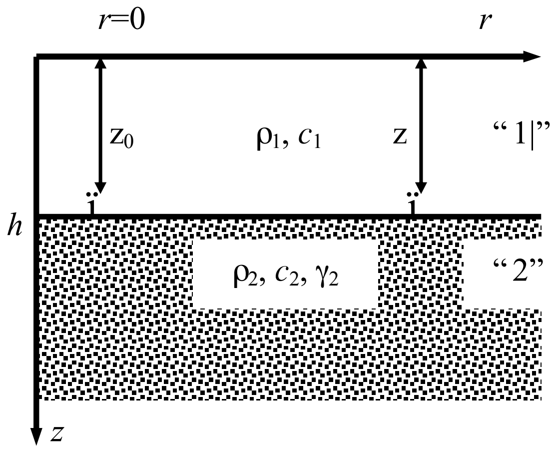


Рис. 1. Схема волновода Пекериса

ря соответствует закон дисперсии, когда моды с меньшими номерами распространяются с большими групповыми скоростями [1, 2]. Классической, широко используемой и в настоящее время моделью волновода мелкого моря является волновод Пекериса [2, 4, 5].

Решение для отклика волновода мелкого моря на широкополосный импульс впервые было получено К. Пекерисом с помощью метода стационарной фазы [4]. Пекерис не учитывал поглощение звука в дне. Однако наличие поглощения приводит не только к дополнительному ослаблению звука, но и существенно меняет дисперсионные свойства волновода [6–8].

Еще в 60-х годах прошлого века Ди Наполи для моделирования распространения сигналов предложил метод свертки сигнала с импульсной характеристикой волновода [9]. Импульсная характеристика (ИХ) волновода может быть восстановлена как обратное преобразование Фурье от акустического поля, вычисленного в широком диапазоне частот (комплексного коэффициента передачи). Поскольку свертка осуществляется во временной области, не требуется преобразование Фурье сигнала и возможно восстановление откликов на произвольный сигнал неограниченной длительности и с быстро меняющимся спектром [9–11].

1. Постановка задачи

Модель волновода Пекериса состоит из областей «1» и «2»: водного слоя глубиной h и полупространства с плотностями $\rho_{1,2}$ и скоростями звука $c_{1,2}$. Глубина z_0, z источника и приемника отсчитывается от поверхности, расстояние между ними — r (рис. 1).

Импульсную характеристику (ИХ) волновода восстановим как обратное преобразование Фурье акустического поля, представленного в виде суммы нормальных волн [12, 13]

$$h(i,t) = \\ = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty S(\omega)\sum_{l=1}^{\infty} H_l(r,z)\exp(-i\omega t)d\omega, \quad (1.1)$$

где $h(i,t)$ — комплексный аналитический сигнал ИХ, $H_l(r,z)$ — поле отдельной моды, $S(\omega)$ — постоянная и вещественная функция спектра ИХ [7], l — номер моды.

Запишем поле нормальной волны в виде [6]

$$H_l(r,z) = 2\pi i A_l \Psi(z,b_{1l}) H_0^{(1)}(\xi_l r), \qquad (1.2)$$

где A_l — коэффициенты возбуждения мод, $\Psi(z,b_{1l})$ —функции вертикального профиля моды, b_{1l} — вертикальное и ξ_l — горизонтальное волновые числа. В выражении (1.2) A_l и $\Psi(z,b_{1l})$ — функции непериодические и слабо зависящие от частоты, а $H_0^{(1)}(\xi_l r)$ — функция Ханкеля.

Заменяя функцию Ханкеля в (1.2) первым членом ее асимптотического разложения, подставляя (1.2) в (1.1), изменяя порядок суммирования и интегрирования, вынося медленно меняющиеся в зависимости от частоты сомножители за знак интеграла [12] и полагая $S_l(\omega) = 2^{-3/2}\pi^{1/2}$, получаем ИХ (1.1) волновода в виде

$$h(i,t)=\sum_{l=1}^{\infty}h_l(i,t)=$$
$$=\sqrt{\frac{1}{r}}\exp(i\frac{\pi}{4})\sum_{l=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{\xi_l(\omega(t))}}\times$$
$$\times A_l(\omega(t))\times$$
$$\times\Psi(z,b_{1l}(\omega(t)))\exp(-\beta_l(\omega(t))r)\times$$
$$\times\int\limits_0^{\infty}\exp(-i(\omega t-\zeta_l r))d\omega,\quad(1.3)$$

где ζ_l, β_l — действительная и мнимая части горизонтального волнового числа ξ_l.

Следует отметить, что функции частоты A_l, ξ_l, b_l, β_l в (1.3) являются неявными функциями времени, поскольку момент вступления частоты ω определяется дисперсией групповой скорости моды.

Обозначая в (1.3) $Q_l=\frac{A_l\Psi_l(z,b_{1l})}{\sqrt{\xi_l}}$, решение для вещественной импульсной характеристики отдельной моды сводим к вычислению выражения

$$h_l(t)=\frac{\exp(-\beta_l r)}{\sqrt{r}}\times$$
$$\times\mathrm{Re}\left[\exp\left(\frac{i\pi}{4}\right)Q_l\int\limits_0^{\infty}\exp(-i(\omega t-\zeta_l r))d\omega\right].\quad(1.4)$$

Интеграл в (1.4) обозначим J и будем искать его решение методом стационарной фазы [4, 12, 13].

2. Дисперсионное уравнение и его решение

Временной ход частоты $\omega(t)$ в реализации ИХ определяется дисперсией групповой скорости $u_l(f)$, которая для волновода с поглощением имеет существенные отличия от классических, рассчитанных Пекерисом [4]. Поэтому, перед тем как приступить к нахождению интеграла J, следует рассчитать групповые скорости мод и производные горизонтального волнового числа.

