

УДК 539.3 : 621.891; 678.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПРОЧНОСТНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТКАНЫХ КОМПОЗИТОВ НА ПОЛИМЕРНОЙ ОСНОВЕ С ДИСПЕРСНЫМИ АНТИФРИКЦИОННЫМИ ДОБАВКАМИ

Бардушкин В. В., Сычев А. П., Кириллов Д. А., Сорокин А. И.

SIMULATION OF ULTIMATE STRENGTH CHARACTERISTICS OF THE WOVEN COMPOSITES ON THE POLYMERIC BINDER WITH DISPERSED ANTIFRICTIONAL ADDITIVES

Bardushkin V. V. *, Sychev A. P. **, Kirillov D. A. *, Sorokin A. I. *

* National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russia

** Southern Scientific Center of RAS, Rostov-on-Don, Russia

e-mail: alekc_sap@mail.ru

Abstract. The composites on the polymeric binder with dispersed polytetrafluorethylene and graphite additives, reinforced with fiberglass of E-glass, are considered. The epoxy resins ED-20, EHD and UP-610 are used as a matrix. Numerical simulation is carried out and the relations of limit values of strength characteristics of specified composites on the concentration of fillers (in compressing in the perpendicular direction to grain fiberglass) are investigated. The original method of prediction of strength properties of matrix composites is used in simulation, by which the enclosed to composite compressive unidirectional load becomes destructive only in case, when matrix internal stress exceeds the matrix strength limit. The specified method is based on generalized singular approximation of random fields' theory and information about matrix strength properties. The simulation basis is based on the operator of stresses concentration (tensor of the fourth rank), which connects local (internal) values of stresses tensor with average (external) on material stresses. The simulation found that the increase in the percentage of fiberglass leads to a significant improvement in strength characteristics of composites, dependency is monotonous and non-linear. It has been shown that the increase of graphite concentration leads to intensification, and the increase in the percentage of polytetrafluorethylene, on the contrary, leads to a weakening of the strength characteristics of the model composites, which then changed in the law, close to linear. It is found that the model composites with graphite as antifrictional filler have greater strength than similar materials in which the polytetrafluorethylene is used as antifrictional component (regardless of the type of polymeric binder).

Keywords: simulation, matrix composites, operator of stresses concentration, mechanical strength, antifrictional materials, inclusions, epoxy matrix.

Введение

По мере возрастания роли износостойких трибокомпози́тов требуется (наряду с совершенствованием технологий изготовления) дальнейшая разработка общих принципов их конструирования. Это возможно на основе как экспериментальных исследований пове-

дения рабочих слоев компози́тов в процессе трения, так и в результате теоретического моделирования и расчета физико-механических свойств создаваемых материалов [1, 2].

В узлах трения и сопряжения машин и механизмов все более широкое применение находят матричные компози́ты, армированные

Бардушкин Владимир Валентинович, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедр «Высшая математика №2» и «Системная среда качества» Национального исследовательского университета «МИЭТ»; e-mail: bardushkin@mail.ru.

Сычев Александр Павлович, канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией транспорта и новых композиционных материалов Южного научного центра РАН; e-mail: alekc_sap@mail.ru.

Кириллов Дмитрий Андреевич, аспирант кафедры «Высшая математика №2» Национального исследовательского университета «МИЭТ»; e-mail: dmitry.kirilloff@gmail.com.

Сорокин Александр Игоревич, аспирант кафедры «Высшая математика №2» Национального исследовательского университета «МИЭТ»; e-mail: mr40in@gmail.com.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (16-08-00262-а, 14-08-00654-а).

неизометричными включениями (в том числе тканью). При этом использование двухкомпонентных материалов антифрикционного назначения в тяжело нагруженных узлах трения ограничено ввиду их малой удельной прочности и несущей способности. Поэтому для таких узлов целесообразно создавать многокомпонентные композиты с помощью синтеза конструкционного и антифрикционного материалов. При введении в состав подобных материалов включений различного состава, формы, ориентации и концентрации происходят изменения физико-механических (в частности, упругих) свойств композиций, которые требуют проведения соответствующих теоретических и экспериментальных исследований [1, 2]. Поэтому задачи численного моделирования и расчета физико-механических свойств многокомпонентных композитных материалов актуальны.

