

УДК 539.37

## НЕЛИНЕЙНЫЙ ИЗГИБ РАЗРЫВНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНЫХ МЕМБРАН ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДАВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ

Ганеева М. С., Моисеева В. Е., Скворцова З. В.

NONLINEAR BENDING OF SPHERICAL SAFETY BURSTING DISKS UNDER  
THE LIQUID PRESSURE AND TEMPERATURE

Ganeeva M. S., Moiseeva V. E., Skvortsova Z. V.

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences,  
Kazan, 420111, Russia  
e-mail: zara-skvortsova@yandex.ru

*Abstract.* Stress strain state of thin spherical segments being under the pressure of the heated or cooled liquid on their concave surfaces has been investigated. The numerical analysis has been done in terms of their use as bursting safety disks. The numerical simulations were carried out depending on the environment temperature level, material characteristics and height of the bursting rod above the unstrained membrane pole; the results of these calculations have been obtained. It has been shown that a segment does not meet the conditions of actuation of the safety disks in the absence of constraints in a pole of the segment. A segment can be used as a safety bursting disk of the dangerously explosive apparatuses if there is a limited displacement in the segment pole. It has been found the segment is actuated at a lower pressure with increasing temperature at a constant height of a bursting rod. It is shown that in the calculation of the bursting disks, unlike the reverse buckling disks, pressure can be set without considering the interaction with the working environment. The completeness of account of the temperature dependence of the material properties to the calculation of the stress-strain state of a segment has been analyzed.

*Keywords:* safety bursting disks, spherical segment, pressure, temperature, nonlinear bending.

### 1. Постановка задачи и метод решения

Для конкретных рабочих условий разнообразных защищаемых аппаратов используются предохранительные мембраны различной конструкции, например, плоские разрывные, сферические хлопающие и сферические разрывные мембраны [1]. При высоком рабочем давлении во взрывоопасном аппарате используются разрывные предохранительные мембраны, которые выполняются в виде сферических сегментов и находятся под действием давления на вогнутую поверхность сегмента [1, 2]. В настоящей работе рассматривается нелинейный осесимметричный изгиб тонкого сферического сегмента под действием давления нагретой или охлажденной сжимаемой

рабочей среды на его вогнутую поверхность. Рассмотрены случаи, когда рабочие температуры существенно отличаются от начальной. Невесомая сжимаемая среда (газ) находится в герметически закрытой емкости с жесткими стенками. Давление в емкости создается медленной подачей газа. Оболочка в процессе деформации может взаимодействовать с цилиндрическим штоком радиуса  $r_0$ , расположенным на высоте  $d$  над полюсом недеформированной мембраны (рис. 1). Характеристики сферического сегмента:  $R$  — радиус срединной поверхности сферического сегмента,  $h$  — толщина,  $H_0$  — высота полюса по отношению к основанию,  $a$  — радиус основания. Вводятся координатные линии: мери-

Ганеева Музайна Сайтгареевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник лаборатории механики сплошной среды Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; e-mail: ganeeva@kfti.knc.ru.

Моисеева Валерия Евгеньевна, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник лаборатории механики сплошной среды Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; e-mail: ganeeva@kfti.knc.ru

Скворцова Зара Владимировна, канд. физ.-мат. наук, ученый секретарь Института механики и машиностроения Казанского научного центра РАН; e-mail: zara-skvortsova@yandex.ru

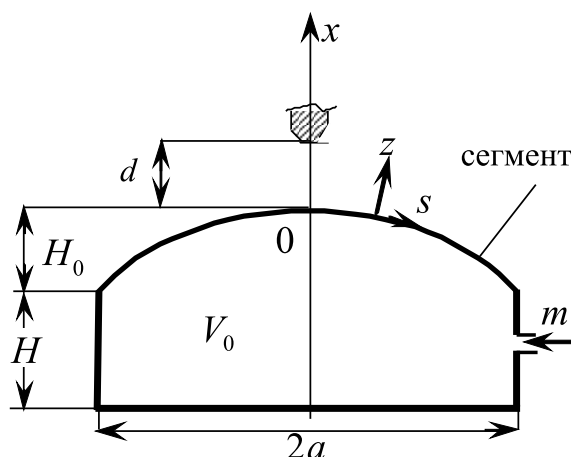


Рис. 1. Сферический сегмент под действием давления газа

дианы  $s$ ,  $0 \leq s \leq s_N$ ; внешняя нормаль  $z$  к срединной поверхности,  $-h/2 \leq z \leq h/2$ ;  $r = R \sin \theta$  — радиус параллели,  $0 \leq \theta \leq \theta_N$  — угол между осью вращения  $x$  и нормалью  $z$ . Характеристики газа:  $M_0$ ,  $V_0$ ,  $p_0$ ,  $T_0$  — масса, объем, давление и температура в ненапряженном состоянии сегмента соответственно;  $m$ ,  $V$ ,  $p$ ,  $T$  — масса дополнительно поданного в емкость газа, соответствующее изменение объема емкости и установившиеся в ней давление и температура. Температура сегмента совпадает с температурой газа. Принято, что давление  $p$  в емкости в процессе всего нагружения изменяется по адиабатическому закону [3]

$$p = p_0 \left( \frac{1 + m/M_0}{1 + V/V_0} \right)^\gamma, \quad (1.1)$$

где  $\gamma$  — коэффициент адиабаты.