Дисперсионное уравнение для волновода Пекериса имеет следующий вид [1, 4, 12, 14]:

$$tg(b_1h)=i\frac{mb_1}{b_2},\quad(2.1)$$

где b_1, b_2 — вертикальное волновое число в водном слое и полупространстве, $m=\rho_2/\rho_1$.

Для поиска комплексных волновых чисел выразим в уравнении (2.1) b_2 через b_1 с помощью формулы $b_{2l}=\sqrt{k_2^2-\xi_l^2}$ и представим (2.1) следующим образом:

$$F(hb_{1l})=hb_{1l}-(l-1/2)\pi-$$
$$-\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{k_1^2-k_2^2-b_{1l}^2}}{mb_{1l}}=0.\quad(2.2)$$

Уравнение (2.2) решалось итерационным методом Ньютона–Рафсона [14, 15], для этого была найдена производная в явном виде

$$\frac{dF}{db_1}=h+\frac{1}{b_1(1+\Theta^2)}\left\{\Theta+\frac{1}{m^2\Theta}\right\},$$

$$\Theta=\frac{\sqrt{k_1^2-k_2^2-b_1^2}}{m^2b_1}.$$

Начальное приближение корня $(l-0{,}5)\pi/h$, невязка $|F(hb_1)|<10^{-8}$. Волновое число в полупространстве задавалось в виде

$$k_2=\frac{2\pi f}{c_2}(1-i\gamma_2),$$

где γ_2 — тангенс угла потерь. Горизонтальные волновые числа мод определялись из формулы связи $\xi_l=\sqrt{k_1^2-b_{1l}^2}$, критические частоты — из условия $\mathrm{Im}(b_{2l}(\omega>\omega_{\text{кр}}))<0$ [14].

Производные от вещественной части горизонтального волнового числа и групповые скорости мод рассчитывались численно по следующим формулам

$$\frac{d\zeta_l}{d\omega}\equiv\dot{\zeta}_l\approx\frac{1}{2\pi}\frac{\Delta\zeta_l}{\Delta f},\quad u_l=(\dot{\zeta}_l)^{-1},$$

$$\frac{d^2\zeta_l}{d\omega^2}\equiv\ddot{\zeta}_l\approx\frac{1}{2\pi}\frac{\Delta\dot{\zeta}_l}{\Delta f},\quad\frac{d^3\zeta_l}{d\omega^3}\equiv\dddot{\zeta}_l\approx\frac{1}{2\pi}\frac{\Delta\ddot{\zeta}_l}{\Delta f},$$
$$\frac{d^4\zeta_l}{d\omega^4}\equiv\ddddot{\zeta}_l\approx\frac{1}{2\pi}\frac{\Delta\dddot{\zeta}_l}{\Delta f}.$$

Частотные зависимости групповой скорости для первых пяти мод (с 1-й по 5-ю, слева направо) показаны на рис. 2. Физические параметры сред: $h=20$ м, $c_1=1\,500$ м/с, $c_2=2\,000$ м/с, $\rho_1=1\,033$ кг/м^3, $\rho_2=2\,000$ кг/м^3, $\gamma_2=0{,}01$ и 0,03.

Из рис. 2 видно, что кривые $u_l(f)$ для поглощающего волновода можно подразделить

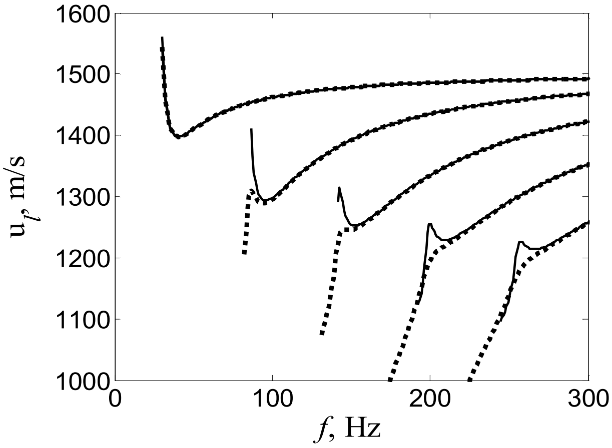


Рис. 2. Частотные зависимости групповой скорости, 1–5 моды. (—–) — $\gamma_2 = 0{,}01$, $(\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot)$ — $\gamma_2 = 0{,}03$

на три вида. Первый — классического, с одним экстремумом (минимум) и двумя ветвями дисперсии групповой скорости. Второй — с двумя экстремумами (минимум и максимум) и тремя участками дисперсии скорости. Третий — без экстремумов, характер дисперсии упрощенный, аналогичный идеальному волноводу.

3. Решение для импульсной характеристики

Главная часть интеграла J получается за счет областей в окрестности точек стационарной фазы $\omega = \omega_s$, определяемых из уравнения $\frac{d\varphi}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_s} \equiv \dot{\varphi} = 0$, где $\varphi = \omega t - \zeta_l r$ — фаза экспоненты в (1.4). Полагая в окрестности точки стационарной фазы $\omega = \omega_s + w$, w — малое приращение частоты, разложим φ по степеням w (индекс l номера моды ниже записывать не будем)

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_s) - \frac{1}{2!} r\ddot{\zeta}(\omega_s) w^2 - \frac{1}{3!} r\dddot{\zeta}(\omega_s) w^3 \ldots .$$

Нижний предел интегрирования в J можно расширить до $-\infty$, поскольку в интеграле по w будут существенны лишь малые w (путь интегрирования проходит через точку ω_s, а не начинается в ней) [12]. Таким образом,

$$J = \exp\left[-i(\zeta(\omega_s) r - \omega_s t)\right] \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp i\Big[\frac{1}{2} r\ddot{\zeta}(\omega_s) w^2 + \\ + \frac{1}{6} r\dddot{\zeta}(\omega_s) w^3 + \ldots\Big] dw. \quad (3.1)$$

Обозначим интеграл в (3.1) как J^*. Известно [4, 12, 13], что

$$J^* \approx \sqrt{\frac{2\pi}{r|\ddot{\zeta}(\omega_s)|}} \exp\left[i \operatorname{sign}(\ddot{\zeta}(\omega_s)) \frac{\pi}{4}\right] \times \\ \times \left\{1 - i\left[-\frac{5(\dddot{\zeta}(\omega_s))^2}{24 r(\ddot{\zeta}(\omega_s))^3} + \\ + \frac{\ddddot{\zeta}(\omega_s)}{8 r(\ddot{\zeta}(\omega_s))^2}\right] + o\left(\frac{1}{r^2}\right)\right\}. \quad (3.2)$$

Случай $\ddot{\zeta} > 0$ (где $\operatorname{sign}(\ddot{\zeta}) = 1$) реализуется на ветви дисперсионной кривой, соответствующей грунтовой волне, случай $\ddot{\zeta} < 0$ (где $\operatorname{sign}(\ddot{\zeta}) = -1$) — на ветви, соответствующей водной волне.

