

УДК 532.59 + 551.466

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НАЧАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ ВОЛНОВЫХ ТЕЧЕНИЙ НА СЕЙШИ В ОГРАНИЧЕННОМ МОРСКОМ БАССЕЙНЕ

Манилюк Ю. В., Черкесов Л. В.

INFLUENCE OF INITIAL WAVE FLOW VELOCITY ON SEICHES
IN A CONFINED MARINE BASIN

Manilyuk Yu. V., Cherkesov L. V.

Marine Hydrophysical Institute, Sevastopol, 299011, Russia
e-mail: uvmsev@yandex.ru

Abstract. The influence of initial wave flow velocity on seiches in a model basin with the Azov Sea characteristic size is investigated. The investigation was carried out by using the previously obtained time-periodic analytic solutions of the long wave equations. Two variants of initial conditions are considered. In the first variant, the initial wave flow velocity doesn't equal zero and the initial deviation of the free surface from the undisturbed level equals zero. In the second variant, when $t = 0$ the wave flow velocity and free surface deviation does not equal zero. It was found that in both variants of initial conditions the spatial structure of sea level fluctuations and the characteristics of the wave flows are similar, which present in the case when the initial wave flow velocity are zero and initial free surface deviation is a non-zero. Along with it the positions of the nodal lines are the same. The direction of wave flows at the half-period time ($0 \leq t < \tau/2$) is constant. Then it reverses and saves during the following half-period ($\tau \geq t \geq \tau/2$). For the variant when at the initial time there are non-zero deviation of the free surface and the wave flows velocity, it is found that the sea level maximum increases, beginning from time $t = 0$ and reaches the biggest value in 0,1 of the period. The amplitude of the level fluctuations is more than the amplitude of the initial elevation 1,4 times. Also, the maximum of the wave flow velocity module exceeds the maximum of the initial velocity module 1.4 times. It was shown that a reduce to ten times of initial wave flow velocity leads to 1.4 times maximum deviation reduction for the first mode and 1.5 times – for the fourth mode.

Keywords: seiches, free waves, long waves, wave flows, Azov Sea, analytical solution.

Введение

Сейши часто наблюдаются в ограниченных водоемах и вносят значительный вклад в формирование их гидрологических режимов [1]. В Азовском море сейши отмечаются часто, достаточно хорошо выражены [2] и привлекают интерес исследователей. Обычно моделируется воздействие на поверхность водоема возмущающей силы, и после прекращения ее действия исследуются колебания свободной поверхности. Возмущения могут быть весьма разнообразными: прохождение циклона [3, 4], движущийся барический фронт [5], волнопродуктор на жидкой границе бассейна, генерирующий волны на резонансных частотах [6] или действия ветра [7]. Одной из

причин, вызывающих сейши является резкое изменение атмосферного давления [1]. При этом происходит повышение или понижение уровня моря, повторяющее барическое возмущение. Оно описывается законом «обратного барометра» (изменение уровня на 13 мм при изменении давления на 1 мм) [8]. В таком случае можно считать, что начальная скорость волновых течений равна нулю, а имеет место только начальное отклонение свободной поверхности от невозмущенного уровня. В работах [9–12] рассмотрены особенности сейшевых колебаний для случая, когда в начальный момент времени задано начальное возвышение уровня, а начальная скорость волновых течений равна нулю. Одной из самых распространенных причин, вызывающих

Манилюк Юрий Владимирович, младший научный сотрудник отдела теории волн Морского гидрофизического института РАН; e-mail: uvmsev@yandex.ru.

Черкесов Леонид Васильевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент НАН Украины, заведующий отделом теории волн Морского гидрофизического института РАН; e-mail: lvcherk@yandex.ru.

сейши, является продолжительное действие ветра на водную поверхность [1, 8]. При этом в момент прекращения действия вынуждающих сил, имеют место отклонения свободной поверхности и течения. Поэтому представляет интерес исследование влияния начальных скоростей течений на сейши.

Целью настоящей работы является исследование влияния начальных скоростей волновых течений на колебания уровня и структуру волновых течений в ограниченном морском бассейне.

1. Постановка задачи и получение аналитического решения

Рассмотрим свободные колебания однородной жидкости в замкнутом бассейне. Предположим, что волны длинные и атмосферное давление над акваторией бассейна постоянное. В таком случае движение жидкости описывается системой уравнений длинных волн [10]

$$\begin{aligned} u_t &= -g\zeta_x, & v_t &= -g\zeta_y, \\ \zeta_t &= -(hu)_x - (hv)_y. \end{aligned} \quad (1.1)$$

В (1.1) использованы следующие обозначения: x, y — декартовы координаты, u, v — проекции вектора скорости движения жидкости на оси x, y соответственно, ζ — отклонение свободной поверхности, h — глубина бассейна, t — время, g — ускорение свободного падения.

На твердых боковых стенках бассейна должны выполняться условия непротекания

$$V_n = 0. \quad (1.2)$$

Здесь V_n — нормальная к боковой стенке бассейна составляющая скорости.