Используются соотношения термосиловой задачи теории оболочек, описывающие осесимметричное, моментное геометрически и физически нелинейное напряженно-деформированное состояние (НДС) при умеренных поворотах [4] под действием давления на оболочку  $P = p - p_0$  и разности температур  $T - T_0$ . При существенном отличии рабочих температур мембраны от начальной температуры  $T_0$  возникает необходимость учета зависимости свойств материала от действующей температуры  $T$ . При этом в соотношениях термосиловой задачи нужно использовать средний коэффициент линейного температурного расширения в интервале  $[T_0, T]$  [5–7]. Напряжения через деформации представляются по теории малых упругопластических дефор-

маций [8] для сжимаемого материала с диаграммой линейного упрочнения с коэффициентом упрочнения  $\lambda$ , модулем упругости  $E$ , коэффициентом Пуассона  $\nu$ , пределом текучести  $\sigma_S$ , пределом прочности  $\sigma_B$ , коэффициентом линейного температурного расширения  $\alpha$  и средним коэффициентом линейного температурного расширения  $\tilde{\alpha}$ . В соотношениях задачи учтена зависимость характеристик материала от температур  $T_0, T$

$$E = E(T), \quad \sigma_S = \sigma_S(T), \quad (1.2)$$

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}(T_0, T).$$

У основания оболочки  $s = s_N$  рассматриваются условия жесткой заделки.

В работах [9–11] сформулирована нелинейная краевая задача изгиба круглых пластин и оболочек вращения под действием давления сжимаемой среды и температуры, в том числе с ограничением перемещения в полюсе, и предложен алгоритм её численного решения на основе пошагового процесса по параметру массы подаваемой в емкость среды  $m/M_0$ .

## 2. НДС сферического сегмента в зависимости от уровня температуры

Далее  $p_0$  принимается равным атмосферному давлению,  $T_0 = 20^\circ C$ . Характеристики материала сегмента из нержавеющей стали 12X18H10T в зависимости от температуры представлены в табл. 1. При вычислениях принято:  $a = 100$  мм,  $h = h_0 = 0,3$  мм,  $\bar{H}_0 = H_0/h = 60$ ,  $H = 2H_0$ ,  $\bar{s} = s/h$ ,  $\bar{s}_N = s_N/h = 340,49$ ,  $\gamma = 1,4$ ;  $E_0 = 2,03 \cdot 10^5$  МПа,  $\nu = 0,3$ ;  $\lambda = 0,9$ .

Таблица 1. Характеристики нержавеющей стали 12Х18Н10Т

$T^\circ, C$	-193	-103	-70	20	300	500
$E \cdot 10^{-5}, \text{МПА}$	2,12		2,09	2,03	1,74	1,53
$\sigma_S, \text{МПА}$	448		380	250		137
$\sigma_B, \text{МПА}$	1000			660		392
$\alpha(T) \cdot 10^5, 1/\text{град } C$	0,66	1,42		1,60	1,80	2,07
$\bar{\alpha}(T_0, T) \cdot 10^5, 1/\text{град } C$	1,32	1,49		1,58	1,72	1,79

В табл. 2 для трех этапов деформирования при нарастании подачи газа  $m$  в емкость представлены безразмерные параметры нагрузки  $P$ , значений прогиба  $w$  в полюсе оболочки и интенсивности напряжений  $\sigma_i = (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22})^{0,5}$  в полюсе  $s = 0$  и у основания  $s = s_N$  в зависимости от температуры. Введены обозначения:  $\sigma_i^+$  — интенсивность напряжений на поверхности  $z = h/2$ ,  $\sigma_i^-$  — интенсивность напряжений на поверхности  $z = -h/2$ . В таблице и далее в тексте используются безразмерные величины:  $\bar{m} = m/M_0$ ,  $\bar{P} = P/E_0$ ,  $\bar{w} = w/h$ ,  $\bar{\sigma}_i = \sigma_i/E_0$ ,  $\bar{\sigma}_S = \sigma_S/E_0$ ,  $\bar{\sigma}_B = \sigma_B/E_0$ ,  $\bar{z} = z/h$ . Из табл. 2 видно, что при малых нагружениях (на этапе I), когда основное действие на НДС сегмента оказывает температура, у заделанного основания возникают напряжения  $\bar{\sigma}_i > \bar{\sigma}_S$  как при охлаждении, так и нагреве, за исключением области  $T = T_0 = 20^\circ, T = 50^\circ C$ . При этом  $\bar{\sigma}_i$  с уменьшением охлаждения снижается до минимальных значений при температуре  $T_0$  и далее возрастает с ростом нагрева. При температуре  $T = 300^\circ C$  уже на начальном этапе нагружения возникают напряжения  $\bar{\sigma}_i > 2\bar{\sigma}_S$  при  $s = s_N$ . Далее с ростом подачи газа (ростом нагружения) напряжения возрастают и остаются наибольшими у заделанного основания. Необходимо отметить, что на этапах нагружений II, III с ростом температуры  $T$  интенсивность напряжений  $\bar{\sigma}_i$  монотонно снижается. Известно [1], что при срабатывании разрывных сферических мембран необходимо раскрытие их центральной части. В данной задаче центральная часть сегмента не является наиболее напряженной, поэтому такой сегмент без дополнительных приспособлений не отвечает условиям эксплуатации предохранительных мембран.

