

УДК 539.37

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОГО НАБОРА УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ ОРТОТРОПНОГО КОМПОЗИТА ПО ИНФОРМАЦИИ О СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТАХ НАБОРА ОБРАЗЦОВ

Соловьев А. Н., Шевцов М. Ю.

DETERMINATION OF THE FULL SET OF ELASTIC CONSTANTS OF ORTHOTROPIC COMPOSITE FROM INFORMATION ON THEIR OWN FREQUENCIES FOR SET OF SAMPLES

Soloviev A. N., Shevtsov M. Y.

Don State Technical University, Rostov-on-Don, 344010, Russia
e-mail: solovievarc@gmail.com

Abstract. Problems arise when considering new types of materials, led the development of several new measuring techniques, as well as the adaptation of existing methods. One such approach is the combination of evolutionary algorithms with the method of solving direct problems, such as the finite element method (FEM), and others. One of the ways to describe the mechanical behavior of composite materials is the transition to the effective elastic properties. At the same time, depending on the microstructure of the composite material with advantageous properties can have a certain symmetry and described as part of a transversely isotropic, orthotropic, etc. material. In this paper, we consider several methods for determining the elastic constants of anisotropic material. In particular, described as experimental and analytical as well as experimental and numerical methods. We consider the natural oscillations of the plates with a variety of securing conditions, and determine a set of resonance frequencies, which is additional information for solving inverse problems. These natural frequencies are analytical or numerical solution using the finite element method. The inverse coefficient problem of determining the elastic constants is achieved by minimizing the residual functional system of nonlinear algebraic equations. As an example, we consider orthotropic material from which the cut three rectangular plate in a plane orthogonal to the crystallographic axes. Each plate is pivotally secured and conducted an experiment to determine the first three natural frequencies. Experimental measurement of resonance frequencies of vibration of its own in this paper is replaced by their numerical calculation in the complexes FlexPDE and ANSYS. The described methods allow us to determine the elastic constants of anisotropic material, in the case of experimental and numerical method, with an error equal to the measurement error, or less than 1 % for the experimental and numerical method.

Keywords: genetic algorithm, finite element method, non-destructive testing, the elastic constants, anisotropic material

Введение

На протяжении многих лет пристальное внимание уделялось разработке методов измерения упругих констант и их применению к широкому спектру материалов. Проблемы, возникающие при рассмотрении новых видов материалов, определили развитие ряда новых методик измерения, а также адаптации существующих методов. Одним из таких подходов является сочетание эволюционных алгоритмов и методов решения прямых задач, таких

как метод конечных элементов (МКЭ) и др. Частично данный подход освещается в ниже-следующих научных работах.

В работе [1] генетический алгоритм (ГА) используется для минимизации невязки между экспериментальными и расчетными значениями смещений для определения модуля Юнга и коэффициента Пуассона. Исследование [2] описывает численный метод определения упругих постоянных, основанный на применении гибридного ГА. Работа [3] описывает совмещение ГА с методом наименьших

Соловьев Аркадий Николаевич, д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики Донского государственного технического университета, профессор кафедры математического моделирования Южного федерального университета; e-mail: solovievarc@gmail.com.

Шевцов Михаил Юрьевич, аспирант кафедры теоретической и прикладной механики Донского государственного технического университета; e-mail: mesouug@gmail.com

квадратов для решения задачи определения свойств композитного материала. Основная цель исследования [4] заключается в обеспечении простого процесса определения параметров для большинства законов состояния гиперупругих материалов в биомеханике мягких тканей. Цель работы [5] — описание концепции использования ГА для оптимизации компоновки композитных конструкций. Работа [6] описывает метод оптимизации для идентификации параметров материала композитных структур с помощью минимизации невязки между экспериментальными и расчетными значениями. В публикации [7] предлагается метод определения свойств материала функционально-градиентного цилиндра с применением ГА. В исследовании [8] представлен эволюционный метод для определения ненагруженного периода решетки, необходимого для расчета остаточного напряжения внутри сварного шва состаренного алюминиевого сплава *AA2024*. В [9] описывается реконструкция свойств жесткости композитных материалов, армированных однонаправленным волокном из данных направленной под углом ультразвуковой волны, используя обратный метод, основанный на ГА. В [10] излагается обзор подходов доступных для определения упругих постоянных анизотропных твердых тел с особым акцентом на методах включающих измерение скоростей объемных акустических волн. В публикации [11] исследуется распространение неосесимметрично направленной волны в цилиндрических анизотропных структурах в диапазоне частот до 1 МГц. Основная цель — экспериментальное определение линейно упругих свойств материала неразрушающим способом. В [12] предлагается гибридно-обратный метод анализа для идентификации нелинейных материальных параметров композита. Работа [13] предлагает подход к неразрушающему исследованию упругих свойств ламинированных пластин на основе пьезоэлектрически индуцированных упругих волноводов и лазерной доплеровской виброметрии. Авторы [14] описывают метод реконструкции девяти коэффициентов жесткости двух различных композиционных материалов, реализованный путем минимизации функционала невязки между измеренными и рассчитанными фазовыми скоростями волн Лэмба. В работе [15] исследуются механические свойства полимеркомпозитного материала лонжерона лопасти вертолета. Полный

