УДК 539.3

СКРЫТЫЕ ДЕФЕКТЫ И ТЕОРИЯ СТАРТОВЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Бабешко В. А., Бабешко О. М., Евдокимова О. В.

HIDDEN DEFECTS AND THE THEORY OF THE STARTING EARTHQUAKES FOR THE HORIZONTAL ACTIONS

Babeshko V. A.[*,**], Babeshko O. M.[**], Evdokimova O. V.[*]

[*] Southern Scientific Center RAS, Rostov-on-Don, 344006, Russia
[**] Kuban State University, Krasnodar, 350040, Russia
e-mail: babeshko41@mail.ru

Abstract. On the base of the hidden defects the possibility of the starting earthquakes for the horizontal actions on the lithosphere plates which are sited on the deformable fundament are studying. The plates are assume to be semi-infinite having the straight parallel end-walls modelling by the Kirchhoff plates.

The static case is analyzed for two positions of presenting and absent the distance between the end-walls. The plates are assume to be "glued" with fundament. It is such that the contact can be admitted as hard and only the tangent vector arises in the contact area because the horizontal moving. It is proved that the starting earthquakes can arise when the distance between the end-walls is absent. The singular value arise on the stresses for the components of the tangent vector.

Keywords: block element, factorization, topology, integral and deferential factorization methods, exterior forms, block structures, boundary problems, pseudodifferential equation, plate, earthquake.

Введение

Изучается случай статической задачи для полубесконечных литосферных плит с прямолинейными границами, параллельными друг другу, находящихся на деформируемом основании в двух состояниях. В первом случае дистанция между торцами плит равна $2\theta > 0$, во втором случае — $\theta = 0$, хотя плиты не взаимодействуют. Предполагается, что горизонтальные воздействия на плиты, которые, как известно, движутся крайне медленно, настолько велики, что вертикальными составляющими контактных напряжений можно пренебречь. В реальности считаем, что кора Земли в этой области состоит из гранитных плит, моделируемых пластинами, расположенными на деформируемом базальтовом основании на границе Конрада. В статическом варианте можно считать плиты «слипшимися» с основанием, что при горизонтальных воздействиях вызывает появление вектора касательных контактных напряжений. В основе исследования лежит ранее развитая теория скрытых дефектов в деформируемых материалах.

1. Определяющие уравнения

Статическая граничная задача для векторного варианта горизонтальных воздействий на плиты, моделируемые пластинами Кирхгофа на деформируемом основании, ранее рассматривалась в [1]. Примем оси координат x_1ox_2 расположенными в плоскости

Бабешко Владимир Андреевич, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета, заведующий лабораторией Южного федерального университета; e-mail: babeshko41@mail.ru.

Бабешко Ольга Мефодиевна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф Кубанского государственного университета; e-mail: babeshko49@mail.ru.

Евдокимова Ольга Владимировна, д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Южного научного центра РАН; e-mail: evdokimova.olga@mail.ru.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2016 г. проект (0256-2014-0006), Программы президиума РАН 1-33П, проекты с (0256-2015-0088) по (0256-2015-0093), и при поддержке грантов РФФИ (14-08-00404, 15-01-01379, 15-08-01377, 16-41-230214, 16-41-230218, 16-48-230216).

пластин, а ось x_3 — направленной по внешней нормали к основанию. Уравнения граничных задач для пластин имеют форму

$$\mathbf{R}_b\left(\partial x_1, \partial x_2\right) \mathbf{u}_b - \varepsilon_{5b}\mathbf{g}_b = \varepsilon_{5b}\mathbf{t}_b,$$

$$\mathbf{R}_b\left(\partial x_1, \partial x_2\right) \mathbf{u}_b =$$
$$= \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \varepsilon_{1b}\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) u_{1b} & \left(\varepsilon_{2b}\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}\right) u_{2b} \\ \left(\varepsilon_{2b}\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}\right) u_{1b} & \left(\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{1b}\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\right) u_{2b} \end{pmatrix}.$$

Каждая пластина рассматривается как многообразие с краем, причем $\mathbf{u}_b = \{u_{1b}, u_{2b}\}$ — вектор перемещения точек пластин по касательной и нормали к торцам пластин лежит в их срединных плоскостях.