### 3. Изгиб сегмента с ограничением перемещения в полюсе

Далее представлены результаты вычислений для сферического сегмента с ограни-

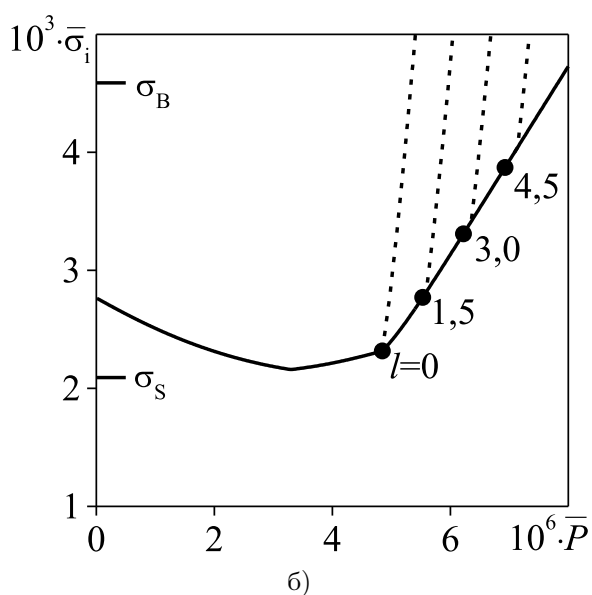
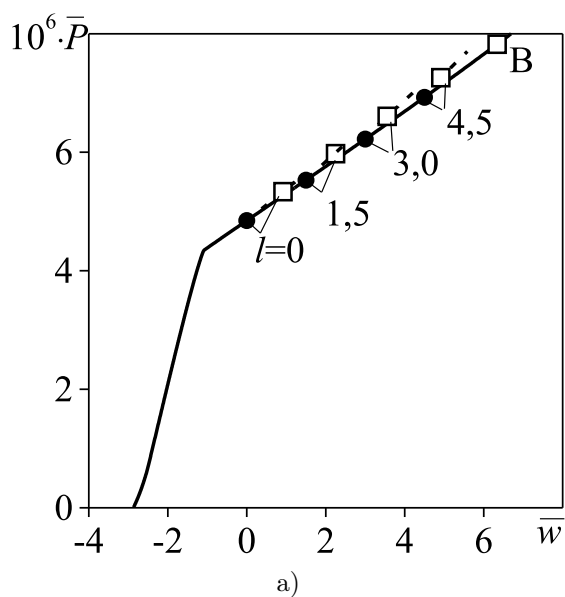
чением перемещения в его полюсе, когда в процессе деформирования оболочка встречается со штоком радиуса  $\bar{r}_0 = r_0/a = 0,01$  на высоте  $l = d/h$  над полюсом [2].

На рис. 2–4 представлены результаты вычислений НДС для сегментов при температуре  $T = -150^\circ, 20^\circ, 100^\circ C$ . На рис. 2а, 3а, 4а сплошная линия отражает зависимость параметра нагрузки  $\bar{P}$  от максимального значения прогиба  $\bar{w}$  (в полюсе) для оболочки без штока. На ней значком  $\bullet$  показан момент касания штоков  $l = 0 \div 5,8$ ,  $B$  — момент достижения  $\max_{s,z} \bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_B$ . Расстояние  $l$  задается для  $T = 20^\circ C$ . Для охлажденного сегмента в начале процесса нагружения высота полюса над основанием менее  $H_0$ , поэтому касание штока даже при  $l = 0$  происходит при ненулевом значении давления. Из точек касания штоков отходят зависимости параметра нагрузки  $\bar{P}$  от максимального значения прогиба  $\bar{w}$  (штриховые линии). На этих линиях значком  $\square$  показан момент достижения  $\max_{s,z} \bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_B$ . Следует отметить, что зависимости  $\bar{P}(\bar{w})$  при наличии штоков имеют ограниченную протяженность  $\bullet - \square$  и мало отходят от зависимости для оболочки без штока для всех рассмотренных температур  $T$ . Видно, что для фиксированных значений  $l$  с ростом температуры снижается уровень давления, при котором достигается предел прочности материала предохранительной мембраны.