При теоретическом анализе напряженно-деформированного состояния матричных композитов встает проблема прогнозирования не только их эксплуатационных (эффективных) [2–4], но и предельных (разрушающих) характеристик [5, 6]. Адекватное моделирование предельных значений прочностных показателей позволяет уже на стадии проектирования композитов давать рекомендации по подбору состава компонентов, их концентрации и т. п.

1. Постановка задачи и построение модели

В работе решается задача прогнозирования значений предельного разрушающего напряжения (при сжатии) тканых трибокомпозитов на полимерной основе с дисперсными антифрикционными добавками. Моделирование разрушающих характеристик таких композитных материалов основывается на разработанном в статье [6] методе прогнозирования предельных прочностных свойств матричных композитов при сжатии. Согласно этому методу приложенная к композиту сжимающая (в определенном направлении) нагрузка становится разрушающей, когда внутреннее напряжение в матрице начинает превышать предел ее прочности. При этом величина внутреннего напряжения, возникающего в матрице при внешнем воздействии на композит, сравнивается с ее известным (справочным) значением предела прочности. Значение предела прочности матрицы должно соответствовать внешней сжимающей нагрузке (в том же на-

правлении, что и для рассматриваемого композита), приложенной к однородному телу, состоящему только из материала матрицы. Использование в указанном методе данных о предельных прочностных характеристиках матрицы обусловлено, в первую очередь, тем, что разрушение полимерной матрицы приводит к потере композитом монолитности и, как следствие, выходу из строя изделий из подобных материалов. Кроме того, сведения о пределах прочности для полимерных связующих широко представлены в научно-технической литературе.

Известно, что прочность тканых композитов при сжатии поперек волокон определяется прочностью матрицы на сжатие [5]. Поэтому в настоящей работе численное моделирование предельных прочностных характеристик тканых композитов с дисперсными антифрикционными добавками проводится только для сжимающей нагрузки, направленной перпендикулярно волокнам. Рассматривается хрупкое разрушение композитных материалов. Моделирование опирается на обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей [7] и понятие оператора концентрации напряжений $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$ (тензора четвертого ранга), связывающего напряжения $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$ внутри каждого из элементов неоднородности со средним (внешним) напряжением $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$, приложенным ко всему композиту [2, 3, 8–11]

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}) = K_{ijkl}^\sigma(\mathbf{r}) \langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle, \quad (1.1)$$

$$i, j, k, l = 1, 2, 3,$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор случайной точки композитной среды. Угловые скобки в (1.1) определяют процедуру статистического усреднения, которая при выполнении гипотезы эргодичности совпадает с усреднением по объему [2, 3, 7].

Для определения $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$ необходимо решить уравнения равновесия упругой неоднородной среды. Однако в общем случае получить соотношение для численных расчетов оператора концентрации напряжений не удается. Поэтому для вычисления $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$ используются различные приближения. Одним из таких приближений, учитывающих взаимодействие включений, является обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей [7]. В его рамках используется только сингулярная составляющая тензора Грина уравнений равновесия, зависящая лишь от дельта-функции Дирака, а также вводится

однородное тело сравнения, материальные константы которого входят в окончательные выражения для вычисления $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$. Физический смысл обобщенного сингулярного приближения заключается в предположении однородности полей напряжений и деформаций в пределах элемента неоднородности. В этом случае выражение для $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$ имеет следующий вид (индексы опущены) [2, 10, 11]:

$$\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r}) = \mathbf{c}(\mathbf{r}) [\mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{r})\mathbf{c}''(\mathbf{r})]^{-1} \times \left\langle \mathbf{c}(\mathbf{r}) [\mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{r})\mathbf{c}''(\mathbf{r})]^{-1} \right\rangle^{-1}, \quad (1.2)$$