набор упругих постоянных находится на основе ряда экспериментов и уточняется с помощью ГА, минимизирующего невязку между измеренными и рассчитанными частотами представительного объема армированного композита в виде параллелепипеда.

В данной работе рассмотрено несколько методов определения упругих констант анизотропного материала. Описаны как экспериментально-аналитические, так и экспериментально-численные методы. Рассматриваются собственные колебания пластин с различными условиями закрепления и определяется набор резонансных частот, используемый в качестве дополнительной информацией для решения обратной коэффициентной задачи. Эти собственные частоты находятся аналитически или в результате численного решения с помощью МКЭ. Обратная коэффициентная задача определения упругих постоянных решается на основе минимизации функционала невязки системы нелинейных алгебраических уравнений.

1. Постановка прямой и обратной задачи

1.1. Обобщенный закон Гука

Одним из способов описания механического поведения композиционных материалов является переход к эффективным упругим свойствам [16]. При этом в зависимости от микроструктуры композита материал с эффективными свойствами может обладать определенной симметрией и описываться в рамках трансверсально изотропного, ортотропного и т.п. материала. Обобщенный закон Гука для линейно упругого материала может быть записан следующим образом:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl},$$

где σ_{ij} — элементы тензора напряжений, ε_{kl} — тензора деформаций. Для изотропного материала тензор C_{ijkl} содержит только два независимых коэффициента. Далее рассматривается ортотропный материал, упругие свойства которого в декартовой прямоугольной системе координат *Oxyz*, описываются 9-тью константами следующим образом [17]:

$$\mathbf{A} = \mathbf{B}\mathbf{C}, \quad (1.1)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{xz} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}.$$

Предлагаемый ниже метод определения полного набора упругих постоянных ортотропного тела опирается на аналитическое и численное решение задач для пластин, срединные плоскости которых параллельны координатным плоскостям. Двухосное напряженное состояние этих пластин и связь напряжений с деформациями получаются на основе предположения $\sigma_x = 0$ (для пластины параллельной плоскости Oyz). Разрешая первое уравнение системы (1.1) относительно ε_x

$$\varepsilon_x = -\frac{C_{12}\varepsilon_y + C_{13}\varepsilon_z}{C_{11}}, \quad (1.2)$$

подставим соотношения (1.2) во второе и третье уравнения (1.1). Добавляя четвертое уравнение из системы (1.1), получим определяющие соотношения для рассматриваемой пластины

$$\sigma_y = \left(-\frac{C_{12}^2}{C_{11}} + C_{22} \right) \varepsilon_y + \left(-\frac{C_{12}C_{13}}{C_{11}} + C_{23} \right) \varepsilon_z, \quad (1.3)$$

$$\sigma_z = \left(-\frac{C_{12}C_{13}}{C_{11}} + C_{23} \right) \varepsilon_y + \left(-\frac{C_{13}^2}{C_{11}} + C_{33} \right) \varepsilon_z, \quad (1.4)$$

$$\tau_{yz} = 2C_{44}\varepsilon_{yz}. \quad (1.5)$$

Повторяя аналогичные действия для пластин, параллельных плоскости Oxz ($\sigma_y = 0$) и Oxy ($\sigma_z = 0$), получим связь между напряжениями и деформациями для этих пластин.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha_{x1} &= C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}}; \\ \alpha_{xy1} &= C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}}; \\ \alpha_{y1} &= C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}}; \\ \alpha_{x2} &= C_{11} - \frac{C_{12}^2}{C_{22}}; \\ \alpha_{xz2} &= -\frac{C_{12}C_{23}}{C_{22}} + C_{13}; \\ \alpha_{z2} &= -\frac{C_{23}^2}{C_{22}} + C_{33}; \\ \alpha_{y3} &= -\frac{C_{12}^2}{C_{11}} + C_{22}; \\ \alpha_{yz3} &= -\frac{C_{13}C_{12}}{C_{11}} + C_{23}; \\ \alpha_{z3} &= C_{33} - \frac{C_{13}^2}{C_{11}}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