Рассмотрим прямоугольный бассейн, имеющий постоянную глубину h . Длина бассейна равна a , ширина — b . С учетом этого граничные условия (1.2) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} u(0, y, t) &= 0, & u(a, y, t) &= 0; \\ v(x, 0, t) &= 0, & v(x, b, t) &= 0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Выберем такой вид колебаний жидкости в бассейне, для которого справедливо

$$\begin{aligned} \zeta_3(x, y, t) &= \zeta_1(x, y, t) + \zeta_2(x, y, t), \\ u_3(x, y, t) &= u_1(x, y, t) + u_2(x, y, t), \\ v_3(x, y, t) &= v_1(x, y, t) + v_2(x, y, t), \end{aligned} \quad (1.4)$$

где

$$\begin{aligned} \zeta_1(x, y, 0) &\neq 0, & u_1(x, y, 0) &= 0, \\ v_1(x, y, 0) &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_2(x, y, 0) &= 0, & u_2(x, y, 0) &\neq 0, \\ v_2(x, y, 0) &\neq 0. \end{aligned}$$

Найдем сначала $\zeta_1(x, y, t)$, $u_1(x, y, t)$, $v_1(x, y, t)$. Будем искать решение системы (1.1) в виде периодических по времени функций, удовлетворяющим граничным условиям (1.3)

$$\begin{aligned} u_1(x, y, t) &= \bar{u}_1(x, y) \sin \sigma_1 t, \\ v_1(x, y, t) &= \bar{v}_1(x, y) \sin \sigma_1 t, \\ \zeta_1(x, y, t) &= \bar{\zeta}_1(x, y) \cos \sigma_1 t. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь σ_1 — частота колебаний жидкости.

В работе [11] получено решение данной задачи. Используя его, запишем

$$\zeta_{1km}(x, y, t) = \zeta_{1akm} A(x, y) \cos \sigma_{1km} t, \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} u_{1km}(x, y, t) &= \\ &= \zeta_{1akm} \sqrt{\frac{g}{h}} B(x, y) \sin \sigma_{1km} t, \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} v_{1km}(x, y, t) &= \\ &= \zeta_{1akm} \sqrt{\frac{g}{h}} C(x, y) \sin \sigma_{1km} t, \end{aligned} \quad (1.8)$$

где ζ_{1akm} — амплитуда отклонения свободной поверхности,

$$k = 0, 1, 2, \dots; \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

$$A(x, y) = \cos \frac{k\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b},$$

$$B(x, y) = \frac{kb}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}} \sin \frac{k\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b},$$

$$C(x, y) = \frac{ma}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}} \cos \frac{k\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}.$$

Амплитуды составляющих скорости волновых течений выражаются через ζ_{1akm} следующим образом:

$$u_{1akm} = \zeta_{1akm} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{kb}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}}, \quad (1.9)$$

$$v_{1akm} = \zeta_{1akm} \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{ma}{\sqrt{k^2 b^2 + m^2 a^2}}. \quad (1.10)$$

Частота колебаний определяется формулой

$$\sigma_{1km} = \pi \sqrt{gh} \sqrt{\frac{k^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2}}. \quad (1.11)$$

Теперь найдем $\zeta_2(x, y, t)$, $u_2(x, y, t)$, $v_2(x, y, t)$. Будем искать решение системы (1.1) в виде функций, периодических по времени и удовлетворяющих граничным условиям (1.3):

$$\begin{aligned} u_2(x, y, t) &= \bar{u}_2(x, y) \cos \sigma_2 t, \\ v_2(x, y, t) &= \bar{v}_2(x, y) \cos \sigma_2 t, \\ \zeta_2(x, y, t) &= \bar{\zeta}_2(x, y) \sin \sigma_2 t. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Здесь σ_2 — частота колебаний жидкости.

Подставив выражения (1.12) в систему уравнений (1.1) и проделав выкладки аналогичны приведенным в [11], находим, что частота колебаний жидкости σ_{2km} определяется соотношением аналогичным (1.11), амплитуды составляющих волновых течений u_{2akm} , v_{2akm} связаны с амплитудой отклонения свободной поверхности ζ_{2akm} формулами, аналогичными (1.9), (1.10). Отклонения свободной поверхности и составляющие скорости найдутся с помощью следующих выражений:

$$\zeta_{2km}(x, y, t) = \zeta_{2akm} A(x, y) \sin \sigma_{2km} t, \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} u_{2km}(x, y, t) &= \\ &= \zeta_{2akm} \sqrt{\frac{g}{h}} B(x, y) \cos \sigma_{2km} t, \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} v_{2km}(x, y, t) &= \\ &= \zeta_{2akm} \sqrt{\frac{g}{h}} C(x, y) \cos \sigma_{2km} t. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Воспользовавшись (1.6)–(1.8), (1.13)–(1.15), выпишем формулы для вычисления ζ_3 , u_3 , v_3 :

$$\zeta_{3km}(x, y, t) = A(x, y) L(t), \quad (1.16)$$

$$u_{3km}(x, y, t) = \sqrt{\frac{g}{h}} B(x, y) M(t), \quad (1.17)$$

$$v_{3km}(x, y, t) = \sqrt{\frac{g}{h}} C(x, y) N(t). \quad (1.18)$$

В (1.16)–(1.18) использованы следующие обозначения:

$$L(t) = (\zeta_{1akm} \cos \sigma_{1km} t + \zeta_{2akm} \sin \sigma_{2km} t),$$

$$M(t) = (\zeta_{1akm} \sin \sigma_{1km} t + \zeta_{2akm} \cos \sigma_{2km} t),$$

$$N(t) = (\zeta_{1akm} \sin \sigma_{1km} t + \zeta_{2akm} \cos \sigma_{2km} t).$$

Таким образом, для прямоугольного бассейна постоянной глубины имеем решения системы уравнений длинных волн, позволяющие найти периоды мод сейшевых колебаний, задавая при этом начальное значение амплитуды отклонения свободной поверхности, рассчитываем ее отклонение от невозмущенного уровня и скорости волновых течений.