где \mathbf{I} — единичный тензор четвертого ранга; $\mathbf{c}(\mathbf{r})$ — тензор модулей упругости, двойным штрихом определяется разность между величинами неоднородной среды и однородного тела сравнения, характеристики которого далее обозначаются верхним индексом «с»

$$\mathbf{c}''(\mathbf{r}) = \mathbf{c}(\mathbf{r}) - \mathbf{c}^c;$$

$\mathbf{g}(\mathbf{r})$ — интеграл от сингулярной составляющей второй производной тензора Грина уравнений равновесия, являющийся тензором четвертого ранга. Для вычисления компонент g_{ijkl} тензора $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ необходимо вначале осуществить расчеты компонент a_{iklj} тензора четвертого ранга \mathbf{A} , а затем в a_{iklj} по двум парам индексов (i, j и k, l) провести операцию симметризации [2, 7]. Компоненты a_{iklj} тензора \mathbf{A} вычисляются с помощью следующего соотношения

$$a_{iklj} = -\frac{1}{4\pi} \int n_k n_j t_{il}^{-1} d\Omega, \quad (1.3)$$

где $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ — элемент телесного угла в сферической системе координат, t_{il}^{-1} — элементы матрицы, обратной матрице \mathbf{T} с элементами $t_{il} = c_{iklj}^c n_k n_j$, а n_k и n_j ($k, j = 1, 2, 3$) — компоненты вектора внешней нормали к поверхности включения. Для эллипсоидальных включений с главными полуосями l_1, l_2 и l_3 компоненты вектора нормали определяются соотношениями

$$n_1 = \frac{1}{l_1} \sin\theta \cos\phi, \quad n_2 = \frac{1}{l_2} \sin\theta \sin\phi,$$

$$n_3 = \frac{1}{l_3} \cos\theta.$$

Как указывалось, в случае выполнения условия эргодичности можно использовать усреднение по объему (для каждого компонента

неоднородного материала). Тогда операция усреднения по всему объему материала для некоторой случайной величины $\mathbf{a}(\mathbf{r})$ сводится к интегрированию, а для многокомпонентного материала — к суммированию средних значений по компонентам

$$\langle \mathbf{a}(\mathbf{r}) \rangle = \sum_s v_s \langle \mathbf{a}_s(\mathbf{r}) \rangle, \quad (1.4)$$

где v_s и $\mathbf{a}_s(\mathbf{r})$ — объемная концентрация компонента s -го типа и соответствующая этому компоненту случайная величина [2, 7]

$$\sum_s v_s = 1.$$

2. Проведение модельных расчетов

Рассмотрим далее трехкомпонентный матричный композит с включениями двух типов. К первому типу относятся порошковые включения из политетрафторэтилена (ПТФЭ) или графита, выполняющие антифрикционную роль. Ко второму типу относятся эллипсоидальные включения из бесцелочного стекла (БЩС), ориентированные параллельно некоторой плоскости в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Основная их функция состоит в упрочнении композитных материалов. В качестве матрицы (компонент третьего типа) используются эпоксидные связующие ЭД-20, ЭХД и УП-610. Модули упругости и плотности компонентов композита представлены в таблице 1 (E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, ρ — плотность).

При проведении численного моделирования будем полагать, что компоненты композита изотропны. Пусть v_1, v_2, v_3 ($v_1 + v_2 + v_3 = 1$) — объемные концентрации компонентов рассматриваемого материала, где индексы «1» и «2» относятся к включениям соответствующего типа, а «3» — к матрице. Тогда, как указывалось, в формуле (1.2) $\mathbf{c}''(\mathbf{r}) = \mathbf{c}_s - \mathbf{c}^c$, где \mathbf{c}_s и \mathbf{c}^c — тензоры модулей упругости s -го компонента композита ($s = 1, 2, 3$) и однородного тела сравнения соответственно. Отсюда, с учетом (1.4), соотношение для оператора концентрации \mathbf{K}_s^σ в s -м компоненте композита примет следующий вид:

$$\mathbf{K}_s^\sigma = \mathbf{c}_s [\mathbf{I} - \mathbf{g}_s(\mathbf{c}_s - \mathbf{c}^c)]^{-1} \times \left\{ \sum_i v_i \mathbf{c}_i [\mathbf{I} - \mathbf{g}_i(\mathbf{c}_i - \mathbf{c}^c)]^{-1} \right\}^{-1}. \quad (2.1)$$

Таблица 1. Свойства компонентов композита [1, 12, 13]

Тип компонента	Материал компонента	E , ГПа	ν	ρ , г/см ³
1	ПТФЭ	0,15	0,33	2,20
	графит	10,9	0,235	2,267
2	БЩС	76,2	0,22	2,54
3	ЭД-20	3,8	0,39	1,18
	ЭХД	4,5	0,36	1,20
	УП-610	5,2	0,41	1,25

В формуле (2.1) \mathbf{g}_s ($s = 1, 2, 3$) — это тензор \mathbf{g} с компонентами, вычисляемыми по соотношению (1.3). При этом \mathbf{g}_1 и \mathbf{g}_2 соответствуют включениям 1-го и 2-го типов соответственно, а \mathbf{g}_3 — матрице (при вычислениях компонент тензора \mathbf{g}_3 следует считать $l_1 = l_2 = l_3 = 1$). Суммирование в (2.1) производится по всем типам компонентов композита.