1.2. Уравнение изгиба анизотропной пластинки

Уравнение колебаний анизотропной пластины параллельной плоскости Oxy имеет вид [18]

$$D_{x1} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H_{b1} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{y1} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (1.7)$$

где w — поперечное смещение;

$$D_{x1} = \frac{\alpha_{x1}h^3}{12}; \quad D_{y1} = \frac{\alpha_{y1}h^3}{12};$$

$$D_{xy1} = \frac{C_{44}h^3}{12};$$

$$H_{b1} = \frac{1}{12}\alpha_{xy1}h^3 + \frac{1}{6}C_{44}h^3.$$

Граничные условия:

Если край $x = \text{const}$ пластинки свободен от внешних сил, то отсутствует момент и обобщенная поперечная сила:

при $x = \text{const}$:

$$D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\alpha_{xy1}h^3}{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (H - 2D_{xy}) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] = 0. \quad \text{где}$$

Если криволинейный край пластинки шарнирно оперт, то перемещение и момент равны нулю. В случае прямолинейных краев, параллельных координатным осям, будем иметь:

$$\text{при } x = \text{const: } w = 0, D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0;$$

$$\text{при } y = \text{const: } w = 0, D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0.$$

Если криволинейный край пластинки жестко защемлен, то $w = 0$, $\partial w / \partial n = 0$. В случае прямолинейных краев, параллельных координатным осям:

$$\text{при } x = \text{const: } w = 0, \frac{\partial w}{\partial x} = 0;$$

$$\text{при } y = \text{const: } w = 0, \frac{\partial w}{\partial y} = 0.$$

Прямая задача предполагает решение уравнения (1.7) с соответствующими граничными условиями при известных упругих постоянных, входящих в соотношение (1.6).

В обратной коэффициентной задаче упругие постоянные C_{ij} неизвестны, дополнительной информацией для их нахождения является набор собственных резонансных частот колебаний рассматриваемых пластинок.

2. Решение обратной задачи

Для решения поставленной задачи было разработано две методики: экспериментально-аналитическая (ЭА), экспериментально-аналитически-численная (ЭАЧ). Оба метода имеют общую основу в виде экспериментальной составляющей, основыванной на определении собственных резонансных частот колебаний рассмотренных пластин из исследуемого материала.

ЭА метод. Из исследуемого образца вырезают три пластины в плоскостях Oxy , Oxz , Oyz . Каждую пластину закрепляют шарнирно и проводят эксперимент по определению первых трех собственных частот, которые в случае шарнирного закрепления пластины выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} f_{xy} &= \frac{\sqrt{\frac{K_{xy}}{\rho h}}}{2\pi}, & f_{xz} &= \frac{\sqrt{\frac{K_{xz}}{\rho h}}}{2\pi}, \\ f_{yz} &= \frac{\sqrt{\frac{K_{yz}}{\rho h}}}{2\pi} \end{aligned} \quad (2.1)$$

($m = 1, n = 1$), ($m = 2, n = 1$),
($m = 1, n = 2$),

$$K_{xy} = \frac{D_{x1}\pi^4 m^4}{a^4} + \frac{2H_{b1}\pi^4 m^2 n^2}{a^2 b^2} + \frac{D_{y1}\pi^4 n^4}{b^4};$$

$$K_{xz} = \frac{D_{x2}\pi^4 m^4}{a^4} + \frac{2H_{b2}\pi^4 m^2 n^2}{a^2 b^2} + \frac{D_{z2}\pi^4 n^4}{b^4};$$

$$\begin{aligned} D_{x2} &= \frac{\alpha_{x2} h^3}{12}; & D_{z2} &= \frac{\alpha_{z2} h^3}{12}; \\ D_{xz2} &= \frac{C_{55} h^3}{12}; \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$H_{b2} = \frac{1}{12} \alpha_{xz2} h^3 + \frac{1}{6} C_{55} h^3;$$

$$K_{yz} = \frac{D_{y3}\pi^4 m^4}{a^4} + \frac{2H_{b3}\pi^4 m^2 n^2}{a^2 b^2} + \frac{D_{z3}\pi^4 n^4}{b^4};$$