2. Сейшевые колебания

Сейши, для которых в начальный момент времени имеет место ненулевое отклонение уровня моря, а скорости волновых течений равны нулю и параметры определяются выражениями (1.6)–(1.11), достаточно подробно рассмотрены в [11, 12].

Остановимся на случае сейшевых колебаний, для которых в начальный момент времени имеют место ненулевые волновые течения, а отклонение уровня равно нулю, и параметры определяются выражениями (1.10)–(1.15). Для этих сейш характерны такие же периоды и пространственная структура, как и для тех, для которых начальное отклонение уровня моря отлично от нуля, а скорости волновых течений равны нулю. Вследствие этого положения узловых линий уровня для обоих случаев совпадают. Отличие заключается лишь в том, что по времени фазы колебаний уровня и скорости волновых течений сдвинуты на $\pi/2$ относительно фазы соответствующих колебаний уровня и волновых скоростей для первого случая. В остальном, для данного вида сейш справедливы выводы, сформулированные в [11, 12].

Рассмотрим особенности волновых движений, когда в начальный момент времени имеют место ненулевые отклонения свободной поверхности и скорости волновых течений. При этом выберем $\sigma_{1km} = \sigma_{2km}$ и $\zeta_{1akm} = \zeta_{2akm}$. С учетом этого и выражения (1.16) имеем

$$\begin{aligned} \zeta_{3km}(x, y, t) &= \\ &= \zeta_{1akm} A(x, y) (\cos \sigma_{1km} t + \sin \sigma_{1km} t) = \\ &= \sqrt{2} \zeta_{1akm} A(x, y) \sin \left(\frac{\pi}{4} + \sigma_{1km} t \right). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Из (2.1) следует, что при взаимодействии двух волн вида (1.4), когда $\sigma_{1km} = \sigma_{2km}$ и $\zeta_{1akm} = \zeta_{2akm}$, амплитуда результирующей

Таблица 1. Периоды мод сейшевых колебаний и максимальные значения модуля скорости волновых течений

Номер моды	k	m	Период, (ч)	V_{\max} , (м/с)
1	1	0	25,25	0,3
2	0	1	14,03	0,3
3	2	0	12,63	0,3
4	1	1	12,26	0,26
5	2	1	9,39	0,22
6	0	2	7,01	0,3
7	1	2	6,76	0,29
8	2	2	6,3	0,26

волны в $\sqrt{2}$ больше амплитуды взаимодействующих волн. При этом колебания уровня сохраняют периодический по времени характер и имеют период равный периоду взаимодействующих волн. Фаза колебаний смещается на $\pi/4$ относительно фазы ζ_{2km} и на $-\pi/4$ относительно фазы ζ_{1km} .

В случае, когда амплитуды взаимодействующих волн не равны между собой, ζ_{2akm} можно представить как

$$\zeta_{2akm} = \zeta_{1akm} + \Delta\zeta_{akm}. \quad (2.2)$$

С учетом (2.1), (2.2) имеем

$$\begin{aligned} \zeta_{3km}(x, y, t) = & \sqrt{2}\zeta_{1akm}A(x, y) \times \\ & \times \left(\sin\left(\frac{\pi}{4} + \sigma_{1kmt}\right) + \right. \\ & \left. + \Delta\zeta_{akm} \sin(\sigma_{1kmt}) \right). \quad (2.3) \end{aligned}$$

Таким образом, если $\zeta_{1akm} \neq \zeta_{2akm}$, то результирующее колебание также будет периодическим по времени. При этом на гармонику с амплитудой $\sqrt{2}\zeta_{1akm}$ будет накладываться гармоника с амплитудой $\Delta\zeta_{akm}$.

Для модуля скорости волновых течений при $\sigma_{1km} = \sigma_{2km}$ и $\zeta_{1akm} = \zeta_{2akm}$ из (1.17), (1.18) получим

$$\begin{aligned} V_{3km}(x, y, t) = & \sqrt{2}\zeta_{1akm} \sqrt{\frac{g}{h}} \times \\ & \times \sqrt{B^2(x, y) + C^2(x, y)} \times \\ & \times \sin\left(\sigma_{kmt} + \frac{\pi}{4}\right). \quad (2.4) \end{aligned}$$

Из этой формулы следует, что амплитуда модуля скорости волновых течений для рассмотренного случая в $\sqrt{2}$ больше амплитуды модуля скорости волновых течений взаимодействующих волн.