Пусть эллипсоидальные включения БЩС (l_1, l_2 и l_3 — главные полуоси этих эллипсоидов) имеют одинаковую форму и ориентированы в пространстве композита только в направлениях осей x и y лабораторной системы координат. Причем $l_1 = L, l_2 = l_3 = 1$ для включений, ориентированных в направлении оси x ; $l_2 = L, l_1 = l_3 = 1$ для включений, ориентированных в направлении оси y . Кроме того, положим, что концентрации включений БЩС в направлении каждой из осей x и y равны. Будем далее рассматривать случай, когда $L \rightarrow \infty$, что соответствует тканым композитным материалам. Для порошковых включений ПТФЭ (графита) при проведении численного моделирования будем полагать, что они имеют форму сфер одинакового радиуса $r = l_1 = l_2 = l_3 = 1$.

Для проведения модельных расчетов при операциях над тензорами использовалась их матричная форма записи [3, 7]. При этом ненулевые элементы c_{ij} ($i, j = 1, \dots, 6$) симметрической матрицы тензора модулей упругости \mathbf{c} для изотропного материала выражаются через модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν следующим образом:

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)};$$

$$c_{44} = c_{55} = c_{66} = \frac{E}{2(1 + \nu)};$$

$$c_{12} = c_{13} = c_{23} = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}.$$

Упругие характеристики однородного тела сравнения вычислялись в приближении само-согласования [7, 14]. С этой целью была организована итерационная процедура, в которой в качестве параметров \mathbf{c}^c тела сравнения брались значения тензора модулей упругости (в матричной форме записи), полученные на предыдущем шаге итерации. В качестве начальных значений параметров тела сравнения брались упругие характеристики, полученные в приближении Хилла, т.е. среднего арифметического значений, полученных в приближениях Ройсса

$$\mathbf{c}_{\text{Reuss}} = \left[\sum_s v_s (\mathbf{c}_s)^{-1} \right]^{-1}$$

и Фойгта

$$\mathbf{c}_{\text{Voight}} = \sum_s v_s \mathbf{c}_s$$

[7, 14]. Выход из итерационной процедуры осуществлялся, когда максимальная разница между модулями \mathbf{c}^c составляла менее 0,01.

На практике принято использовать не объемные концентрации элементов неоднородности, а их процентные содержания по массе m_s . Процентное содержание по массе s -го компонента ($s = 1, 2, 3$) связано с объемными концентрациями v_s и плотностями ρ_s всех компонентов композита с помощью формулы

$$m_s = \frac{v_s \rho_s}{\sum_i v_i \rho_i} \cdot 100, \%$$

где, как и ранее в (2.1), суммирование производится по всем типам компонентов композита. Поэтому результаты всех модельных расчетов приведены далее относительно процентного содержания элементов неоднородности по массе.

При проведении моделирования использовались данные о разрушающем напряжении при сжатии σ_p для связующих ЭД-20

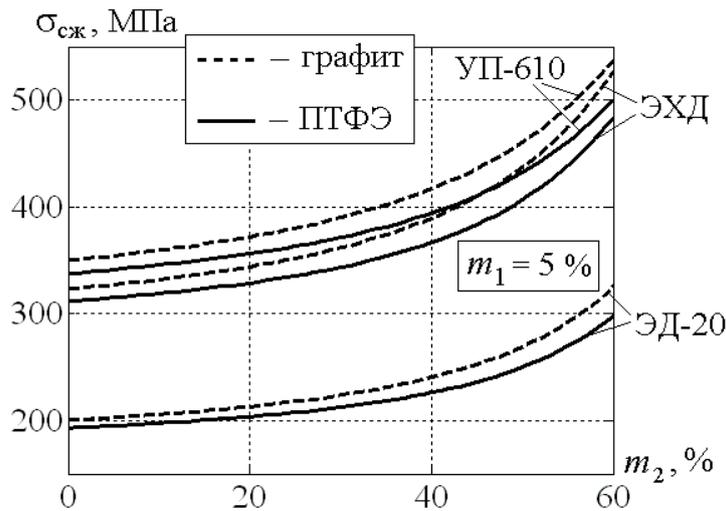


Рис. 1. Зависимости предельных прочностных показателей модельных композитов при увеличении процентного содержания БЩС и фиксированной концентрации ПТФЭ (или графита)