$$\begin{aligned} D_{y3} &= \frac{\alpha_{y3} h^3}{12}; & D_{z3} &= \frac{\alpha_{z3} h^3}{12}; \\ D_{yz3} &= \frac{C_{66} h^3}{12}; \end{aligned}$$

$$H_{b3} = \frac{1}{12} \alpha_{yz3} h^3 + \frac{1}{6} C_{66} h^3.$$

Данный метод предполагает, что модули сдвига (упругие постоянные C_{44} , C_{55} , C_{66}) определяются из статического эксперимента. Выбирая шесть уравнений из системы (2.1) и используя экспериментальную информацию о собственных резонансных частотах, находим коэффициенты α_{ij} . Подставив их в соотношение (1.6), найдем неизвестные постоянные C_{11} , C_{12} , C_{13} , C_{22} , C_{23} , C_{33} .

ЭАЧ метод. В этом методе не предполагается экспериментальное определение постоянных C_{44} , C_{55} , C_{66} . Все девять неизвестных упругих постоянных C_{ij} из соотношений (1.1) будут находиться численным решением нелинейной системы (2.1) из девяти уравнений. Это решение осуществляется минимизацией квадратичной невязки с помощью генетического алгоритма (ГА).

Таблица 1. Параметры AgInS_2

Плотность, кг/м^3	4930
C_{11} , Н/м^2	$129,0 \times 10^9$
C_{12} , Н/м^2	46×10^9
C_{13} , Н/м^2	64×10^9
C_{22} , Н/м^2	116×10^9
C_{23} , Н/м^2	55×10^9
C_{33} , Н/м^2	$139,5 \times 10^9$
C_{44} , Н/м^2	$22,5 \times 10^9$
C_{55} , Н/м^2	$21,5 \times 10^9$
C_{66} , Н/м^2	$28,5 \times 10^9$

Таблица 2. Геометрические размеры исследуемых образцов

Длина	0,008 м
Ширина	0,005 м
Толщина	0,00025 м

2.1. Описание программного обеспечения

Для решения обратных коэффициентных задач разработан и программно реализован комплекс Genetic Algorithm with Finite Element Method in Non-Destructive Testing (GAFEMNDT). Данный программный продукт является связующим звеном между модулем ГА “AI::Genetic::Pro” разработанного Strzelecki Lukasz [19] и конечно-элементном пакетом, в настоящей работе был использован ANSYS. Результатом работы GAFEMNDT является набор параметров доставляющий экстремум функции многих переменных.

Система написана на скриптовом языке программирования PERL [20]. Выбор в пользу скриптового языка был продиктован необходимостью оперативно менять целевую функцию, что является нетривиальной задачей для классических языков, таких как Delphi, C++ и т. д. GAFEMNDT представляет собой модульный PERL скрипт. Целевая платформа для запуска приложения — Linux.

3. Примеры решения задач

В качестве примера рассмотрим сплав AgInS_2 . Экспериментальное измерение собственных резонансных частот колебаний в настоящей работе заменяется их численным расчетом в комплексах FlexPDE и ANSYS.

3.1. Экспериментально аналитический метод

Используя описанные выше параметры, были проведены численные эксперименты над шарнирно опертыми пластинами. Результат можно наблюдать в сводной табл. 3. На рис. 1 представлены собственные формы колебания пластинки, где а) ($m = 1, n = 1$); б) ($m = 2, n = 1$); в) ($m = 1, n = 2$); г) ($m = 3, n = 1$).

Коэффициенты C_{44} , C_{55} , C_{66} в ЭЧ методе определяются независимо из статического эксперимента [18]. Используя методику п. 2, получим следующее решение:

$$\begin{aligned} C_{11} &= 0,129 \cdot 10^{12}, & C_{12} &= 0,459 \cdot 10^{11}, \\ C_{13} &= 0,639 \cdot 10^{11}, \\ C_{22} &= 0,116 \cdot 10^{12}, & C_{23} &= 0,549 \cdot 10^{11}, \\ C_{33} &= 0,139 \cdot 10^{12}. \end{aligned}$$

Погрешность этого метода соответствует погрешности экспериментального определения собственных частот.

3.2. Экспериментально аналитически-численный метод

Решим задачу, описанную в предыдущем параграфе, с тем условием, что все девять упругих постоянных неизвестны.