Расчеты были проведены для прямоугольного бассейна длиной 450 км, шириной 250 км, глубиной 10 м, являющегося приближенной моделью Азовского моря, имеющей его характерные размеры.

В табл. 1 приведены периоды для первых восьми мод сейшевых колебаний и соответствующие им максимальные значения модуля скорости волновых течений (для $\zeta_{\max} = 0,3$ м). Как видно из табл. 1, наибольший период (25,25 ч.) имеет первая мода. Периоды следующих трех мод значительно меньше: 14,03; 12,63; 12,26 ч. Отметим, что количество узловых линий уровня у каждой моды сейш равно сумме индексов $k+m$, число узловых линий, параллельных оси y , равно k , а параллельных оси x — m [11, 12]. Наибольшие скорости волновых течений имеют сейши, профили которых зависят только от одной координаты: ($k = 1, m = 0$); ($k = 0, m = 1$); ($k = 2, m = 0$); ($k = 0, m = 2$). При этом максимумы модулей скорости для этих мод равны друг другу и составляют 0,3 м/с. У мод сейшевых колебаний, профиль которых зависит от двух пространственных координат, максимумы модулей скорости меньше. Из всех рассмотренных здесь мод сейш данного вида наибольшую скорость волновых течений (0,57 м/с) имеет седьмая мода ($k = 1, m = 2$), а наименьшую равную 0,44 м/с — пятая мода ($k = 2, m = 1$). Максимальные волновые скорости четвертой ($k = 1, m = 1$) и восьмой ($k = 2, m = 2$) мод равны 0,52 м/с.

Примем следующие правила для индексов при функциях ζ, u, v , описывающих отклонения свободной поверхности и скорости волновых течений. Будем использовать двухзначную систему. Первый знак индекса задает вид движения: 1 соответствует случаю, когда

Таблица 2. Зависимости от времени изменений уровня в точке (0,0) и максимумов отклонений уровня

Δt	$\zeta_{11}(0,0)$ (м)	$\zeta_{21}(0,0)$ (м)	$\zeta_{31}(0,0)$ (м)	$\zeta_{11 \max}$ (м)	$\zeta_{21 \max}$ (м)	$\zeta_{31 \max}$ (м)	$\zeta_{14 \max}$ (м)	$\zeta_{24 \max}$ (м)	$\zeta_{34 \max}$ (м)
0	0,3	0	0,3	0,3	0	0,3	0,3	0	0,3
2	0,24	0,18	0,42	0,24	0,18	0,42	0,24	0,18	0,42
4	0,09	0,29	0,38	0,09	0,29	0,38	0,09	0,29	0,38
6	-0,1	0,29	0,19	0,1	0,28	0,19	0,1	0,28	0,19
8	-0,24	0,18	-0,06	0,24	0,18	0,06	0,24	0,18	0,06
10	-0,3	0	-0,3	0,3	0	0,3	0,3	0	0,3
12	-0,24	-0,18	-0,42	0,24	0,18	0,42	0,24	0,18	0,42
14	-0,09	-0,29	-0,38	0,1	0,29	0,38	0,1	0,29	0,38
16	0,09	-0,28	-0,19	0,09	0,28	0,19	0,09	0,28	0,19
18	0,24	-0,18	0,06	0,24	0,18	0,06	0,24	0,18	0,06
20	0,3	0	0,30	0,3	0	0,3	0,3	0	0,3

в начальный момент времени имеет место ненулевое отклонение уровня, а начальная скорость волновых течений равна нулю; 2 — начальное отклонение уровня равно нулю, а начальная скорость волновых течений ненулевая; 3 — соответствует сумме первых двух видов $\zeta_3 = \zeta_1 + \zeta_2$, $\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$. Второй знак индекса задает номер моды в соответствии с нумерацией в табл. 1.

В табл. 2 приведена зависимость от времени значений ζ_{11} , ζ_{21} , ζ_{31} для точки с координатами (0,0), расположенной в области максимальных по модулю колебаний уровня. При этом амплитуды ζ_{11} и ζ_{12} равны 0,3 м, а $\Delta t = \tau_{10}/20$. Как видно из этой таблицы, наличие ненулевой начальной скорости волновых течений приводит к тому, что, начиная от момента времени $t = 0$, уровень ζ_{31} в данной точке возрастает в течение промежутка времени равного 0,1 периода колебаний от 0,3 м до максимального значения равного 0,42 м. Затем он убывает до минимального значения (-0,42 м) в течение полупериода, а в следующие полупериода возрастает до максимального значения (0,42 м). При этом уровень изменяется по времени периодически.