Окрестности точек экстремумов $u(f)$, где $\ddot{\zeta} = 0$ требуют дополнительного исследования методом Эйри.

Частоту минимума групповой скорости обозначим ω_{Ai}, а значения всех переменных на данной частоте будем записывать с индексом «Ai». В интеграле J, входящем в (1.4), положим $\omega = \omega_{Ai} + w$ и снова разложим фазу $\varphi = \omega t\text{-}\xi_l r$ в ряд по степеням w, но уже в окрестности частоты ω_{Ai}

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_{Ai}) + a_1 w + a_3 w^3 + a_4 w^4 + \ldots,$$

где

$$a_1 = t - r\dot{\zeta}_{Ai} = t - r/u_{Ai},$$

$$a_3 = -r\dddot{\zeta}_{Ai}/6 > 0, \quad a_4 = -r\ddddot{\zeta}_{Ai}/24.$$

Заметим, что производные от ζ здесь вычисляются только на частоте ω_{Ai}, и не зависят от времени.

Учитывая, что от интеграла J должна быть взята только вещественная часть, получим, что

$$J = \int_0^\infty \cos(\varphi(\omega))d\omega \approx \int_{-\infty}^\infty \cos\Big[(\omega_{Ai}t - \zeta_{Ai}r) + \\ + a_1 w + a_3 w^3 + a_4 w^4\Big]dw. \quad (3.3)$$

Обозначим последний интеграл в (3.3) как Int. Тогда

$$J \approx Int = Int_1 + Int_2, \quad (3.4)$$

где

$$Int_1 = 2\cos(\omega_{Ai}t - \zeta_{Ai}r)\times \\ \times \int_0^\infty \cos(a_1 w + a_3 w^3)\cos(a_4 w^4)dw,$$

$$Int_2 = -2\sin(\omega_{Ai}t - \zeta_{Ai}r)\times \\ \times \int_0^\infty \cos(a_1 w + a_3 w^3)\sin(a_4 w^4)dw.$$

Здесь нечетные по отношению к w функции при интегрировании от $-\infty$ до $+\infty$ дали нуль, а интеграл от четных функций заменен на удвоенный от 0 до ∞. Учитывая малость аргумента в последнем косинусе в Int_1, полагаем его равным единице. Тогда Int_1 определяется приближенно [4, 12]

$$Int_1 \approx 2\cos(\omega_m t - \zeta_m r)T(a_1, a_3), \quad (3.5)$$

где

$$T(a_1, a_3) \equiv \int_0^\infty \cos(a_1 w + a_3 w^3) = \\ = \pi|3a_3|^{-1/3} Ai(a_1|3a_3|^{-1/3}),$$

Ai — функция Эйри. Полагая во втором интеграле в (3.4) $\sin(a_4 w^4) \approx a_4 w^4$, нетрудно убедиться, что его можно представить в виде [4]

$$Int_2 \approx 2\sin(\omega_m t - \zeta_m r)a_4 \frac{\partial^2 T}{\partial a_1 \partial a_3}. \quad (3.6)$$

Учитывая малость a_4, второе слагаемое в (3.4) можно рассматривать как поправочное. Вычисляя смешанные производные, после преобразований получаем

$$\frac{\partial^2 T}{\partial a_1 \partial a_3} = \frac{1}{3|a_3|^{5/3}}\times \\ \times \left[\frac{a_1^2}{3a_3^{2/3}} Ai(a_1|3a_3|^{-1/3}) + \\ + 2Ai'(a_1|3a_3|^{-1/3})\right], \quad (3.7)$$

где Ai' — производная от функции Эйри.

4. Результаты расчетов

Выражение, обозначенное в (1.4) Q_l, для волновода Пекериса имеет следующий вид [4, 12]

$$Q_l = \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{\xi_l}}\times \\ \times \big(\exp(-\beta_l r)b_{1l}\sin(b_{1l}z)\sin(b_{1l}z_0)\big)\times \\ \times \big(b_{1l}h - \sin(b_{1l}h)\cos(b_{1l}h) - \\ - m^{-2}\sin^2(b_{1l}h)\,\mathrm{tg}(b_{1l}h)\big)^{-1}. \quad (4.1)$$

Запишем расчетные выражения для фрагментов ИХ, соответствующих участкам дисперсионных кривых между точками, где $\omega = \omega_{\text{кр}}$, $\ddot{\zeta} = 0$ и $\omega \to \omega_{max}$. Обозначим выражение, заключенное в фигурные скобки в (3.2) (без $o(1/r^2)$), как $S = \{\}$. Подставляя (3.2) в (3.1), затем в (1.4) и отделяя вещественную часть, получаем

$$h_l(t) = \frac{\exp(-\beta(\omega_s)r)}{r\sqrt{|\ddot{\zeta}(\omega_s)|}}|Q_l(\omega_s)||S|\times \\ \times \cos\Big[\omega_s t - r\zeta(\omega_s) + \arg(S) + \arg(Q_l) + \\ + \frac{\pi}{4}\,\mathrm{sign}(\ddot{\zeta}(\omega_s)) - \frac{\pi}{4}\Big]. \quad (4.2)$$

Определим функцию, характеризующую границы применимости разложения (3.2). Выражение (4.2) справедливо, пока сумма второго и третьего членов (величина, заключенная в квадратных скобках внутри фигурных) в разложении (3.2) много меньше единицы [4, 12]. Обозначая $E_1(\omega(t)) = |1 - S|$, потребуем выполнения условия $E_1 \ll 1$.