Используя методику, описанную в п. 2, из соотношений (2.1) получим систему уравнений

$$-0,265 \cdot 10^{-8} \cdot C_{44} - 0,996 \cdot 10^{11} + C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} = 0,$$

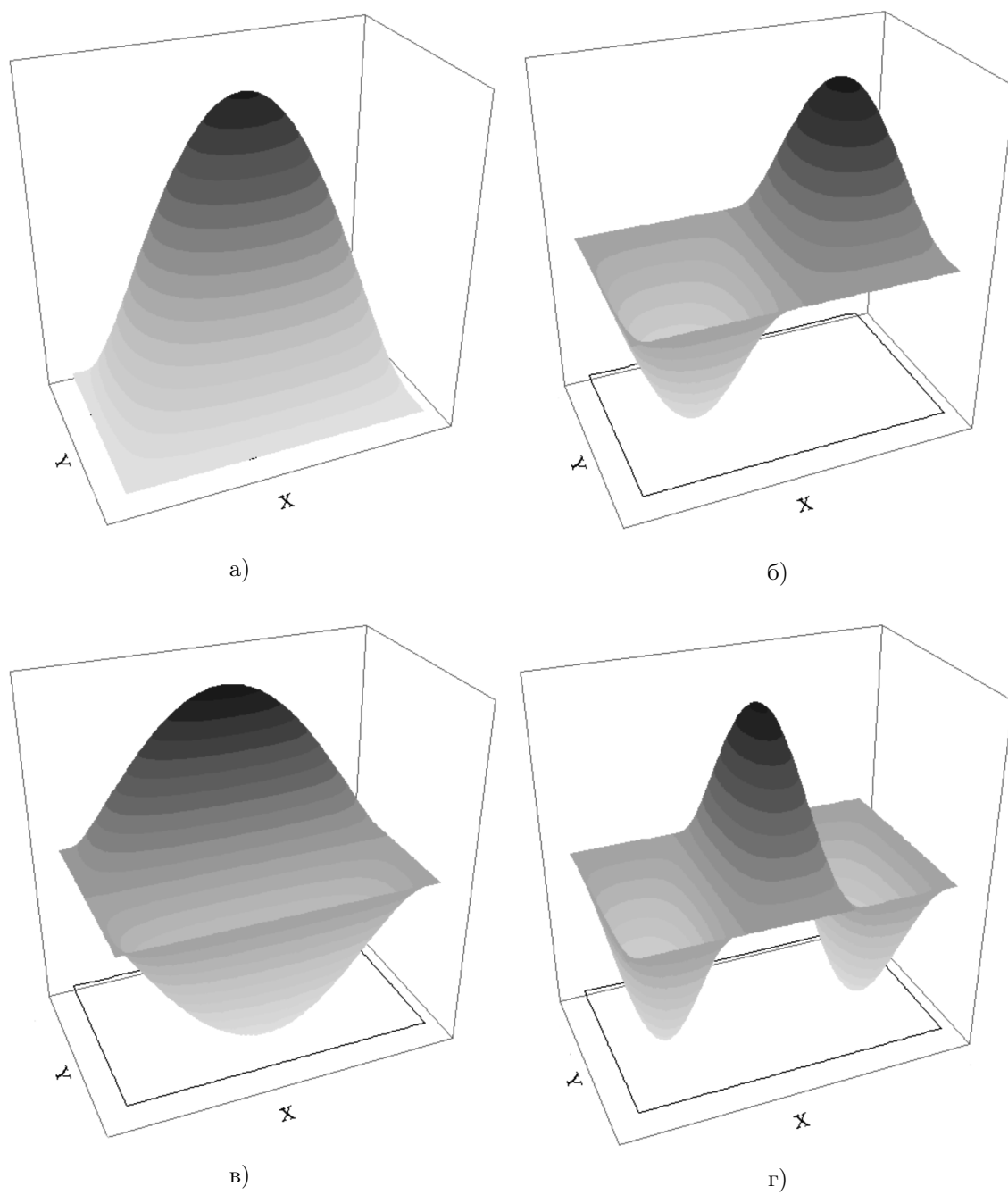


Рис. 1

Таблица 3. Набор собственных частот колебаний

f_{mn}	Oxy	Oxz	Oyz
f_{11} , Гц	25904,968	28655,208	28343,393
f_{12} , Гц	84937,649	93539,657	91738,168
f_{21} , Гц	47593,031	52068,867	51242,885
f_{31} , Гц	86360,902	93170,406	90546,431