На рис. 2б, 3б, 4б даны зависимости максимальной интенсивности напряжений  $\bar{\sigma}_i$ , достигаемой на внутренней лицевой поверхности  $z = -h/2$ , от параметра нагрузки  $\bar{P}$ . Сплошная линия соответствует НДС сегментов без штока, в которых  $\max_{s,z} \bar{\sigma}_i$  всегда наблюдается у основания  $r = a$ . После встречи сегментов со штоками НДС оболочек имеет сложный характер. При расположении штока непосредственно над сегментом ( $l = 0$ )  $\max_{s,z} \bar{\sigma}_i$  всегда наблюдается у штока  $r = r_0$  (штри-

Таблица 2. НДС сферического сегмента в зависимости от уровня температуры

Этапы	$T^{\circ}\text{C}$	-150	-100	-50	20	50	100	150	200	300
$I \ 10^6 \cdot \bar{P} \approx 0,08$	$10 \cdot \bar{m}$	0,990	1,070	1,110	<b>1,200</b>	1,220	1,280	1,350	1,400	1,500
	$10^6 \cdot \bar{P}$	0,081	0,083	0,083	<b>0,083</b>	0,083	0,082	0,083	0,083	0,083
	$\bar{w}$	-2,814	-2,037	-1,184	<b>0,030</b>	0,552	1,413	2,242	3,051	4,552
	$10^3 \cdot \bar{\sigma}_i^+, s=0$	0,038	0,040	0,040	<b>0,039</b>	0,039	0,039	0,040	0,039	0,040
	$10^3 \cdot \bar{\sigma}_i^-, s=s_N$	2,742	2,320	1,789	<b>0,080</b>	1,077	1,482	1,759	1,959	2,234
$II \ \max_{s,z} \bar{\sigma}_i = 2\bar{\sigma}_S$	$10 \cdot \bar{m}$	64,43	60,30	53,44	<b>38,31</b>	35,27	26,44	14,32	4,25	1,500
	$10^6 \cdot \bar{P}$	7,315	6,715	5,759	<b>3,802</b>	3,431	2,440	1,159	0,290	0,083
	$\bar{w}$	5,306	5,257	4,948	<b>3,795</b>	3,599	2,435	2,645	3,108	4,552
	$10^3 \cdot \bar{\sigma}_i^+, s=0$	3,332	3,068	2,648	<b>1,779</b>	1,612	1,163	0,554	0,387	0,040
	$10^3 \cdot \bar{\sigma}_i^-, s=s_N$	4,182	3,908	3,440	<b>2,462</b>	2,396	2,278	2,165	2,045	2,234
$III \ \max_{s,z} \bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_B$	$10 \cdot \bar{m}$	68,15	62,95	56,84	<b>46,58</b>	44,08	39,00	32,49	23,88	8,400
	$10^6 \cdot \bar{P}$	7,822	7,069	6,199	<b>4,796</b>	4,471	3,834	3,060	2,104	0,608
	$\bar{w}$	6,339	5,998	5,908	<b>6,161</b>	6,140	5,852	5,129	4,014	4,796
	$10^3 \cdot \bar{\sigma}_i^+, s=0$	3,524	3,204	2,822	<b>2,192</b>	2,050	1,772	1,435	1,006	0,291
	$10^3 \cdot \bar{\sigma}_i^-, s=s_N$	4,587	4,195	3,802	<b>3,258</b>	3,169	3,031	2,895	2,761	2,483
$10^3 \cdot \bar{\sigma}_S$		2,091	1,954	1,720	<b>1,231</b>	1,198	1,139	1,081	1,023	0,907
$10^3 \cdot \bar{\sigma}_B$		4,588	4,195	3,802	<b>3,251</b>	3,169	3,031	2,894	2,756	2,483