Преобразование Фурье дифференциальной части системы уравнений имеет вид

$$-\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\mathbf{U}_b =$$
$$= \begin{pmatrix} \left(\alpha_1^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_2^2\right) U_{1b} & \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 U_{2b} \\ \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 U_{1b} & \left(\alpha_2^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_1^2\right) U_{2b} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}_2\mathbf{u}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{F}_2\mathbf{g}, \quad b = 1{,}2, \ldots, B,$$

$$\varepsilon_{1b} = 0{,}5(1-\nu_b), \quad \varepsilon_{2b} = 0{,}5(1+\nu_b),$$

$$\varepsilon_{5b} = \frac{1-\nu_b^2}{E_b h_b}$$

$$g_{1b} = \mu_{0b}\left(\frac{du_{1b}}{dx_3} + \frac{du_{3b}}{dx_1}\right),$$

$$g_{2b} = \mu_{0b}\left(\frac{du_{2b}}{dx_3} + \frac{du_{3b}}{dx_2}\right),$$

$$\mu_{0b} = \frac{\mu_b}{H}, \quad x_3 = 0.$$

Приняты следующие обозначения: μ_b — модуль сдвига, ν_b — коэффициент Пуассона, E_b — модуль Юнга, h_b — толщины пластин, H — толщина основания, $\mathbf{g}_b = \{g_{1b}, g_{2b}\}$, $\mathbf{t}_b = \{t_{1b}, t_{2b}\}$ — векторы контактных напряжений и внешних горизонтальных воздействий соответственно, действующих по касательной к границе основания, как и перемещения в областях Ω_b, где $b = \lambda$ для левой плиты и $b = r$ — для правой. $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$, $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$ — двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно. Описанные в [1] граничные условия здесь сохраняются. Выражения для нормальной N_{x_2} и касательной $T_{x_1x_2}$ составляющих напряжений к срединной плоскости на торцах пластин даются соответственно соотношениями

$$T_{x_1x_2} = \varepsilon_7\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right),$$

$$N_{x_2} = \varepsilon_8\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \nu\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right),$$

$$\varepsilon_7 = \frac{E}{2(1+\nu)H}, \quad \varepsilon_8 = \frac{E}{(1-\nu^2)H}.$$

Для деформируемого основания, описываемого граничной задачей, применимы различные модели, даваемые соотношениями

$$\mathbf{u}(x_1, x_2) = \varepsilon_6^{-1}\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2)\times$$
$$\times\, \mathbf{G}(\alpha_1, \alpha_2)e^{-i\langle \alpha, x\rangle}\, d\alpha_1 d\alpha_2,$$

$$x \in \Omega_\lambda, \quad x \in \Omega_r, \quad x \in \Omega_\theta,$$

$$\langle \boldsymbol{\alpha}, x\rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2,$$

$$\Omega_\lambda\ (|x_1| \leqslant \infty;\ x_2 \leqslant -\theta),$$

$$\Omega_r\ (|x_1| \leqslant \infty;\ \theta \leqslant x_2),$$

$$\Omega_\theta\ (|x_1| \leqslant \infty;\ -\theta \leqslant x_2 \leqslant \theta),$$

$$\mathbf{K} = \|K_{mn}\|, \quad m, n = 1, 2,$$

$$\mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2) = O(A^{-1}), \quad A = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \to \infty,$$

$$\varepsilon_6^{-1} = \frac{(1-\nu)H}{\mu}, \quad \mathbf{G}(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)\mathbf{g}.$$

Здесь $\mathbf{g}$ — вектор касательных напряжений под пластинами.

Свойства матриц-функций $\mathbf{K}_{ks}\left(\alpha_1, \alpha_2, x_3\right)$ в статическом случае описаны в [2, 3] для слоистой среды.