Также в табл. 2 для первой и четвертой мод приведены зависимости максимумов отклонения уровня от времени. Как видно из этой таблицы, максимум уровня для ζ_{31} по времени меняется периодически и не обращается в ноль в течение всего периода. При этом $\zeta_{11 \max}$ и $\zeta_{12 \max}$ неоднократно за это время принимают нулевые значения. Так $\zeta_{11 \max} = 0$ при $t = 5\Delta t$ и при $t = 15\Delta t$, а $\zeta_{12 \max} = 0$ при

$t = 0$, $t = 10\Delta t$ и при $t = 20\Delta t$. Максимум уровня $\zeta_{31 \max}$, начиная с момента времени $t = 0$, в продолжении 0,1 периода возрастает от 0,3 м до своего наибольшего значения равного 0,42 м, затем он убывает в течение трех десятых периода до своего минимального значения — 0,06 м. После этого снова возрастает в течение одной восьмой периода до наибольшего значения. Максимум ζ_{11} убывает от наибольшего значения до нуля в течение первого полупериода, затем следующую четверть периода возрастает до наибольшего значения. Максимум ζ_{21} за первую четверть периода возрастает от нуля до наибольшего значения, а затем за следующую четверть периода убывает до нуля. Отметим, что наибольшее и наименьшее значения $\zeta_{31 \max}$ достигаются в моменты времени, когда $\zeta_{11 \max}$ имеет наибольшее значение. Таким образом, для случая, когда в начальный момент времени имеются ненулевые отклонение свободной поверхности и скорость волновых течений, уровень моря, начиная от момента времени $t = 0$, возрастает и достигает максимума через четверть периода. Аналогичный эффект, как показал анализ расчетов, наблюдается и для всех остальных рассмотренных мод сейш.

На рис. 1 для первой и четвертой мод показаны зависимости максимумов ζ_{31} (рис. 1а) и ζ_{34} (рис. 1б) от наибольших значений модуля скорости волновых течений $|\mathbf{v}_{21}|$ и $|\mathbf{v}_{24}|$, которые варьировались от 3 до 30 см/с. При этом амплитуды ζ_{11} и ζ_{14} задавались равными 0,3 м. Как видно из этого рисунка, с увеличением начальной скорости волновых тече-

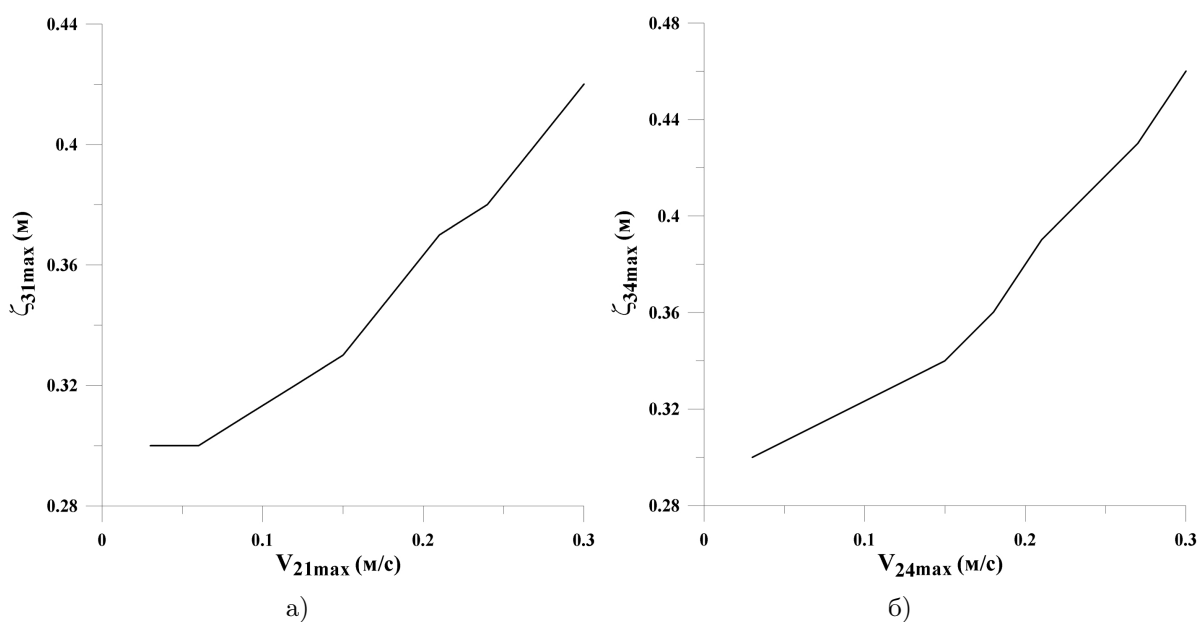


Рис. 1. Зависимости максимума отклонения уровня от максимального значения модуля начальной скорости волновых течений: а) первая мода, б) четвертая мода

ний возрастает максимум отклонения уровня. Этот рост имеет нелинейный характер. Так для первой моды (рис. 1а) при увеличении начальной скорости от 3 до 15 см/с отклонение уровня увеличивается на 3 см, а при увеличении скорости от 15 до 30 см/с максимум отклонения уровня увеличивается на 9 см. Всего при увеличении скорости в 10 раз максимум уровня первой моды увеличивается в 1,4 раза. Для четвертой моды движение жидкости зависит от двух пространственных координат и возрастание максимума отклонения уровня с ростом начальной скорости волновых течений происходит быстрее, чем для первой. При изменении начальной скорости от 3 до 15 см/с максимум уровня увеличивается на 4 см — с 30 до 34 см, а при изменении скорости от 15 до 30 см/с максимум уровня возрастает на 11 см — от 34 до 46 см. Таким образом, при увеличении начальной скорости в 10 раз максимальное значение уровня для четвертой моды возрастает в 1,53 раза.