Рис. 2.  $T = -150^{\circ}\text{C}$

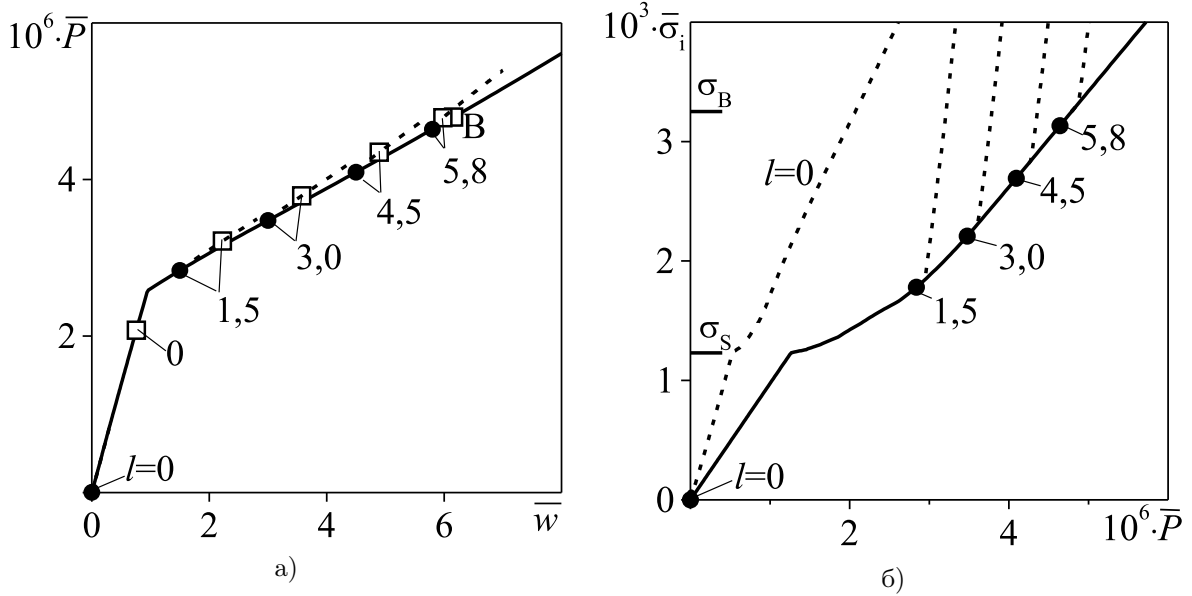


Рис. 3.  $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

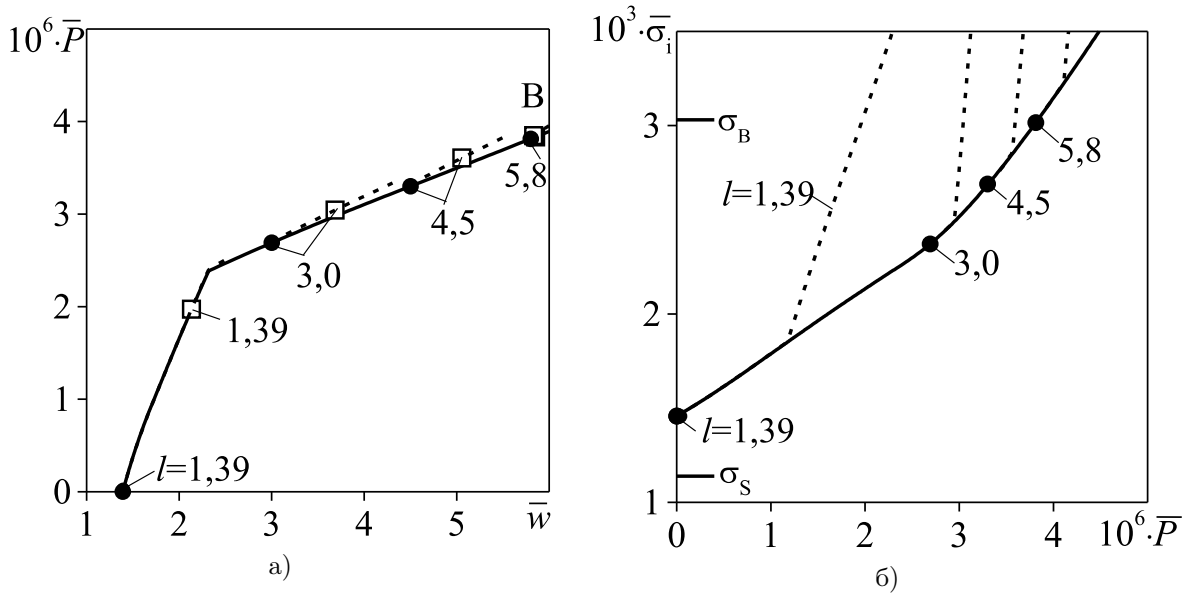
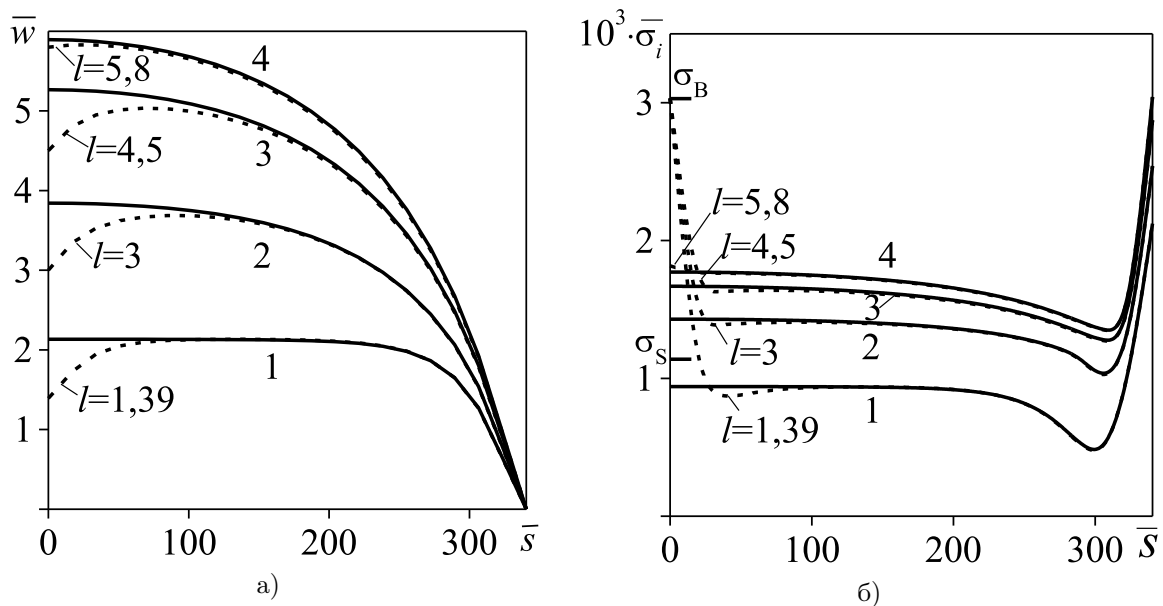