2. Метод исследования

Рассматривая плиты и основание как блочную структуру, состоящую из трех деформируемых блоков, применим для ее исследования метод блочного элемента. Этот метод, как описано в [4], предполагает погружение граничной задачи в топологическую структуру как первый шаг и лишь на этом этапе использует внешнюю алгебру [5] в варианте, изложенном в [6–8]. В результате строится функциональное уравнение граничной задачи для блочной структуры. Многошаговый алгоритм дальнейших исследований функционального уравнения, уже не имеющих никакого отношения к аппарату внешней алгебры, чтобы не повторять всякий раз операции алгоритма, назван авторами «внешним анализом» [9]. Основанием такого названия является то, что аналитические преобразования алгоритма осуществляются над математическими объектами, включающими в себя также и внешние формы. Поэтому название «внешний анализ» несет в себе понятные специалисту вполне определенные действия над функциональными уравнением, включающие дифференциальную факторизацию матриц-функций с элементами из нескольких комплексных переменных, реализацию автоморфизма, состоящую в вычислении форм-вычетов Лере, либо неполных функциональных уравнений Винера–Хопфа, построение псевдодифференциальных уравнений, извлечение из них интегральных уравнений, диктуемых конкретными граничными условиями краевой задачи, решением интегральных уравнений и получение интегрального представления граничной задачи в каждом блоке в форме «упакованного» блочного элемента [4]. Наконец, осуществляется «склейка» решений каждого блока, состоящая в построении фактор-топологии некоторых топологических пространств, являющихся декартовыми произведениями топологических пространств носителей и решений [4]. Применяя описанный подход, функциональное уравнение граничной задачи для этого случая, представленное для каждой пластины, можно преобразовать в матричное вида

$$
\begin{gathered}
-\mathbf{R}_b(-i\alpha_{1b},-i\alpha_{2b})\mathbf{U}_b = \\
= \int\limits_{\partial\Omega_b} \omega_b - \varepsilon_{5b}\mathbf{F}_2(\alpha_{1b},\alpha_{2b})(\mathbf{g}_b+\mathbf{t}_b),
\end{gathered}
$$

$$
\mathbf{U}_b = \{U_{1b}, U_{2b}\}\,.
$$

Здесь $\boldsymbol{\omega}_b$ — вектор внешних форм, имеющий представление

$$
\boldsymbol{\omega}_b = \{\omega_{1b}, \omega_{2b}\}
$$

$$
\begin{gathered}
\omega_{1b} = e^{i\langle\alpha,x\rangle}\times \\
\times\left\{-\left(\varepsilon_{1b}\frac{\partial u_{1b}}{\partial x_2}+\varepsilon_{2b}\frac{\partial u_{2b}}{\partial x_1}-i\varepsilon_{1b}\alpha_{2b}u_{1b}\right)dx_1+\right. \\
\left.+\left(\frac{\partial u_{1b}}{\partial x_1}-i\alpha_{1b}u_{1b}-i\varepsilon_{2b}\alpha_{2b}u_{2b}\right)dx_2\right\},
\end{gathered}
$$

$$
\begin{gathered}
\omega_{2b} = e^{i\langle\alpha,x\rangle}\times \\
\times\left\{-\left(\varepsilon_{2b}\frac{\partial u_{1b}}{\partial x_1}+\frac{\partial u_{2b}}{\partial x_2}-i\alpha_{2b}u_{2b}\right)dx_1+\right. \\
\left.+\left(\varepsilon_{1b}\frac{\partial u_{2b}}{\partial x_1}-i\varepsilon_{1b}\alpha_{1b}u_{2b}-i\varepsilon_{2b}\alpha_{2b}u_{1b}\right)dx_2\right\},
\end{gathered}
$$

при $b=\lambda$ для левой пластины и $b=r$ — для правой.

Для построения псевдодифференциальных уравнений осуществляется дифференциальная факторизация матрицы-функции $-\mathbf{R}_b(-i\alpha_1,-i\alpha_2)$ функционального уравнения. Ради краткости индексы локальных систем координат опущены. Применением алгоритма внешнего анализа, строится факторизующая матрица-функция $\mathbf{D}_b(-i\alpha_{1b},-i\alpha_{2b})$. Принимая во внимание, что определитель матрицы-функции $-\mathbf{R}_b(-i\alpha_1,-i\alpha_2)$ имеет двукратные корни $\alpha_{2b\pm}=\pm i\sqrt{\alpha_{1b}^2}\equiv\pm i\,|\alpha_{1b}|$, получаем факторизующие матрицы-функции для левой и правой пластин в виде

$$
\begin{gathered}
\mathbf{D}_\lambda(-i\alpha_1,-i\alpha_2) = \\
= \begin{pmatrix} \frac{1}{(\alpha_2-\alpha_{2-})^2} & \frac{\alpha_{2-}}{(\alpha_2-\alpha_{2-})^2\alpha_1} - \frac{(1+\varepsilon_{1\lambda})}{(\alpha_2-\alpha_{2-})\varepsilon_{2\lambda}\alpha_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix},
\end{gathered}
$$