Выделим следующие закономерности: для мод сейш, профиль которых зависит от двух пространственных координат, возрастание максимума отклонения уровня с увеличением начальной скорости волновых течений происходит быстрее. Чем больше начальная скорость волновых течений, тем быстрее с ее ростом увеличивается максимум уровня.

Анализ результатов расчетов показал, что наличие ненулевых начальных скоростей волновых течений и отклонений уровня качественно не изменяет пространственную структуру колебаний. Максимумы уровня и узловые линии таких сейш находятся в тех же областях, что и ζ_1 , ζ_2 , а форма свободной поверхности аналогична формам ζ_1 или ζ_2 .

В табл. 3 приведены зависимости максимумов модуля скорости волновых течений от времени для первой и четвертой мод. При этом $\zeta_{11\max} = \zeta_{21\max} = 0,3$ м и $\zeta_{14\max} = \zeta_{24\max} = 0,3$ м. Как видно из этой таблицы, максимум модуля скорости волновых течений первой моды в продолжение первой 0,1 периода возрастает от 0,3 м/с до наибольшего значения равного 0,41 м/с, затем убывает в продолжение четверти периода до минимального значения равного 0,07 м/с, следующую четверть периода максимум модуля скорости возрастает до наибольшего значения 0,41 м/с. Максимум модуля скорости четвертой моды ведет себя аналогичным образом. Но его наибольшее значение (0,37 м/с) на 12 % меньше наибольшего значения для первой моды. Наибольшие значения максимумов модуля скорости волновых течений для v_{31} больше на 41 % максимумов для v_{11} , v_{21} , а для v_{34} на 41 % больше максимумов для v_{31} , v_{32} .

Таблица 3. Зависимости максимумов модуля скорости волновых течений от времени

Δt	$\max(\mathbf{v}_{31}), (\text{м/с})$	$\max(\mathbf{v}_{34}), (\text{м/с})$
0	0,29	0,26
2	0,41	0,36
4	0,37	0,33
6	0,19	0,17
8	0,07	0,06
10	0,29	0,26
12	0,41	0,36
14	0,37	0,33
16	0,19	0,17
18	0,07	0,06
20	0,30	0,26

Было также установлено, что качественно пространственная структура волновых скоростей остается такой же, как и для случаев, когда в начальный момент времени имеют место только ненулевые отклонения уровня либо ненулевые начальные скорости волновых течений. Первую половину периода течение жидкости осуществляется в одну сторону, а следующую — в обратную. На рис. 2 приведены векторные поля скорости волновых течений для моды $k = 1$, $m = 0$ для $t = 0,3\tau_{10}$ (рис. 2а), $t = 0,75\tau_{10}$ (рис. 2б).

Выводы

Для сейшевых колебаний, когда в начальный момент времени имеют место ненулевые волновые течения, а отклонение уровня равно нулю, установлено следующее:

- сейши данного вида имеют такие же периоды и такую же пространственную структуру, как и сейши, которые в начальный момент времени имеют ненулевое отклонение уровня моря, а скорости волновых течений отсутствуют. При этом положения узловых линий уровня для обоих случаев совпадают. Отличия заключаются лишь в том, что по времени фазы колебаний уровня и скорости волновых течений сдвинуты на $\pi/2$.

В случае, когда в начальный момент времени имеют место ненулевые скорости волновых течений и отклонение свободной поверхности от невозмущенного уровня, установлено следующее:

- максимумы отклонения уровня и модуля волновой скорости в $\sqrt{2}$ раз больше амплитуд ζ_1, ζ_2 и $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ соответственно;

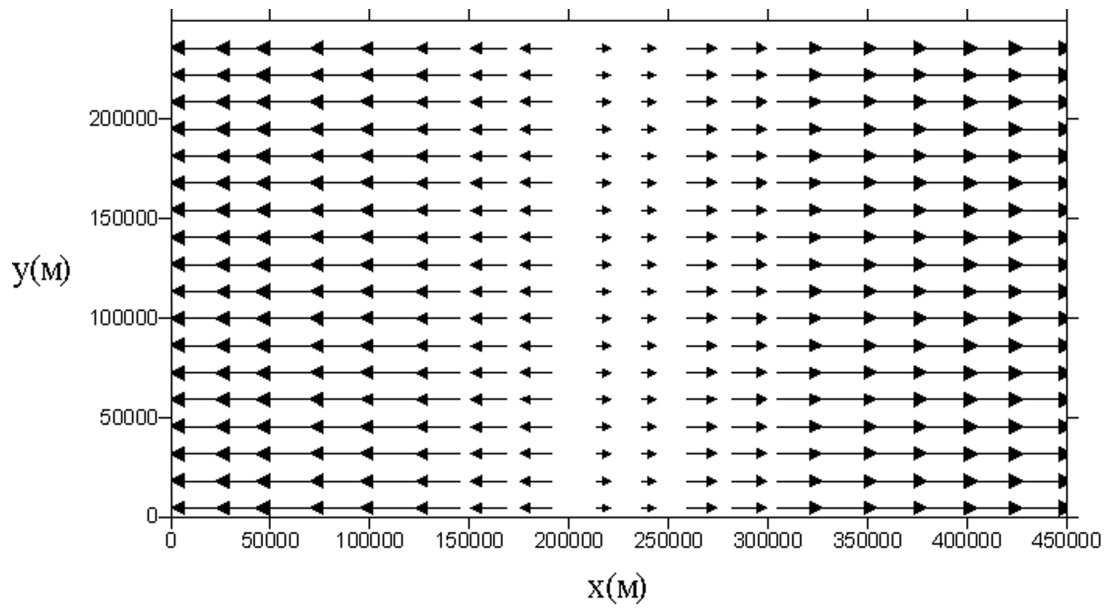
- на временном интервале ($0 \leq t \leq 0,1\tau$) максимумы уровня и модуля волновой скорости возрастают до своих наибольших значений;