Запишем расчетные выражения для волны Эйри. Подставляя (3.7) в (3.6), (3.6) и (3.5) в (3.4) и заменяя a_1, a_3, a_4 соответствующими выражениями, получаем

$$h_l(t) = \frac{\exp(-\beta_{Ai} r)}{r^{5/6}} |Q_l(\omega_{Ai})| \frac{\pi 2^{4/3}}{|\dddot{\zeta}_{Ai}|^{1/3}} \times$$
$$\times \left\{ \cos\left(\omega_{Ai} t - r\zeta_{Ai} + \arg(Q_l) - \frac{\pi}{4}\right) \times \right.$$
$$\times Ai\left(\frac{t - r\dot{\zeta}_{Ai}}{(r|\dddot{\zeta}_{Ai}|/2)^{1/3}}\right) + K \sin\Big(\omega_{Ai} t - r\zeta_{Ai} +$$
$$\left. + \arg\Big(Q_l(\omega_{Ai})\Big) - \frac{\pi}{4}\Big) \right\}, \quad (4.3)$$

где

$$K = -\frac{1}{2^{1/3}} \frac{1}{r^{1/3}} \frac{\ddddot{\zeta}_{Ai}}{|\dddot{\zeta}_{Ai}|^{4/3}} \left(\frac{(t - r\dot{\zeta}_{Ai})^2}{6^{2/3}(r|\dddot{\zeta}_{Ai}|)^{2/3}} \times \right.$$
$$\times Ai\left(\frac{t - r\dot{\zeta}_{Ai}}{(r|\dddot{\zeta}_{Ai}|/2)^{1/3}}\right) +$$
$$\left. + \frac{1}{6^{1/3}} Ai'\left(\frac{t - r\dot{\zeta}_{Ai}}{(r|\dddot{\zeta}_{Ai}|/2)^{1/3}}\right)\right).$$

Коэффициенты в (4.3) соответствуют функции Эйри, вычисляемой пакетом «MATLAB».

Использование в (3.3) членов вплоть до 4-го порядка позволяет расширить временной интервал, на протяжении которого применяется (3.3), в сторону опережения кинематического момента вступления волны Эйри $t_{Ai} = r/u_{Ai} = r\dot{\zeta}_{Ai}$ на некоторую величину τ_-. Опережающая τ_- и отстающая τ_+ границы интервала времени $t_{Ai} - \tau_- < t < t_{Ai} + \tau_+$ должны быть оценены раздельно. Опережающая граница τ_- должна соответствовать аргументу функции Эйри, при котором она принимает максимальное значение. Следовательно

$$\tau_- = (r|\dddot{\zeta}_{Ai}|/2)^{1/3}. \quad (4.4)$$

Величина отстающей τ_+ границы интервала может быть оценена как $\tau_+ = t - t_{Ai}$, где t — максимальное значение аргумента функции Эйри в (4.3), при котором можно ограничиться только первым слагаемым в (3.4). Обозначим

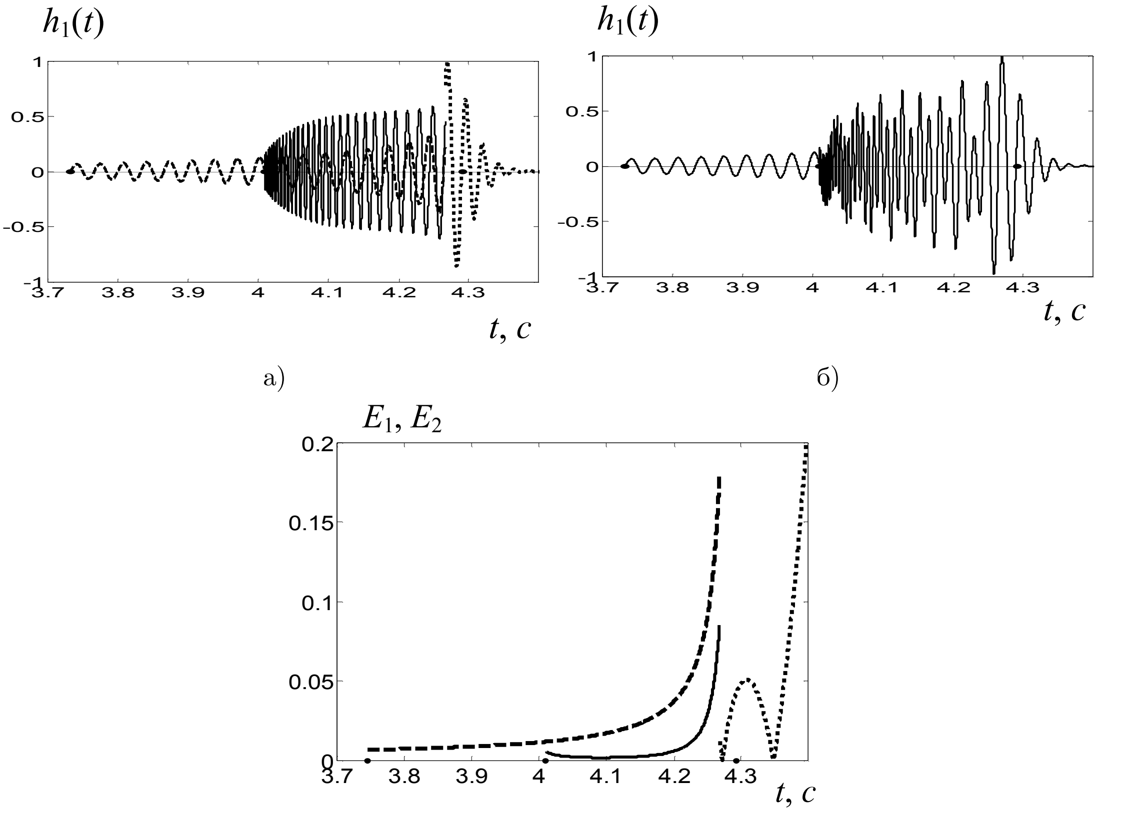
$$E_2 = K \Big/ Ai\left(\frac{t - r\dot{\zeta}_{Ai}}{(r|\dddot{\zeta}_{Ai}|/2)^{1/3}}\right). \quad (4.5)$$