$$
\begin{gathered}
\mathbf{D}_r(-i\alpha_1,-i\alpha_2) = \\
= \begin{pmatrix} \frac{1}{(\alpha_2-\alpha_{2+})^2} & \frac{\alpha_{2+}}{(\alpha_2-\alpha_{2+})^2\alpha_1} - \frac{(1+\varepsilon_{1r})}{(\alpha_2-\alpha_{2+})\varepsilon_{2r}\alpha_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.
\end{gathered}
$$

Дальнейшее применение внешнего анализа, описанного выше, с учетом схемы, реализованной в [4, 9], приводит к следующим соотношениям при $\theta>0$:

$$
\begin{gathered}
\mathbf{P}_\lambda\mathbf{u}\,(x_1,x_2,0)+\mathbf{P}_\theta\mathbf{u}\,(x_1,x_2,0)+ \\
+\mathbf{P}_r\mathbf{u}\,(x_1,x_2,0)=\varepsilon_6^{-1}\mathbf{F}_2^{-1}\mathbf{K}\,(\alpha_1,\alpha_2,0)\times \\
\times\left[\mathbf{G}_\lambda\,(\alpha_1,\alpha_2)+\mathbf{G}_r\,(\alpha_1,\alpha_2)\right],
\end{gathered}
$$

$$
\begin{gathered}
\mathbf{G}_\lambda\,(\alpha_1,\alpha_2)=\mathbf{F}_2\mathbf{P}_{\boldsymbol{\lambda}}\mathbf{g}\,(x_1,x_2)\,, \\
\mathbf{G}_r(\alpha_1,\alpha_2)=\mathbf{F}_2\mathbf{P}_r\mathbf{g}\,(x_1,x_2)\,,
\end{gathered}
$$

$$
\begin{gathered}
\mathbf{P}_p\mathbf{u}=\mathbf{F}_2^{-1}\left[\mathbf{R}_p(-i\alpha_1,-i\alpha_2)\right]^{-1}\times \\
\times\left\langle-\int\limits_{\partial\Omega_p}\omega_p+\varepsilon_{5p}\mathbf{F}_2(\mathbf{g}_p+\mathbf{t}_\lambda)\right\rangle, \\
p=\lambda,\ r.
\end{gathered}
$$

Здесь $\mathbf{P}_\lambda$, $\mathbf{P}_r$, $\mathbf{P}_\theta$ — проекторы на левую, правую полуплоскости и на область Ω_θ. Применив оператор $\mathbf{F}_2$, получим соотношения вида

$$[\mathbf{R}_\lambda(-i\alpha_1,-i\alpha_2)]^{-1}\times$$
$$\times\left\langle -\int\limits_{\partial\Omega_\lambda}\omega_\lambda+\varepsilon_{5\lambda}\left(\mathbf{G}_\lambda+\mathbf{T}_\lambda\right)\right\rangle+$$
$$+[\mathbf{R}_r(-i\alpha_1,-i\alpha_2)]^{-1}\times$$
$$\times\left\langle -\int\limits_{\partial\Omega_r}\omega_r+\varepsilon_{5r}\left(\mathbf{G}_r+\mathbf{T}_r\right)\right\rangle-$$
$$-\varepsilon_6^{-1}\mathbf{K}(\alpha_1,\alpha_2,0)\left[\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1,\alpha_2)+\mathbf{G}_r(\alpha_1,\alpha_2)\right]=0,$$

$$\mathbf{T}_\lambda=\mathbf{F}_2\mathbf{t}_\lambda(x_1,x_2),\quad \mathbf{T}_r=\mathbf{F}_2\mathbf{t}_r(x_1,x_2).$$