($\sigma_p = 198$ МПа), ЭХД ($\sigma_p = 320$ МПа) и УП-610 ($\sigma_p = 347$ МПа) [12]. Внешнее сжимающее воздействие $\langle \sigma \rangle$ (МПа), направленное параллельно оси z , а значит, перпендикулярно волокнам модельных тканых трибокомпозитов, задавалось в виде матрицы

$$\langle \sigma \rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix}.$$

Вычислительная процедура была организована следующим образом. Вначале для модельного композита (при фиксированных значениях процентного содержания его элементов неоднородности) по формуле (2.1) вычислялся оператор $\mathbf{K}^\sigma(\mathbf{r})$ в связующем. Далее в $\langle \sigma \rangle$ задавалось определенное положительное значение B . Затем, опираясь на определение (1.1) оператора концентрации напряжений, вычислялись элементы σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) матрицы тензора напряжений в связующем. После этого осуществлялось сравнение вычисленного значения σ_{33} с σ_p . Если $\sigma_{33} < \sigma_p$, то значение B увеличивалось на 1 МПа и вычисление элементов σ_{ij} матрицы тензора напряжений в связующем повторялось заново. Вычислительная процедура останавливалась сразу, как только выполнялось условие $\sigma_{33} \geq \sigma_p$, а последнее значение B принималось в качестве предела прочности при сжатии $\sigma_{сж}$ всего композита. Затем фиксировались новые значения процентного содержания элементов неоднородности модельного композита, и вычисление $\sigma_{сж}$ повторялось заново.

На рис. 1 и 2 приведены результаты численного моделирования значений разрушающего напряжения для рассматриваемых тканых трибокомпозитов с дисперсными антифрикционными добавками при сжатии перпендикулярно волокнам от изменений процентных содержаний его компонентов.

Заключение

На основании проведенных исследований можно заключить следующее.

– Увеличение процентного содержания стеклоткани приводит к существенному улучшению прочностных показателей рассматриваемых тканых композитных материалов. При этом зависимости $\sigma_{сж}$ для практически значимого диапазона концентрации БЩС имеют не только монотонный, но и нелинейный характер. Особенно сильно нелинейность проявляется при $m_2 > 30\%$ (рис. 1).

– Модельные композиты с графитом в качестве антифрикционного наполнителя имеют большую прочность по сравнению с аналогичными материалами, у которых в качестве антифрикционного компонента используется политетрафторэтилен (независимо от вида полимерного связующего). При этом наивысшие прочностные показатели демонстрируют композитные материалы на основе эпоксидной смолы УП-610 (рис. 1 и 2).

– Увеличение процентного содержания графита (при фиксированной концентрации БЩС) приводит к усилению прочностных характеристик модельных тканых компози-

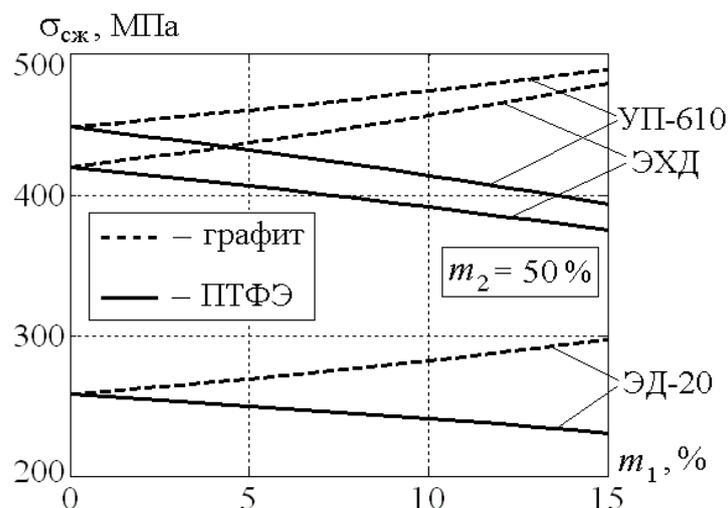


Рис. 2. Зависимости предельных прочностных показателей модельных композитов при увеличении процентного содержания ПТФЭ (или графита) и фиксированной концентрации БЩС

тов. Увеличение же концентрации ПТФЭ, наоборот, приводит к ослаблению аналогичных показателей композитных материалов. При этом значения $\sigma_{сж}$ изменяются по закону, близкому к линейному (рис. 2).