Таблица 4. Результат оптимизационного поиска

Параметр	Расчет $\times 10^9$, Н/м ²	Ошибка, %
C_{11}	128,817	0,141
C_{12}	45,745	0,552
C_{13}	63,783	0,339
C_{22}	115,884	0,099
C_{23}	54,828	0,311
C_{33}	139,354	0,104
C_{44}	22,551	0,228
C_{55}	21,534	0,161
C_{66}	28,494	0,018

$$\begin{aligned}
 2C_{44} - 0,657 \cdot 10^{11} + C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} &= 0, \\
 -0,139 \cdot 10^{-18} \cdot C_{44} - 0,943 \cdot 10^{11} + C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} &= 0, \\
 -0,265 \cdot 10^{-8} \cdot C_{55} - 0,110 \cdot 10^{12} + C_{11} - \frac{C_{12}^2}{C_{22}} &= 0, \\
 2C_{55} - 0,851 \cdot 10^{11} - \frac{C_{12}C_{23}}{C_{22}} + C_{13} &= 0, \\
 -0,139 \cdot 10^{-18} \cdot C_{55} - 0,113 \cdot 10^{12} - \frac{C_{23}^2}{C_{22}} + C_{33} &= 0, \\
 -0,265 \cdot 10^{-8} \cdot C_{66} - 0,995 \cdot 10^{11} - \frac{C_{12}^2}{C_{11}} + C_{22} &= 0, \\
 2C_{66} - 0,891 \cdot 10^{11} - \frac{C_{13}C_{12}}{C_{11}} + C_{23} &= 0, \\
 -0,139 \cdot 10^{-18} \cdot C_{66} - 0,107 \cdot 10^{12} + C_{33} - \frac{C_{13}^2}{C_{11}} &= 0.
 \end{aligned}$$

Полученная нелинейная система уравнений решается на основе минимизации функционала квадратичной невязки F с помощью ГА, реализованного в комплексе GAFEMNDT. Результат оптимизационного поиска приведен в табл. 4. Спустя $N = 1000$ поколений ошибка решения не превышает 1 %.

На рис. 2 приведен график в логарифмическом масштабе зависимости целевой функции F от числа поколений N .

Выводы

По результатам расчета можно сделать следующие выводы:

Рассматриваются три прямоугольные пластины, вырезанные перпендикулярно осям, связанным с ортотропией материальных

свойств. В первом методе, в случае шарнирного опирания, можно построить по три линейно-независимых уравнения, для определения упругих постоянных каждой пластины. Так как частоты находятся аналитически, погрешность определения этих постоянных соизмерима с погрешностью определения собственных частот и модулей сдвига из соответствующих динамических и статических экспериментов. В втором методе полный набор упругих постоянных определяется на основе динамических экспериментов по определению собственных частот и минимизации функционала невязки нелинейной системы алгебраических уравнений с применением ГА. Погрешность метода составляет не более 1 % и связана с эффективностью поиска минимума с помощью ГА. Существенным плюсом данного метода также является отсутствие необходимости проведения дополнительных экспериментов.

Литература

1. Баранов И. В., Ватульян А. О., Соловьев А. Н. Об одном генетическом алгоритме и его применении в обратных задачах идентификации упругих сред // Вычислительные технологии. 2006. Т. 11. № 3. С. 14–26.
2. Hwang S.-F., Wu J.-C., He R.-S. Identification of effective elastic constants of composite plates based on a hybrid genetic algorithm // Composite Structures. 2009. Vol. 90. P. 217–224.
3. Liu G.R., Han X., Lam K.Y. A combined genetic algorithm and nonlinear least squares method for material characterization using elastic waves // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2002. Vol. 191. P. 1909–1921.
4. Harb N., Labe N., Domaszewski M., Peyraut F. A new parameter identification method of soft biological tissue combining genetic