Если $E_2 \ll 1$, то в выражении, заключенном в (4.3) в фигурные скобки, можно ограничиться только первым слагаемым, что соответствует пренебрежением четвертым членом разложения в (3.3).

На рис. 3а, 3б — реализации грунтовой, водной волн и волны Эйри по раздельности, а также сумма волн — ИХ первой моды, рассчитанные для волновода без поглощения. Точками на оси времени последовательно обозначены: момент вступления грунтовой волны ($r/u(f_{\text{кр}})$), водной волны (r/u (f = 500 Гц)), волны Эйри (t_{Ai}). Расстояние между источником импульса и приемником $r = 4 \times 1\,500$ м. Поскольку при расчете максимальная частота технически ограничена 500 Гц, момент вступления водной волны оказывается несколько позже кинематического ($r/c_1 = 4$ с). Все ИХ здесь и ниже нормированы на максимум амплитуды. Момент «переключения» с метода стационарной фазы на метод Эйри в точности соответствует $t_{Ai} - \tau_-$ (максимум функции Эйри), при этом для грунтовой волны $E_1 \approx 0{,}18$ (рис. 2в, штриховая). Вследствие резкого возрастания E_1, при более позднем переключении отклонение закона изменения амплитуды грунтовой и водной волн от гармонических становятся уже заметными. Следует обратить внимание и на рост E_1 (рис. 3в, сплошная) для водной волны при приближении к ее кинематическому моменту вступления (возрастании частоты). Из последнего вытекает существование максимальной частоты, выше которой метод стационарной фазы будет неприменим.

Для волны Эйри изменение E_2 (рис. 3в, точки) немонотонно. Второй минимум ($E_2 = 0$) соответствует частоте, где $\zeta'''' = 0$. К этому времени волна Эйри практически затухает (для первой моды) даже в волноводе без поглощения.

На рис. 4 показаны реализации ИХ волновода с учетом поглощения и временной ход коэффициента поглощения $\alpha_1 = 8{,}69\,\mathrm{Im}(\xi_1)$ для грунтовой и водной волн. Коэффициент поглощения для грунтовой волны максимален в момент ее вступления (критическая частота) и уменьшается с течением времени. Для водной волны в момент вступления, коэффициент поглощения, наоборот, минимален и возрастает. В фазе Эйри две кривые сливаются, поскольку частота процесса становится постоянной. На реализации ИХ первой моды поглощающего волновода максимум амплитуды смещается из фазы Эйри в область интерференции грунтовой и водной волн (рис. 3б и рис. 4).



а) б)

в)

Рис. 3. *а* — реализации ИХ, раздельно грунтовая (– – –), водная (——) и волна Эйри (· · · · ·), поглощения нет; *б* — реализация ИХ, сумма волн, поглощения нет; *в* — величины, характеризующие ошибки приближений

Рассмотрим теперь импульсные характеристики третьей моды с упрощенным характером дисперсии групповой скорости (рис. 5). Расстояние между приемником и источником $r = 1\,500$ м, $\gamma = 0{,}03$, максимальная расчетная частота 5 кГц. Поскольку нет групповых скоростей $u_3 > c_1$ (рис. 2), возникает только водная волна. Резкий спад амплитуды волнового процесса происходит вследствие возрастания коэффициента поглощения α_3 и совпадает с уменьшением du_3/df («полка» на графике u_3 на рис. 2).

Синхронно возрастает и E_1, приближаясь к единице, а на реализации становятся заметны отклонения от гармонического закона (велики нелинейные искажения процесса). В этом диапазоне метод стационарной фазы уже следует считать «ограниченно применимым». Второй всплеск E_1 возникает также из-за уменьшения du_3/df при приближении к критической частоте.

Частотные зависимости групповой скорости второй моды имеют самый сложный вид (рис. 2), с двумя экстремумами. Расстояние $r = 1\,500$ м, $\gamma_2 = 0{,}03$. Правая часть кривой соответствует водной волне, два экстремума порождают две волны Эйри, участки между двумя экстремумами и левее максимума — значительно ослабленные волны типа грунтовой и водной соответственно. Расчет последних двух волн методом стационарной фазы технически невозможен, поскольку величина E_1 оказывается много больше единицы, а поглощение их велико. На рис. 6 показаны реализации ИХ, раздельно водная и волны Эйри, а также сумма волн. Кинематические моменты вступления волн Эйри отмечены на оси времени точками, а моменты начала расчета первой и второй волн Эйри — крестиками. Следует отметить, что «третьего» приближения при расчете волн Эйри здесь недостаточно (рис. 6, $E_2 > 1$), поскольку экстремумы групповой скорости у второй моды более острые, чем у первой.