– Поскольку увеличение процентного содержания как ПТФЭ, так и графита не приводит к существенным изменениям прочностных характеристик рассматриваемых композитных материалов (рис. 2), необходимо проведение комплексных исследований по оптимизации содержания антифрикционных компонентов с целью улучшения трибохарактеристик композитов без значительного снижения их упруго-прочностных показателей.

Литература

1. Машков Ю.К., Овчар З.Н., Байбарацкая М.Ю., Мамаев О.А. Полимерные композиционные материалы в триботехнике. М.: Недра, 2004. 261 с.
2. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Яковлев В.Б., Сычев А.П., Колесников И.В. Микромеханика поликристаллов и композитов (напряженно-деформированное состояние и разрушение). Ростов-на-Дону: Изд-во РГУПС, 2012. 288 с.
3. Vuryachenko V.A. Micromechanics of heterogeneous materials. Berlin: Springer – Verlag, 2007. 686 p.
4. Бардушкин В.В., Сычев А.П., Сычев А.А., Даньков В.В. Эффективные упругие характеристики тканых композитов на полимерной основе с антифрикционными дисперсными добавками // Вестник Южного научного центра РАН. 2013. Т. 9. № 4. С. 26–31.
5. Березин А.В., Козинкина А.И. Особенности диагностики повреждений и оценки прочности композитов // Механика композиционных материалов и конструкций. 1999. Т. 5. № 1. С. 99–120.
6. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Яковлев В.Б., Сычев А.П., Кириллов Д.А., Сорокин А.И. О методе прогнозирования предельных прочностных характеристик матричных композитов, основанном на использовании оператора концентрации напряжений // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2014. № 1. С. 45–51.
7. Шермергор Т.Д. Теория упругости микроненормодных сред. М.: Наука, 1977. 399 с.
8. Победря Б.Е., Горбачев В.И. Концентрация напряжений и деформаций в композитах // Механика композитных материалов. 1984. № 2. С. 207–214.
9. Маслов Б.П. Концентрация напряжений в изотропной матрице, армированной анизотропными включениями // Прикладная механика. 1987. Т. 23. № 10. С. 73–79.
10. Бардушкин В.В., Яковлев В.Б., Колесников И.В., Сычев А.П., Сычев А.А., Флек Б.М. Концентрация напряжений и деформаций в антифрикционных тканых композитах // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2013. № 3. С. 7–13.
11. Колесников В.И., Яковлев В.Б., Бардушкин В.В., Сычев А.П. О прогнозировании распределений локальных упругих полей в неоднородных средах на основе обобщенного сингулярного приближения // Вестник Южного научного центра РАН. 2015. Т. 11. № 3. С. 11–17.
12. Лапицкий В.А., Крицук А.А. Физико-

механические свойства эпоксидных полимеров и стеклопластиков. Киев: Наукова думка, 1986. 92 с.

13. Гутников С.И., Лазоржак Б.И., Селезнев А.Н. Стеклые волокна. М.: Изд-во МГУ, 2010. 53 с.
14. Паньков А.А. Методы самосогласования механики композитов. Пермь: Изд-во ПГТУ, 2008. 253 с.