Вектор-функции $\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1,\alpha_2)$, $\mathbf{G}_r(\alpha_1,\alpha_2)$, являющиеся преобразованиями Фурье функций с носителями в полуплоскостях, являются регулярными функциями параметров α_2 при фиксированном α_1 в левой и правой полуплоскостях соответственно. В связи с этим можем обозначить вектор-функции, регулярные по параметру α_2 в нижней (знак минус) и в верхней (знак плюс) полуплоскостях, положив

$$\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1,\alpha_2)=\mathbf{G}_-(\alpha_1,\alpha_2),$$

$$\mathbf{G}_r(\alpha_1,\alpha_2)=\mathbf{G}_+(\alpha_1,\alpha_2).$$

Внося эти обозначения в предыдущее соотношение, приходим при $\theta>0$ к матричному функциональному уравнению Винера–Хопфа следующего вида:

$$\mathbf{M}\mathbf{G}_+=\mathbf{G}_-+\mathbf{V}+\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{U}_\theta,$$

$$\mathbf{M}=\mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{K}_2,\quad \mathbf{K}_2=\varepsilon_{5r}\mathbf{R}_r^{-1}-\varepsilon_6^{-1}\mathbf{K},$$
$$\mathbf{K}_1=\varepsilon_6^{-1}\mathbf{K}-\varepsilon_{5\lambda}\mathbf{R}_\lambda^{-1},$$

$$\mathbf{V}=\mathbf{K}_1^{-1}\left(\mathbf{R}_\lambda^{-1}\int\limits_{\partial\Omega_\lambda}\boldsymbol{\omega}_\lambda+\mathbf{R}_r^{-1}\int\limits_{\partial\Omega_r}\boldsymbol{\omega}_r-\right.$$
$$\left.-\varepsilon_\lambda\mathbf{R}_\lambda^{-1}\mathbf{T}_\lambda-\varepsilon_r\mathbf{R}_r^{-1}\mathbf{T}_r\right),$$

$$\mathbf{U}_\theta=\mathbf{F}_2\mathbf{P}_\theta u\left(x_1,x_2\right).$$

При $\theta\to 0$ последнее функциональное уравнение непрерывно переходит в следующее:

$$\mathbf{M}\mathbf{G}_+=\mathbf{G}_-+\mathbf{V}.$$

Эти два функциональных уравнения имеют совершенно разные качественные решения. Первое, являющееся обобщенным функциональным уравнением Винера–Хопфа, при решении сводится к векторной системе интегральных уравнений по α_2 вида [2]

$$\mathbf{X}_2^+ + \left\{\mathbf{N}_+(\alpha_1,\alpha_2)\mathbf{D}_-^{-1}(\alpha_1,\alpha_2)e^{-2i\alpha_2\theta}\mathbf{X}_1^-\right\}^+=$$
$$=\left\{\mathbf{N}_-^{-1}(\alpha_1,\alpha_2)\mathbf{F}_2^+(\alpha_1,\alpha_2)\right\}^+,$$

$$\mathbf{X}_1^- + \left\{\mathbf{D}_-(\alpha_1,\alpha_2)\mathbf{N}_+^{-1}(\alpha_2,\alpha_2)e^{2i\alpha_2\theta}\mathbf{X}_2^+\right\}^-=$$
$$=\left\{\mathbf{D}_+^{-1}(\alpha_1,\alpha_2)\mathbf{F}_1^-(\alpha_1,\alpha_2)\right\}^-,$$

$$\mathbf{M}(\alpha_1,\alpha_2)=\mathbf{D}_+(\alpha_1,\alpha_2)\mathbf{D}_-(\alpha_1,\alpha_2)=$$
$$=\mathbf{N}_-(\alpha_1,\alpha_2)\mathbf{N}_+(\alpha_1,\alpha_2).$$

Контактные напряжения на краях пластин имеют представление [2]

$$\mathbf{g}_\lambda(x_1,x_2)=\boldsymbol{\sigma}_{1\lambda}(x_1,x_2)(-x_2-\theta)^{-1/2},$$
$$x_2<-\theta,$$
$$\mathbf{g}_r(x_1,x_2)=\boldsymbol{\sigma}_{1r}(x_1,x_2)(x_2-\theta)^{-1/2},$$
$$x_2>\theta.$$

Векторы $\boldsymbol{\sigma}_{1\lambda}$, $\boldsymbol{\sigma}_{1r}$ непрерывны по обоим параметрам

Второе функциональное уравнение Винера– Хопфа приводит к решениям, имеющим следующие концентрации напряжений в зоне схождения трех блоков

$$\mathbf{g}_\lambda(x_1,x_2)\to\boldsymbol{\sigma}_{2\lambda}(x_1,x_2)x_2^{-1},$$

$$\mathbf{g}_r(x_1,x_2)\to\boldsymbol{\sigma}_{2r}(x_1,x_2)x_2^{-1}.$$

Все векторы $\boldsymbol{\sigma}_{2\lambda}(x_1,x_2)$ и $\boldsymbol{\sigma}_{2r}(x_1,x_2)$ непрерывны по обоим параметрам. Таким образом, и для касательных напряжений в области контакта при сближении литосферных плит возникают сингулярные касательные напряжения.