- с увеличением начальной скорости волновых течений максимум отклонения уровня возрастает. Для сейш, профиль которых зависит от двух пространственных координат, возрастание максимума отклонения уровня с увеличением начальной скорости волновых течений происходит быстрее. Отметим, что при увеличении начальной скорости волновых течений в 10 раз (от 3 см/с до 30 см/с) максимум отклонения уровня возрастает для первой моды в 1,4 раза, а для четвертой моды — в 1,5 раза. При этом, чем больше начальная скорость волновых течений, тем быстрее с ее ростом увеличивается максимум уровня;

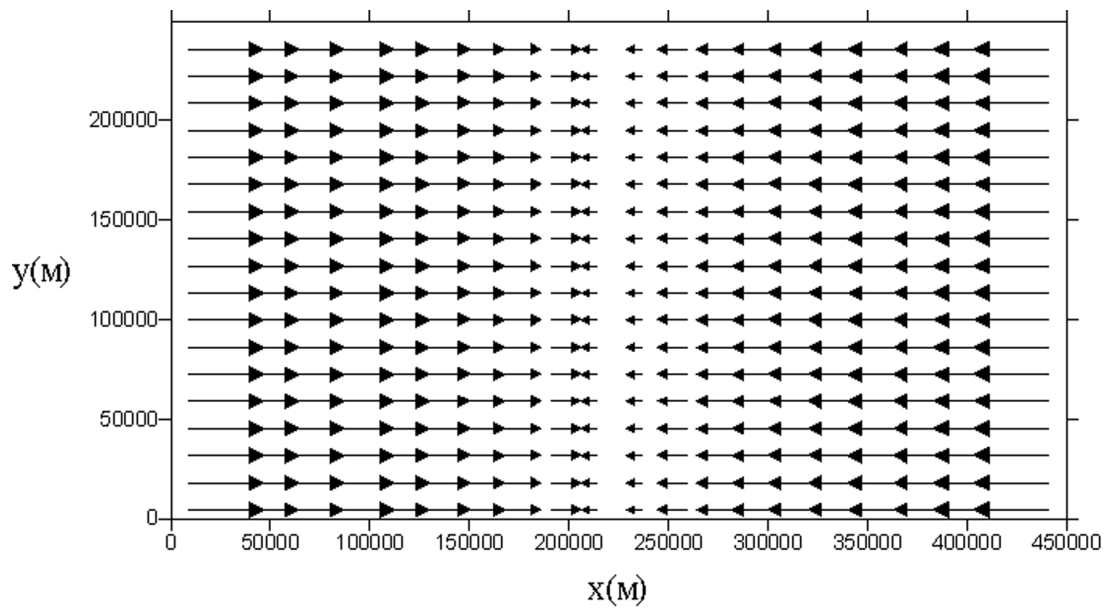
- наличие в начальный момент времени ненулевых скоростей волновых течений и отклонений свободной поверхности качественно не изменяет пространственную структуру колебаний и характер волновых течений. Максимумы уровня и узловые линии таких сейш находятся в тех же областях, что и у сейш, для которых в начальный момент времени не равны нулю только скорости волновых течений или только отклонения свободной поверхности. В продолжении половины периода ($0 \leq t < \tau/2$) направление течения остается постоянным, а затем изменяется на противоположное и сохраняется неизменным следующие полпериода ($\tau/2 \leq t \leq \tau$).

Литература

1. Океанографическая энциклопедия. Л.: Гидрометеиздат, 1980. 304 с.



а)



б)

Рис. 2. Векторные поля скорости волновых течений для первой моды: а) $t = 0,3\tau_{10}$, б) $t = 0,75\tau_{10}$