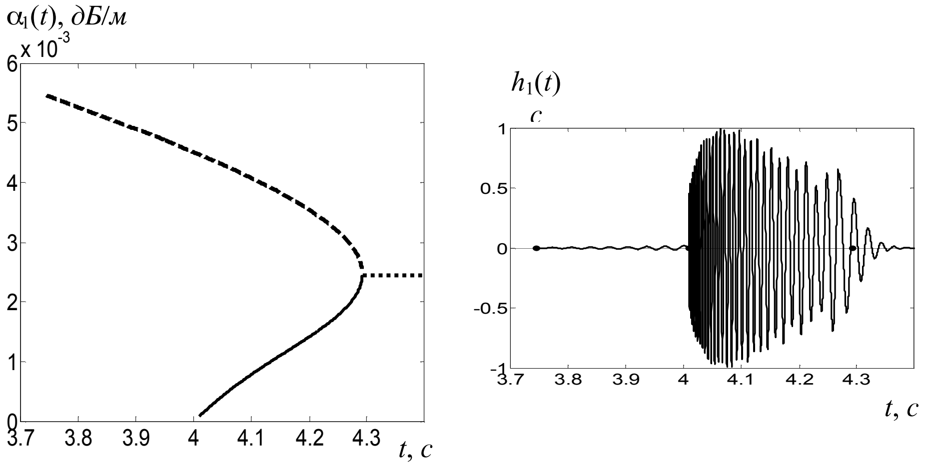


Рис. 4. Временная зависимость коэффициента поглощения для грунтовой (−−−), водной (——) и волны Эйри (· · · · ·) и реализация импульсной характеристики для волновода с поглощением

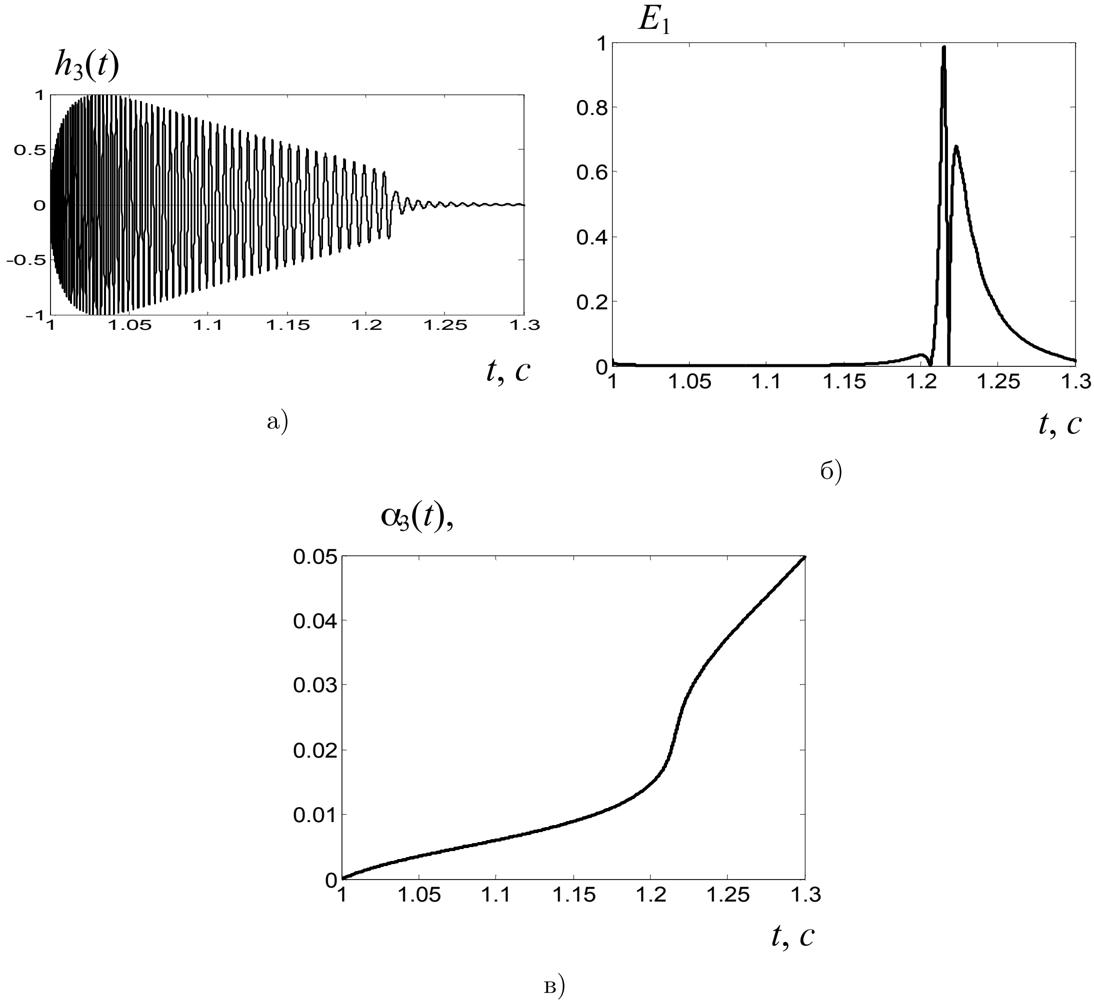


Рис. 5. *а* — реализации импульсной характеристики; *б* — функция E_1; *в* — временной ход коэффициента поглощения