Рис. 4.  $T = 100 \text{ }^\circ\text{C}$

Рис. 5.  $T = 100^\circ\text{C}$ 

ховая линия  $l = 0$ ,  $T = -150^\circ$ ,  $20^\circ\text{C}$ ). При наличии приподнятых штоков ( $l = 1,5 \div 4,5$  при  $T = -150^\circ\text{C}$ ,  $l = 1,5 \div 5,8$  при  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $l = 1,39 \div 5,8$  при  $T = 100^\circ\text{C}$ ) максимальная интенсивность напряжений в момент касания (значок  $\bullet$ ) наблюдается у основания и превосходит предел текучести. С нарастанием нагрузки  $\max_{s,z} \bar{\sigma}_i$  перемещается к штоку (штриховые линии  $l = 1,5 \div 4,5$ ,  $T = -150^\circ\text{C}$ ;  $l = 1,5 \div 4,5$ ,  $T = 20^\circ\text{C}$ ;  $l = 1,39 \div 4,5$ ,  $T = 100^\circ\text{C}$ .) Предел прочности материала  $\max_{s,z} \bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_B$  достигается у штока. Из рис. 2б, 3б, 4б видно, что контакт со штоками вызывает резкое возрастание напряжений в окрестности штоков.

На рис. 5 ( $T = 100^\circ\text{C}$ ) и на рис. 6 ( $T = -150^\circ\text{C}$ ) изображены эпюры прогиба  $\bar{w}$  и интенсивности напряжений  $\bar{\sigma}_i$  на поверхности  $z = -h/2$  по меридиану для значений параметра нагрузки, соответствующих этапу достижения предела прочности  $\max_{s,z} \bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_B$  оболочками со штоком (штриховые линии). При этом для оболочки без штока (сплошные линии)  $\max_{s,z} \bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_B$  достигается при  $\bar{P}_4 = 3,85 \cdot 10^{-6}$  для  $T = 100^\circ\text{C}$  и  $\bar{P}_4 = 7,82 \cdot 10^{-6}$  для  $T = -150^\circ\text{C}$ . Из рис. 5а, 6а видно, что при отсутствии штока  $\max_{s,z} \bar{w}$  наблюдается в полюсе, при наличии штоков — на некотором удалении от штока. В результате взаимодействия оболочки со штоком как

при нагреве, так и при охлаждении (рис. 5б, 6б) возникает значительная концентрация напряжений в малой окрестности области контакта.

Исследовано влияние полноты учета зависимости характеристик материала от температуры на НДС сферического сегмента с ограничением перемещения в полюсе. Наряду с полным учетом (1.2) известны приближенные подходы, в которых принимается

$$\alpha = \alpha(T), E = E(T), \quad \sigma_S = \sigma_S(T) \quad (3.1)$$

или зависимость характеристик материала от температуры не учитывается

$$\alpha = \alpha(T_0), E = E(T_0), \quad \sigma_S = \sigma_S(T_0). \quad (3.2)$$

В табл. 3 приведены сравнительные данные для трёх подходов. Представлены значения нагрузки достижения предела прочности материала  $\max_{s,z} \bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}_B$  и соответствующего прогиба при температурах  $T = -150^\circ\text{C}$ , для которой  $\bar{\sigma}_B = 4,588 \cdot 10^{-3}$ , и  $T = 100^\circ\text{C}$ , для которой  $\bar{\sigma}_B = 3,031 \cdot 10^{-3}$ . Различия результатов, полученных при полном и приближенном выборе зависимостей характеристик материала, наиболее выражены при криогенной температуре  $T = -150^\circ\text{C}$ , для которой разность  $\tilde{\alpha} - \alpha$  максимальна. При этом различия значений нагрузки достигают 43 % при сравнении подходов (1.2) и (3.2), не превышают 6 % при сравнении подходов (1.2) и (3.1). При