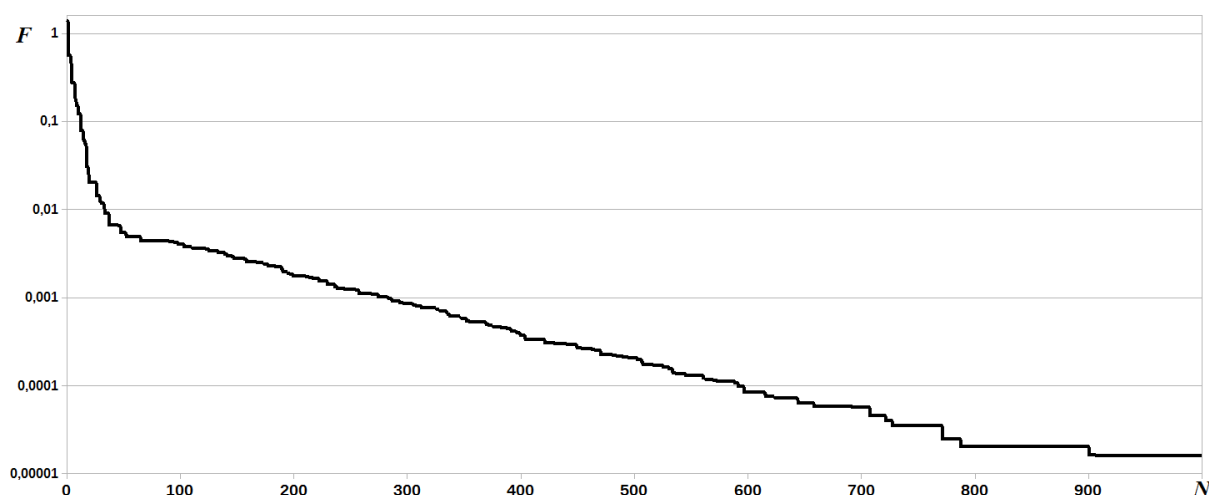


Рис. 2

- algorithm with analytical optimization // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2011. Vol. 200. P. 208–215.
5. Muc A., Gurba W. Genetic algorithms and finite element analysis in optimization of composite structures // Composite Structures. 2001. Vol. 54. P. 275–281.
6. Comellas Ester, Valdez S.I., Oller S., Botello S. Optimization method for the determination of material parameters in damaged composite structures // Composite Structures. 2015. Vol. 122. P. 417–424.
7. Liu G.R., Han X. Determination of material property of functionally graded cylinder using genetic algorithm // Inverse problems in engineering mechanics III. 2002. P. 117–124.
8. Hidalgo J. I., Fernandez R., Colmenar J.M., Cioffi F., Risco-Martin J.L., Gonzalez-Doncel G. Using evolutionary algorithms to determine the residual stress profile across welds of age-hardenable aluminum alloys // Applied Soft Computing. 2016. Vol. 40. P. 429–438.
9. Balasubramaniam K., Rao N.S. Inversion of composite material elastic constants from ultrasonic bulk wave phase velocity data using genetic algorithms // Composites Part B: Engineering. 1998. Vol. 29. No. 2. P. 171–180.
10. Every A.G. Determination of the elastic constants of anisotropic solids // NDT & E International. 1994. Vol. 27. No. 1. P. 3–10.
11. Gsell D., Dual J. Non-destructive evaluation of elastic material properties in anisotropic circular cylindrical structures // Ultrasonics. 2004. Vol. 43. P. 123–132.
12. Zhang H., Lin X., Wang Y., Zhang Q., Kang Y. Identification of elastic-plastic mechanical properties for bimetallic sheets by hybrid-inverse approach // Acta Mechanica Solida Sinica. 2010. Vol. 23. No. 1. P. 29–35.
13. Eremin A.A., Glushkov E.V., Glushkova N.V., Lammering R. Evaluation of effective elastic properties of layered composite fiber-reinforced plastic plates by piezoelectrically induced guided waves and laser Doppler vibrometry // Composite Structures. 2015. Vol. 125. P. 449–458.
14. Zhao J., Qiu J., Ji H. Reconstruction of the nine stiffness coefficients of composites using a laser generation based imaging method // Composites Science and Technology. 2016. Vol. 126. P. 27–34.
15. Акопян В.А., Бычков А.А., Рожков Е.В., Соловьев А.Н., Шевцов С.Н. К определению эффективных свойств полимеркомпозитного материала на основе гармонического и модального анализа // Механика композиционных материалов и конструкций. 2008. Т. 14. № 1. С. 35–48.
16. Победра Б.Е. Механика композиционных материалов. М.: Изд-во МГУ. 1984. 336 с.
17. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 256 с.
18. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. М.: Машиностроение, 1973. 456 с.
19. AI::Genetic::Pro – Efficient genetic algorithms for professional purpose. Режим доступа: URL: <http://search.cpan.org/~strzelec/AI-Genetic-Pro-0.4/lib/AI/Genetic/Pro.pm>. (дата обращения 20.04.2016)
20. The Perl Programming Language. Режим доступа: <http://www.perl.org/> (дата обращения 20.04.2016)

References

1. Baranov I.V., Vatul'yan A.O., Solov'yev A.N. Ob odnom geneticheskom algoritme i yego primenении v obratnykh zadachakh identifikat-