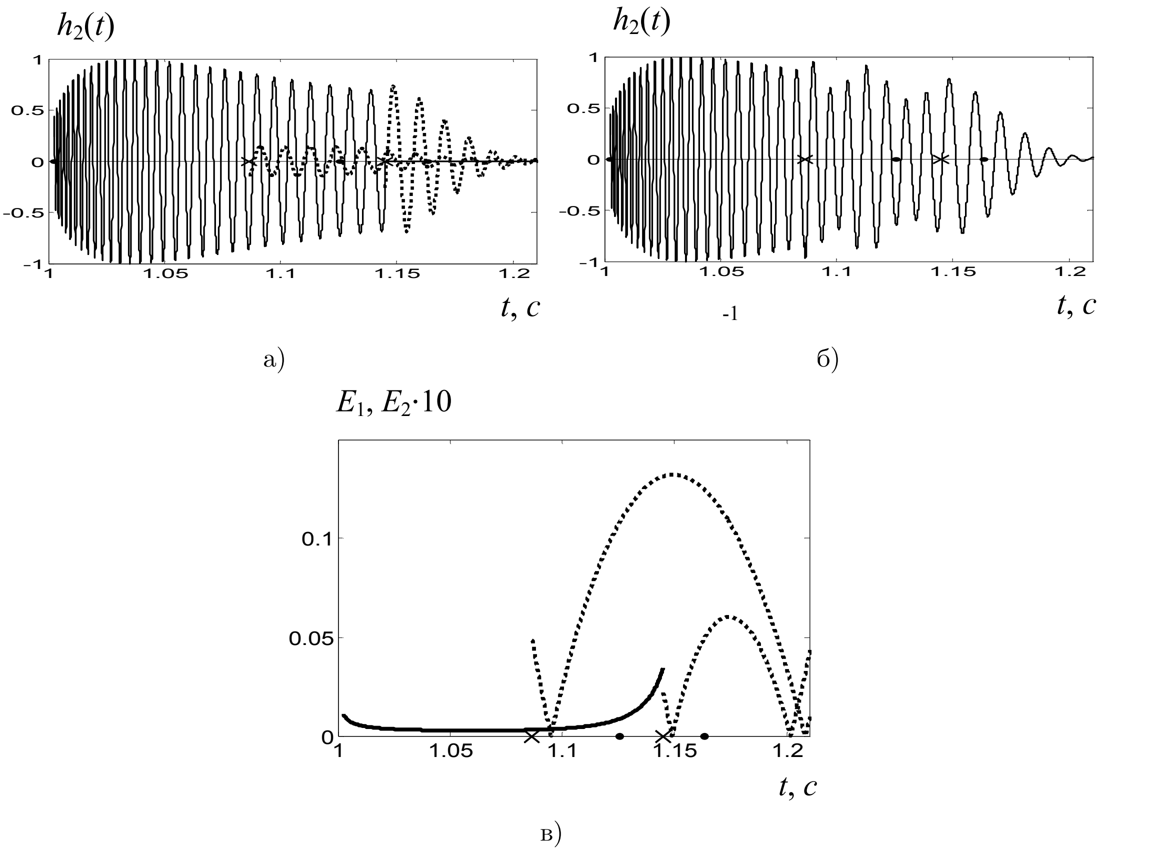


Рис. 6. *а* — реализации импульсной характеристики, отдельно водная (——) и волны Эйри (· · · · ·); *б* — реализация ИХ, сумма волн; *в* — функции E_1 (——) и E_2 (· · · · ·);

Заключение

Получено решение для импульсных характеристик нормальных волн в волноводе Пекериса с поглощающим дном методом стационарной фазы. Вычислительные возможности современных компьютеров позволили более детально по сравнению с [4, 12] проанализировать границы применимости метода в приложении к короткоимпульсным сигналам.

Показано, что:

– момент времени переключения расчета с метода стационарной фазы на «метод Эйри» близок к максимуму функции Эйри (4.4), и должен определятся из условия непрерывности и максимальной гладкости реализации;

– для вычисления импульсных характеристик, «третьего» приближения в разложении (3.3) недостаточно (во всяком случае для высших мод);

– вступление грунтовой волны происходит мгновенно, без переходного процесса. Для волновода с поглощением «квази» переходный процесс реализуется за счет роста коэффициента поглощения при приближении к критической частоте;

– при приближении к моменту «переключения» нелинейные искажения волнового процесса и в грунтовой (особенно), и в водной волне значительно возрастают.

Сравнение эффективности алгоритма обратного БПФ [11] и метода стационарной фазы для моделирования ИХ гидроакустических волноводов позволяет сделать вывод о том, что применение последнего более эффективно для области значительных расстояний между источником и приемником.

Литература

1. *Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J.* Fundamentals of shallow water acoustics. Springer, 2012. 540 p.
2. *Гринюк А.В., Кравченко В.Н., Лазарев В.А., Малеханов А.И., Петухов Ю.В., Романова В.И., Хилько А.И.* Реконструкция параметров осадочных слоев морского дна мелкого моря с использованием широкополосных сейсмоакустических источников // Акуст. журн. 2013. Т. 59, № 3. С. 354–362.

3. *Bonnel J., Dosso S.E., Chapman N.R.* Bayesian geoacoustic inversion of single hydrophone light bulb data using warping dispersion analysis // J. Acoust. Soc. Am. 2013. Vol. 134, No. 1. P. 120–130.
4. *Pekeris C.L.* Theory of propagation of explosive sound in shallow water // Geol. Soc. Am. Mem. 1948. P. 1–117. (имеется перевод: *Пекерис К.* Теория распространения звука взрыва в мелкой воде. В сб.: Распространение звука в океане. М.: Изд-во иностр. лит., 1951. С. 48–156.)
5. *Зверев В.А., Салин Б.М., Стромков А.А.* Определение модового состава акустического поля в мелком море при одноточечном приеме сигнала // Акуст. журн. 2005. Т. 51, № 2. С. 221–227.
6. *Ластовенко О.Р., Лисютин В.А., Ярошенко А.А.* Особенности частотных характеристик нормальных волн в трехслойном гидроакустическом волноводе с поглощением // Вісник Донецького національного університету. Сер. А: Природничі науки. 2010. Вип. 1. С. 68–74.
7. *Ластовенко О.Р., Лисютин В.А., Ярошенко А.А.* Моделирование импульсных характеристик волноводов мелкого моря. В сб.: Акустика океана. Доклады XII-ой школы-семинара акад. Л. М. Бреховских, совмещенной с XXI сессией РАО. М.: ГЕОС, 2009. С. 99–103.
8. *Ластовенко О.Р., Лисютин В.А., Ярошенко А.А.* Исследование импульсных характеристик рефракционных волноводов мелкого моря. В сб.: Акустика океана. Доклады XIII-ой школы-семинара акад. Л. М. Бреховских, совмещенной с XXII сессией РАО. М.: ГЕОС, 2011. С. 99–103.
9. *Ди Наполи Ф.Р., Поттер Д., Херстейн П.* Акустические волны, взаимодействующие с дном: модель и эксперимент. В сб.: Акустика дна океана / Под ред. У. Купермана, Ф. Енсена. М.: Мир, 1984. С. 174–185.
10. *Ластовенко О.Р., Лисютин В.А., Ярошенко А.А.* Моделирование передаточных и импульсных характеристик гидроакустических волноводов. Волновод с абсолютно отражающими границами // Акустичн. вісник. 2007. Т. 10, № 4. С. 59–69.
11. *Ластовенко О.Р., Лисютин В.А., Ярошенко А.А.* Моделирование распространения сигналов в рефракционных волноводах мелкого моря. В сб.: Акустика океана. Доклады XIII-ой школы-семинара акад. Л. М. Бреховских, совмещенной с XXIII сессией РАО. М.: ГЕОС, 2011. С. 74–77.
12. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
13. Толстой И. Акустика океана. Теория и эксперимент в подводной акустике. М.: Мир, 1969. 301 с.
14. *Buckingham M.J. Giddens E.M.* On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space // J. Acoust. Soc. Am. 2006. Vol. 119. No. 1. P. 123–147.
15. *Рыжиков Ю.И.* Вычислительные методы. СПб.: БХВ, 2007. 400 с.