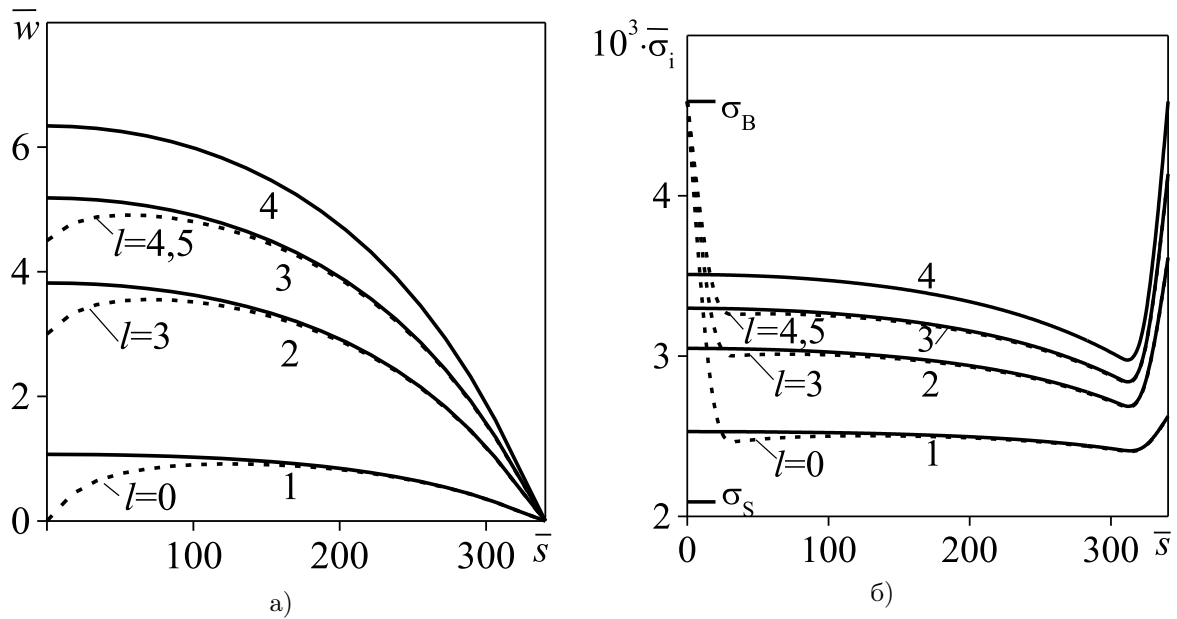


Рис. 6.  $T = -150^\circ\text{C}$

Таблица 3. НДС сферического сегмента при достижении предела прочности в зависимости от выражений характеристик материала

Выражения характеристик материала	(2)	(3)	(4)	(2)	(3)	(4)	(2)	(3)	(4)	
$T = -150^\circ\text{C}$	$l$	0,0			3,0			4,5		
	$10^6 \cdot \bar{P}$	5,335	5,057	4,052	6,606	6,339	5,189	7,257	6,987	5,780
	$\bar{w}$	0,916	0,968	1,314	3,555	3,615	3,891	4,912	4,966	5,220
$T = 100^\circ\text{C}$	$l$	1,391			3,0			4,5		
	$10^6 \cdot \bar{P}$	1,971	2,063	2,020	3,044	3,064	3,242	3,596	3,614	3,819
	$\bar{w}$	2,132	2,119	2,075	3,687	3,684	3,618	5,035	5,029	4,964

$T = 100^\circ\text{C}$  различия между результатами не превышают 7 % при сравнении подходов (3.2) и (1.2), 6 % — при сравнении подходов (3.1) и (1.2).

Были выполнены расчеты также для случая менее сжимаемой рабочей среды ( $\gamma = 7$  — условная газожидкостная смесь) и для случая пошагового нагружения сегмента заданным давлением. Результаты вычислений полностью совпали для всех вариантов, т.е. в рассмотренной задаче можно задавать давление на сегмент без учета взаимодействия с рабочей средой. Отсутствие зависимости НДС от свойств рабочей среды объясняется тем, что процесс деформирования разрывных мембран является монотонным, их срабатывание не связано с потерей устойчивости. Напротив, как показано в [10], сжимаемость рабочей среды значительно влияет на деформирование

хлопающих мембран, которые находятся под действием давления с выпуклой стороны и при срабатывании претерпевают осесимметричную потерю устойчивости.

### Закключение

Таким образом, численно исследовано нелинейное деформирование сферического сегмента под действием давления охлажденной или нагретой сжимаемой среды на вогнутую поверхность. Показано, что при отсутствии ограничения в полюсе сегмент не отвечает условиям срабатывания предохранительных мембран. При наличии ограничения перемещения в полюсе сегмент может быть применен в качестве предохранительной мембраны взрывоопасного аппарата. Установлено, что с повышением температуры при неиз-

менной высоте разрывающего штока мембрана срабатывает при меньшем давлении.

Показано, что при расчете разрывных мембран, в отличие от хлопающих, можно задавать давление без учета взаимодействия с рабочей средой.

Проанализировано влияние полноты учета зависимости характеристик материала от температуры на результаты расчета НДС сегмента. В рассмотренном интервале температур от  $-150\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  в соотношениях допустимо использование коэффициента линейного температурного расширения  $\alpha$  вместо среднего коэффициента линейного температурного расширения  $\bar{\alpha}$  в интервале температур  $[T_0, T]$ , а в рассмотренной зоне повышенных температур приемлемую точность дает расчет без учета зависимости характеристик материала от температуры.