2. Dotsenko S.F., Ivanov V.A. Natural hazards in the Sea of Azov-the Black Sea region. Kyiv, Akademperiodyka. 2014. 190 p.
3. Еремеев В.Н., Коновалов А.В., Манилюк Ю.В., Черкесов Л.В. Моделирование длинных волн в Азовском море, вызываемых прохождением циклонов // *Океанология*. 2000. Т. 40. №5. С. 658–665.
4. Букатов А.Е., Завьялов Д.Д., Белокопытов В.Н., Соломаха Т.А. Численное моделирование динамики Азовского моря при прохождении циклонического атмосферного образования // *Метеорология и гидрология*. 2009. № 10. С. 45–53.
5. Доценко С.Ф., Миклашевская Н.А. Генерация сейш при перемещении барических образований // *Морской гидрофизический журнал*. 2007. № 6. С. 3–13.
6. Матишов Г.Г., Инжебейкин Ю.И. Численное исследование сейшевых колебаний уровня Азовского моря // *Океанология*. 2009. Т. 49. № 4. С. 485–493.
7. Филиппов Ю.Г. Свободные колебания Азовского моря // *Метеорология и гидрология*. 2012. № 2. С. 78–82.
8. Лабзовский Н.А. Непериодические колебания уровня моря. Л.: Гидрометеорологическое издательство, 1971. 238 с.
9. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. М.: Гостехиздат, 1956. Т. 1. 560 с.
10. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.
11. Черкесов Л.В., Манилюк Ю.В. Исследование свободных колебаний жидкости в ограниченном морском бассейне // *Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире: Материалы X международной научно-практической конференции*. С.-Петербург, 2015. С. 24–32.
12. Черкесов Л.В., Манилюк Ю.В. Свободные колебания жидкости в ограниченном морском бассейне // *Экология, экономика, информатика*. Сборник статей: в 3 т., Т. 2: Системный анализ и моделирование экономических и экологических систем. Ростов-на-Дону.: Издательство Южного федерального университета, 2015. С. 678–689.
- voln v Azovskom more, vyzyvayaemykh prohozhdeniem tsiklonov [Modeling the barotropic waves generatons by propagation of cyclonic in the Azov Sea]. *Okeanologiya* (Oceanology), 2000, vol. 40, no. 5, pp. 658–665. (In Russian)
4. Bukatov A.E., Zavyalov D.D., Belokopyitov V.N., Solomaha T.A. Chislennoe modelirovanie dinamiki Azovskogo morya pri prohozhdenii tsiklonicheskogo atmosfernogo obrazovaniya [Numerical simulation of the dynamics of the Sea of Azov with the passage of cyclonic atmospheric formation]. *Meteorologiya i gidrologiya* [Russian Meteorology and Hydrology]. 2009. no. 10, pp. 45–53. (In Russian)
5. Dotsenko S.F., Miklashevskaya N.A. Generatsiya seysh pri peremeschenii baricheskikh obrazovaniy [Generation of seiches by moving baric formations]. *Morskoy gidrofizicheskiy zhurnal* [Physical Oceanography]. 2007, no. 6, pp. 3–13. (In Russian)
6. Matishov G.G., Inzhebeykin Yu.I. Chislennoe issledovanie seyshevyykh kolebaniy urovnya Azovskogo moray [Numerical investigation of seiches level fluctuations in the Azov sea]. *Okeanologiya* (Oceanology). 2009, vol. 49, no. 4, pp. 485–493. (In Russian)
7. Fillipov Yu.G. Svobodnyie kolebaniya Azovskogo morya [Free liquid oscilation of the Azov sea]. *Meteorologiya i gidrologiya* [Russian Meteorology and Hydrology]. 2012, no. 2, pp. 78–82. (In Russian)
8. Labzovskiy N.A. *Neperiodicheskie kolebaniya urovnya moray* [Non-periodic sea level fluctuations]. Leningrad, Gidrometeorologicheskoe izdatelstvo Publ., 1971, 238 p. (In Russian)
9. Kochin N.E., Kibel, Roze N.V. *Teoreticheskaya gidromekhanika* [Theoretical hydromechanics]. Moscow, Gostehizda Publ., 1956, vol. 1, 560 p. (In Russian)
10. Sretenskiy L.N. *Teoriya volnovyykh dvizheniy zhidkosti* [The theory of wave motions of fluid]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 815 p. (In Russian)
11. Cherkesov L.V., Manilyuk Yu.V. Issledovanie svobodnykh kolebaniy zhidkosti v ogranichenom morskoy basseyne [Investigation of free liquid oscillations in a bounded marine basin]. In *Fundamentalnyie i prikladnyie issledovaniya v sovremennom mire: Materialy X mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Proc. of reports X international conf. “Fundamental and applied studies in the modern world”], S.-Peterburg, 2015, p. 24–32. (In Russian)
12. Cherkesov L.V., Manilyuk Yu.V. Svobodnyie kolebaniya zhidkosti v ogranichenom morskoy basseyne [Free liquid oscillations in bounded marine basin]. In *Ekologiya, ekonomika, informatika. Sbornik statey: v 3 t., T. 2: Sistemnyiy analiz i modelirovanie ekonomicheskikh i ekologicheskikh sistem* [Ecology, economy, Informat-

References

1. *Okeanograficheskaya entsiklopediya*. [Oceanographic encyclopedia]. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1980. 304 p. (In Russian)
2. Dotsenko S.F., Ivanov V.A. *Natural hazards in the Sea of Azov – the Black Sea region*. Kyiv, Akademperiodyka Publ., 2014, 190 p.
3. Eremeev V.N., Konovalov A.V., Manilyuk Yu.V., Cherkesov L.V. Modelirovanie dlinnykh

ics. Collection of articles: in 3 volumes, Vol. 2: Systems analysis and mathematical modeling of ecological and economic systems]. Rostov-on-

Don.: Izdatelstvo Yuzhnogo federalnogo universiteta Publ., 2015, p. 678–689. (In Russian)

Статья поступила 27 января 2016 г.

© Манилюк Ю. В., Черкесов Л. В., 2016