References

1. Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J. *Fundamentals of Shallow Water Acoustics.* Springer, 2012, 540 p.
2. Grinyuk A.V., Kravchenko V.N., Lazarev V.A., Malekhanov A.I., Petuhov Yu.V., Romanova V.I., Hilko A.I. Reconstructing parameters of sediment layers of a shallow sea bottom using broadband seismoacoustic sources. *Acoustical physics*, 2013, vol. 59, no 3, pp. 312–318.
3. Bonnel J., Dosso S.E., Chapman N.R. Bayesian geoacoustic inversion of single hydrophone light bulb data using warping dispersion analysis. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2013, vol. 134, no. 1, pp. 120–130.
4. Pekeris C.L. Theory of propagation of explosive sound in shallow water. *Geol. Soc. Am. Mem.*, 1948, pp. 1–117.
5. Zverev V.A., Salin B.M., Stromkov A.A. Determination of the mode composition of the sound field with a single-point reception in a shallow sea. *Acoustical physics*, 2005, vol. 51, no. 2, pp. 175–181.
6. Lastovenko O.R., Lisyutin V.A., Yaroshenko A.A. Osobennosti chastotnykh kharakteristik normal'nykh voln v trekhsloynom gidroakusticheskom volnovode s pogloshcheniem [Features of the frequency characteristics of normal waves in a three-layer hydro-acoustic waveguide with absorption]. *Visnik Donetskogo natsional'nogo universitetu* [Bulletin of Donetsk national University]. 2010, no. 4, pp. 68–74. (In Russian)
7. Lastovenko O.R., Lisyutin V.A., Yaroshenko A.A. Modelirovanie impul'snykh kharakteristik volnovodov melkogo moray [Modeling impulse responses waveguides shallow sea]. In *Akustika okeana. Doklady XII shkoly-seminara akad. L.M. Brekhovskikh, sovmeshchennoy s XXI sessiey RAO* [Ocean acoustics. Proceedings of 12th Brekhovskikh's Conference]. Moscow, 2011, pp. 99–103. (In Russian)
8. Lastovenko O.R., Lisyutin V.A., Yaroshenko A.A. Issledovanie impul'snykh kharakteristik refraktsionnykh volnovodov melkogo moray [Investigation of impulse responses refractive waveguide shallow sea]. In *Akustika okeana. Doklady XIII shkoly-seminara akad. L.M. Brekhovskikh, sovmeshchennoy s XXII sessiey RAO* [Ocean acoustics. Proc. of 13th Brekhovskikh's Conference]. Moscow, 2011, pp. 99–103. (In Russian)
9. Di Napoli F.R., Potter D., Khersteyn P. Akusticheskie volny, vzaimodeystvuyushchie s dnom: model' i eksperiment [Acoustic waves interacting with the bottom: model and experiment]. In *Akustika dna okeana* [The acoustics of the ocean

floor]. Moscow, Mir Publ., 1984, pp. 174–185. (In Russian)

10. Lastovenko O.R., Lisyutin V.A., Yaroshenko A.A. Modelirovanie peredatochnykh i impul'snykh kharakteristik gidroakusticheskikh volnovodov. Volnovod s absolyutno otrazhayushchimi granitsami [Modeling transfer and impulse response of hydroacoustic waveguides. Waveguide with perfectly reflecting boundaries]. *Akusticheskiy vestnik* [Acoustic bulletin]. Kyiv, 2007, vol. 10, no. 4, pp. 59–69. (In Russian)
11. Lastovenko O.R., Lisyutin V.A., Yaroshenko A.A. Modelirovanie rasprostraneniya signalov v refraktsionnykh volnovodakh melkogo moray [Modeling of signal propagation in waveguide shallow water]. In *Akustika okeana. Doklady XIII shkoly-seminara akad. L.M. Brekhovskikh, sovmeshchennoy s XXIII sessiey RAO* [Ocean acoustics. Proc. of 13th Brekhovskikh's Conference]. Moscow, 2011, pp. 74–77. (In Russian)
12. Brekhovskikh L.M. *Volny v sloistykh sredakh* [Waves in layered media]. Moscow, Nauka Publ., 1973, 343 p. (In Russian)
13. Tolstoy I., Clay K.S. *Akustika okeana. Teoriya i eksperiment v podvodnoy akustik* [Ocean acoustics. Theory and experiment in underwater acoustics]. Moscow, Mir Publ., 1969, 301 p. (In Russian)
14. Buckingham M.J., Giddens E.M. On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2006, vol. 119, no. 1, pp. 123–147.
15. Ryzhikov Yu. I. *Vychislitel'nye metody* [Computational Methods]. St. Petersburg, BHV Publ., 2007, 400 p. (In Russian)

Статья поступила 26 июля 2015 г.