Заключение

Подобно скалярному случаю вертикальных воздействий на литосферные плиты, приводящему к аналогичному результату для вертикальных контактных напряжений между плитами и основанием, в векторном случае обе компоненты касательного вектора содержат такие же сингулярности.

Литература

1. *Бабешко В.А., Бабешко О.М., Гладской И.Б., Евдокимова О.В, Уафа Г.Н., Хафуз Т.А., Шестопалов В.Л.* О локализации статического процесса в телах с дефектными покрытиями // МТТ. 2015. № 4. С. 90–97.
2. *Ворович И.И., Бабешко В.А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
3. *Ворович И.И.,Бабешко В.А., Пряхина О.Д.* Динамика массивных тел и резонансные явления в деформируемых средах. М.: Наука, 1999. 246 с.
4. *Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M.* The Theory of the Starting Earthquake // Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation. 2016. No. 1, Vol. 2. P. 37–80.
5. Математическая энциклопедия / Под ред. И.М. Виноградова. Внешняя алгебра. М.: Изд-во Советская энциклопедия. Т. 1, 1977. 1151 с.
6. *Ефимов Н.В.* Введение в теорию внешних форм. М.: Наука, 1977. 88 с.
7. *Зорич В.А.* Математический анализ. Часть 2. М.: МЦНМО, 2002. 788 с.
8. *Шабат Б.В.* Введение в комплексный анализ. Часть II. М.: Наука, 1985. 464 с.
9. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Внешний анализ в проблеме скрытых дефектов и прогнозе землетрясений // Экологический вестник научных центров черноморского экономического сотрудничества. 2016, № 2. С. 19–28.

References

1. Babeshko V.A., Babeshko O.M., Gladskoy I.B., Evdokimova O.V, Uafa G.N., Khafuz T.A., Shestopalov V.L. O lokalizatsii staticheskogo protsessa v telakh s defektnymi pokrytiyami [On the localization of the static process in the bodies with defective coatings]. *Mekhanika tverdogo tela* [Solid mechanics], 2015, no. 4, pp. 90–97. (In Russian)
2. Vorovich I.I., Babeshko V.A. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey* [Dynamic mixed problem of elasticity theory for nonclassical fields]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 320 p. (In Russian)
3. Vorovich I.I.,Babeshko V.A., Pryakhina O.D. *Dinamika massivnykh tel i rezonansnye yavleniya v deformiruemykh sredakh* [Dynamics of massive bodies and resonance phenomena in deformable media]. Moscow, Nauka Publ., 1999. 246 p. (In Russian)
4. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. The theory of the starting earthquake. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*, 2016, no. 1, vol. 2, pp. 37–80.
5. Vinogradov I.M. (ed.) *Matematicheskaya entsiklopediya* [Mathematical encyclopedia]. Vneshnyaya algebra [Exterior algebra]. Moscow, Izd-vo Sovetskaya entsiklopediya Publ., vol. 1, 1977, 1151 p. (In Russian)
6. Efimov N.V. *Vvedenie v teoriyu vneshnikh form* [Introduction to the theory of exterior forms]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 88 p. (In Russian)
7. Zorich V.A. *Matematicheskiy analiz. Chast' 2* [The mathematical analysis. Part 2]. Moscow, MTsNMO Publ., 2002, 788 p. (In Russian)
8. Shabat B.V. *Vvedenie v kompleksnyy analiz. Chast' II* [Introduction to complex analysis. Part II]. Moscow, Nauka Publ., 1985, 464 p. (In Russian)
9. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Vneshniy analiz v probleme skrytykh defektov i prognoze zemletryaseniy [External analysis the problem of latent defects and the prediction of earthquakes]. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation], 2016, no. 2, pp. 19–28. (In Russian)

Статья поступила 16 сентября 2016 г.