### Литература

1. Ольховский Н.Е. Предохранительные мембраны. М: Химия, 1976. 149 с.
2. Ганеева М.С., Ильгамов М.А., Моисеева В.Е. Нелинейный изгиб разрывных сферических предохранительных мембран // Вестник Башкирского университета. 2011. Т. 16, № 1. С. 11–15.
3. Ильгамов М.А. Статические задачи гидроупругости. Казань: ИММ КазНЦ РАН, 1994. 208 с.
4. Ганеева М.С. Термосиловая задача в геометрически и физически нелинейной теории нетонких и тонких оболочек / Казань: КФТИ КФАН СССР, 1985. 126 с. Деп. в ВИНТИ 24.06.85, №4459-85Деп.
5. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. Киев: Наук. думка, 1970. 307 с.
6. Безухов Н.И., Бажанов В.Л., Гольденблат И.И., Николаенко Н.А., Синюков А.М. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур. М.: Машиностроение, 1965. 567 с.
7. Ганеева М.С., Косолапова Л.А. О соотношениях закона Гука в температурной задаче упругого твердого тела // Труды XVII Межд. конф. по теории оболочек и пластин. Т. 1. Казань: Изд-во Казанск. гос. ун-та, 1996. С. 33–37.
8. Ильюшин А.А. Пластичность. Ч. I. Упруго-пластические деформации. М.-Л.: Гостехтеориздат, 1948. 376 с.
9. Ганеева М.С., Ильгамов М.А., Моисеева В.Е. Нелинейный изгиб плоских предохранительных мембран под действием давления жидкости и температуры // Известия Уфимского научного центра РАН. 2014, № 2. С. 41–47.
10. Ганеева М.С., Моисеева В.Е., Скворцова З.В. Хлопающие предохранительные мембраны под действием давления жидкости и температуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014, № 6. С. 37–44.
11. Ганеева М.С., Ильгамов М.А., Моисеева В.Е. Устойчивость сферического сегмента, нагруженного давлением сжимаемой жидкости // Проблемы прочности и пластичности. Межвузовский сборник. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2009. Вып. 71. С. 71–76.

### References

1. Olhovskij N.E. *Predokhranitelnye membrany* [Protective Membranes]. Moscow, Chemistry Publ., 1976, 149 p.
2. Ganeeva M.S., Ilgamov M.A., Moiseeva V.E. Nelineyni izgib razryvnykh sfericheskikh predokhranitelnykh membran [Nonlinear bending of bursting spherical safety membranes]. *Vestnik Bashkirskogo universiteta* [Bulletin of the Bashkir University], 2011, vol. 16, no. 1, pp. 11–15.
3. Ilgamov M.A. *Sticheskie zadachi gidrouprugosti* [Static Problems of Hydroelasticity]. Kazan: Ime KazSc RAS, 1994, 208 p.
4. Ganeeva M.S. *Termosilovaya zadacha v geometricheski i fizicheski nelineinoi teorii netonkikh i tonkikh obolochek* [Temperature and Force Problem in Geometrically and Physically Nonlinear Theory of Thin and Non-Thin Shells]. Kazan: Kazan Physicotechn. Inst. Kazan Branch USSR Acad. Sci., 1985, Available from VINITI, 1985, no. 4459-85.
5. Kovalenko A.D. *Osnovy termouprugosti* [Foundations of Thermoelasticity]. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1970, 307 p.
6. Bezuhov N.I., Bazhanov V.L., Goldenblat I.I., Nicolaenko N.A., Siniukov A.M. Raschety na prochnost', ustoychivost' i kolebaniya v usloviyakh vysokikh temperatur [Strength, stability and vibration calculations under high temperatures]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1965, 567 p.
7. Ganeeva M.S., Kosolapova L.A. O sootnosheniakh zakona Hooke v temperaturnoi zadache uprugogo tverdogo tela [About Hooke's Law Relations in the Temperature Problem of Elastic Solid]. *Trudy XVII Mezhd. konf. po teorii obolochek i plastin* [Proc. of the XVII Int. Conf. on the Theory of Shells and Plates]. Kazan, Kazan State University Publ., 1996, vol. 1, pp. 33–37.
8. Iliushin A.A. *Plastichnost. Ch. I. Uprugo-plasticheskie deformatsii* [Plasticity. Part I. Elastic-plastic deformations]. Moscow, Leninrad, Gostehtheorizdat Publ., 1948. 376 p.
9. Ganeeva M.S., Ilgamov M.A. and Moiseeva V.E. Nelineyni izgib ploskikh predokhranitel'nykh



- membran pod deistviem davleniya zhigcosti i temperaturi [Nonlinear bending of plane safety membranes under the action of liquid pressure and temperature], *Izv. Ufimsk. Nauchn. Tsentra Ross. Akad. Nauk* [Bull. of the Ufa Scientific Center of RAS], 2014, no. 2, pp. 41–47.
10. Ganeeva M.S., Moiseeva V.E., Skvortsova Z.V. Reverse Buckling Disks under Liquid Pressure and Temperature. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2014, vol. 43, no. 6, pp. 482-489.
11. Ganeeva M.S., Ilgamov M.A., Moiseeva V.E. Ustoichivost' sfericheskogo segmenta, nagruzhennogo davleniem szhimaemoi zhidkosti [Stability of spherical segment loaded by the force of compressed liquid]. *Problemy prochnosti i plastichnosti. Mezhvuzovskii sbornik* (Strength and Plasticity Problems. Interuniversity Collection of Papers), Nizhni Novgorod, Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, 2009, iss. 71, pp. 71–76.

---

Статья поступила 27 апреля 2016 г.

© Ганеева М. С., Моисеева В. Е., Скворцова З. В., 2016