References

1. Mashkov Yu.K., Ovchar Z.N., Baybaratskaya M.Yu., Mamaev O.A. *Polimernye kompozicionnye materialy v tribotekhnike* [Polymer composite materials in tribotechnics]. Moscow, Nedra Publ., 2004, 261 p. (In Russian)
2. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Yakovlev V.B., Sychev A.P., Kolesnikov I.V. *Mikromekhanika polikristallov i kompozitov (naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie i razrushenie)* [Micromechanics of polycrystals and composites (stress-strain state and destruction)]. Rostov-on-Don, Rostov State Transport University Publ., 2012, 288 p. (In Russian)
3. Buryachenko V.A. *Micromechanics of heterogeneous materials*. Berlin, Springer – Verlag, 2007, 686 p.
4. Bardushkin V.V., Sychev A.P., Sychev A.A., Dan'kov V.V. *Jeffectivnye uprugie harakteristiki tkanyh kompozitov na polimernoj osnove s antifrikcionnymi dispersnymi dobavkami* [Effective elastic characteristics of the woven composites on the polymeric binder with dispersed antifriction additives]. *Vestnik Yuzhnogo nauchnogo tsentra RAN* [Bulletin of the Southern Research Center of the RAS], 2013, vol. 9, no. 4, pp. 26–31. (In Russian)
5. Berezin A.V., and Kozinkina A.I. *Osobennosti diagnostiki povrezhdenij i ocenki prochnosti kompozitov* [The features of damage diagnostics and estimation of the strength of the composites]. *Mekhanika kompozicionnyh materialov i konstrukcij* [Mechanics of Composite Materials and Structures], 1999, vol. 5, no. 1, pp. 99–120. (In Russian)
6. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Yakovlev V.B., Sychev A.P., Kirillov D.A., and Sorokin A.I. *O metode prognozirovaniya predel'nyh prochnostnyh harakteristik matrichnyh kompozitov, osnovannom na ispol'zovanii operatora koncentracii naprjazhenij* [About a method of predicting of ultimate strength characteristics of the matrix composites, based on use of the operator of stresses concentration]. *Ekologicheskij vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin scientific centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2014, no. 1, pp. 45–51. (In Russian)
7. Shermergor T.D. *Teorija uprugosti mikroneodnorodnyh sred* [Micromechanics of inhomogeneous medium]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 399 p. (In Russian)
8. Pobedrya B.E., and Gorbachev V.I. *Koncentracija naprjazhenij i deformacij v kompozitah* [Concentration of stresses and deformations in the composites]. *Mekhanika kompozitnyh materialov* [Mechanics of Composite Materials], 1984, no. 2, pp. 207–214. (In Russian)
9. Maslov B.P. *Koncentracija naprjazhenij v izotropnoj matricе, armirovannoj anizotropnymi vkljuchenijami* [Concentration of stresses in an isotropic matrix reinforced anisotropic inclusions]. *Prikladnaja mehanika* [Applied Mechanics], 1987, vol. 23, no. 10, pp. 73–79. (In Russian)
10. Bardushkin V.V., Yakovlev V.B., Kolesnikov I.V., Sychev A.P., Sychev A.A., and Flek B.M. *Koncentracija naprjazhenij i deformacij v antifrikcionnyh tkanyh kompozitah* [Stress and strain concentration in the antifrictional woven composites]. *Trenie i smazka v mashinah i mehanizmah* [Friction and lubrication in machinery], 2013, no. 3, pp. 7–13. (In Russian)
11. Kolesnikov V.I., Yakovlev V.B., Bardushkin V.V., and Sychev A.P. *O prognozirovanii raspredelenij lokal'nyh uprugih polej v neodnorodnyh sredah na osnove obobschennogo singular'nogo priblizhenija* [On the prediction of local elastic fields' distributions in non-uniform media on the basis of a generalized singular approximation]. *Vestnik Juzhnogo nauchnogo tsentra RAN* [Bulletin of the Southern Research Center of the RAS], 2015, vol. 11, no. 3, pp. 11–17. (In Russian)
12. Lapitsky V.A., and Kricuk A.A. *Fiziko-mekhanicheskie svoystva jepoksidnyh polimerov i stekloplastikov* [Physical and mechanical properties of the epoxy polymers and fiberglasses]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1986, 92 p. (In Russian)
13. Gutnikov S.I., Lazorjak B.I., and Seleznev A.N. *Stekljannye volokna* [Glass fibers]. Moscow, Moscow State University Publ., 2010, 53 p. (In Russian)
14. Pan'kov A.A. *Metody samosoglasovanija mehaniki kompozitov* [Methods of self-consistency mechanics of composites]. Perm, Perm State Technical University Publ., 2008, 253 p. (In Russian)

Статья поступила 1 декабря 2015 г.

© Бардушкин В. В., Сычев А. П., Кириллов Д. А., Сорокин А. И., 2016