- sii uprugikh sred [A genetic algorithm for solving the inverse identification problem for elastic media]. *Vychislitel'nyye tekhnologii* [Computational technologies], 2006, vol. 11, no. 3, pp. 14–26. (In Russian)
2. Hwang S.-F., Wu J.-C., He R.-S. Identification of effective elastic constants of composite plates based on a hybrid genetic algorithm. *Composite Structures*, 2009, vol. 90, pp. 217–224.
3. Liu G.R., Han X., Lam K.Y. A combined genetic algorithm and nonlinear least squares method for material characterization using elastic waves. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2002, vol. 191, pp. 1909–1921.
4. Harb N., Labed N., Domaszewski M., Peyraut F. A new parameter identification method of soft biological tissue combining genetic algorithm with analytical optimization. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2011, vol. 200, pp. 208–215.
5. Muc A., Gurba W. Genetic algorithms and finite element analysis in optimization of composite structures. *Composite Structures*, 2001, vol. 54, pp. 275–281.
6. Comellas Ester, Valdez S.I., Oller S., Botello S. Optimization method for the determination of material parameters in damaged composite structures. *Composite Structures*, 2015, vol. 122, pp. 417–424.
7. Liu G.R., Han X. Determination of material property of functionally graded cylinder using genetic algorithm. *Inverse problems in engineering mechanics III*, 2002, pp. 117–124.
8. Hidalgo J.I., Fernandez R., Colmenar J.M., Cioffi F., Risco-Martin J.L., Gonzalez-Doncel G. Using evolutionary algorithms to determine the residual stress profile across welds of age-hardenable aluminum alloys. *Applied Soft Computing*, 2016, vol. 40, pp. 429–438.
9. Balasubramaniam K., Rao N.S. Inversion of composite material elastic constants from ultrasonic bulk wave phase velocity data using genetic algorithms. *Composites Part B: Engineering*, 1998, vol. 29, no. 2, pp. 171–180.
10. Every A.G. Determination of the elastic constants of anisotropic solids. *NDT & E International*, 1994, vol. 27, no. 1, pp. 3–10.
11. Gsell D., Dual J. Non-destructive evaluation of elastic material properties in anisotropic circular cylindrical structures. *Ultrasonics*, 2004, vol. 43, pp. 123–132.
12. Zhang H., Lin X., Wang Y., Zhang Q., Kang Y. Identification of elastic-plastic mechanical properties for bimetallic sheets by hybrid-inverse approach. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2010, vol. 23, no. 1, pp. 29–35.
13. Eremin A.A., Glushkov E.V., Glushkova N.V., Lammering R. Evaluation of effective elastic properties of layered composite fiber-reinforced plastic plates by piezoelectrically induced guided waves and laser Doppler vibrometry. *Composite Structures*, 2015, vol. 125, pp. 449–458.
14. Zhao J., Qiu J., Ji H. Reconstruction of the nine stiffness coefficients of composites using a laser generation based imaging method. *Composites Science and Technology*, 2016, vol. 126, pp. 27–34.
15. Akopyan V.A., Bykov A.A., Rozhkov Ye.V., Solov'yev A.N., Shevtsov S.N. K opredeleniyu effektivnykh svoystv polimerkompozitnogo materiala na osnove garmonicheskogo i modal'nogo analiza [Determination of the effective properties polimerkompozitnogo material based on harmonic and modal analysis]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktivnykh materialov* [Mechanics of Composite Materials and Structures], 2008, vol. 14, no. 1, pp. 35–48. (In Russian)
16. Pobedrya B.Ye. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of Composite Materials]. Moscow, MGU Publ. 1984, 336 p. (In Russian)
17. Novatskiy V. *Teoriya uprugosti* [Theory of Elasticity]. Moscow, Mir Publ. 1975, 256 p. (In Russian)
18. Korshunov S.V. *Osnovy stroitel'noy mekhaniki mashin* [Fundamentals of structural mechanics machines]. Moscow, Mashinostroyeniye, 1973, 456 p. (In Russian)
19. *AI::Genetic::Pro – Efficient genetic algorithms for professional purpose*. Available at: URL: <http://search.cpan.org/~strzelec/AI-Genetic-Pro-0.4/lib/AI/Genetic/Pro.pm>. (accessed 20.04.2016).
20. *The Perl Programming Language*. Available at: <http://www.perl.org/> (accessed 20.04.2016).